

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

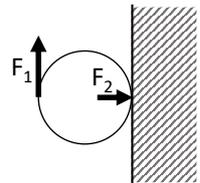
20 giugno 2022 – prova scritta di Fisica 1

1) Una macchina percorre due tratti rettilinei consecutivi di uguale lunghezza L , in moto uniformemente accelerato, nei tempi t_1 e $t_2=t_1/2$ rispettivamente. Calcolare l'accelerazione dell'auto. Darne anche il valore numerico sapendo che $L=75\text{m}$ e $t_1=10\text{s}$.

2) Una sbarretta rigida omogenea di massa m e lunghezza L è libera di ruotare in un piano verticale attorno ad un asse fisso orizzontale passante per un suo estremo. Inizialmente la sbarretta si trova nella posizione di equilibrio instabile e, da questa posizione, viene spostata con velocità iniziale nulla. Calcolare la reazione vincolare esercitata dall'asse di rotazione quando la sbarretta passa per la posizione di minima quota. Trascurare ogni forma di attrito. Darne anche il valore numerico sapendo che $m=2\text{kg}$ e $L=60\text{cm}$.

3) Un anello di raggio $R=50\text{ cm}$ e massa $m=4\text{kg}$ è tirato verso l'alto da una forza costante $F_1=24\text{N}$ applicata come in figura. L'anello è tenuto premuto su una parete verticale scabra ($\mu_s=0,4$) da una forza F_2 . Calcolare:

- l'accelerazione iniziale sentita dall'anello nell'ipotesi che inizi a salire di rotolamento puro;
- il valore dell'attrito esercitato sulla parete;
- il minimo valore della forza F_2 affinché l'anello non strisci.



4) Un gas perfetto biatomico è impiegato come fluido di lavoro in una macchina termica che esegue un ciclo reversibile ABCDA così formato: AB è una trasformazione isocora che raddoppia la temperatura; BC è una trasformazione isobara che raddoppia il volume; CD è una trasformazione isocora che dimezza la pressione; DA è una trasformazione isobara che riporta il gas allo stato iniziale A.

- Disegnare il ciclo nel piano di Clapeyron;
- calcolare il rendimento del ciclo;
- confrontarlo con il rendimento della macchina di Carnot che lavora tra la temperatura più alta e quella più bassa del ciclo ABCDA.

5) Due moli di un gas perfetto biatomico, inizialmente alla temperatura di 30°C , eseguono una espansione libera in cui il volume occupato del gas raddoppia, seguita da una compressione adiabatica reversibile, che riporta il volume al valore iniziale. Calcolare:

- la temperatura finale del gas
- la variazione di entropia dell'universo.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

20 giugno 2022 – soluzioni scritto di Fisica 1

1) Applichiamo la legge oraria per i tratti L e 2L:

$$L = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$2L = v_0(t_1 + t_2) + \frac{1}{2} a(t_1 + t_2)^2 = \frac{3}{2} v_0 t_1 + \frac{9}{8} a t_1^2$$

Dalla prima equazione:

$$v_0 t_1 = L - \frac{1}{2} a t_1^2$$

che sostituito nella seconda:

$$2L = \frac{3}{2} \left(L - \frac{1}{2} a t_1^2 \right) + \frac{9}{8} a t_1^2$$

Svolgendo i calcoli si ottiene:

$$L = \frac{3}{4} a t_1^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{4L}{3t_1^2} = 1 \frac{m}{s^2}$$

2) Nella posizione di minima quota il bilancio delle forze vale:

$$ma = m\omega^2 \frac{L}{2} = R - mg$$

che è equivalente a dire che la reazione vincolare deve equilibrare la forza centrifuga e la forza peso:

$$R = m\omega^2 \frac{L}{2} + mg$$

Per calcolare la velocità angolare possiamo sfruttare la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$mgL = \frac{1}{2} I \omega^2$$

dove

$$I = \frac{1}{3} mL^2$$

sostituendo

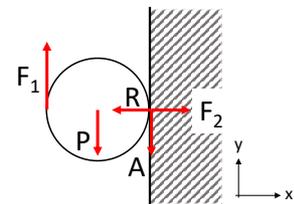
$$6 mg = mL\omega^2$$

$$R = Lm\omega^2 \frac{1}{2} + mg = 3mg + mg = 4mg = 78,4 \text{ N}$$

3a) Le 2 equazioni cardinali applicate all'anello, nell'ipotesi che ruoti intorno al proprio centro sono:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{R} + \vec{A}$$

$$I\vec{\Omega} = \vec{M}_{F_1} + \vec{M}_A$$



Scomponendo nelle direzioni x, y, rotazione oraria (coerente con il rotolamento in salita), si ottiene:

$$ma_x = 0 = F_2 - R$$

$$ma_y = ma = F_1 - P - A$$

$$I\Omega = MR^2 \frac{a}{R} = R (F_1 + A)$$

dove è stata sfruttata la condizione di rotolamento puro:

$$a = \Omega R$$

Dalla prima equazione si ricava la reazione vincolare:

$$R = F_2$$

Dalla seconda e dalla terza:

$$\begin{cases} ma = F_1 - P - A \\ ma = F + A \end{cases}$$

Sommando membro a membro si ottiene:

$$a = \frac{F}{m} - \frac{g}{2} = 1,1 \frac{m}{s^2}$$

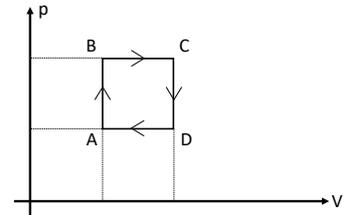
3b) per il calcolo dell'attrito sottraiamo membro a membro le equazioni a sistema:

$$A = \frac{P}{2} = \frac{mg}{2} = 19,6 N$$

3c) Per determinare il minimo valore di F_2 ipotizziamo che l'attrito esercitato sia quello massimo:

$$\begin{aligned} A &= \mu_s R = \mu_s F_2 = \frac{P}{2} \\ F_2 &= \frac{mg}{2\mu_s} = 49 N \end{aligned}$$

4a) Il ciclo termodinamico ha, nello spazio di Clapeyron, una forma quadrata:



4b) Il rendimento del ciclo può essere calcolato come:

$$\eta = \frac{L_{ciclo}}{Q_{ASSORB}} = \frac{(p_B - p_A)(V_D - V_A)}{nc_V(T_B - T_A) + nc_p(T_C - T_B)}$$

Riferendo tutto allo stato A:

$$\begin{aligned} p_B &= 2p_A \\ V_D &= 2V_A \\ T_B &= 2T_A = 2 \frac{p_A V_A}{nR} \\ T_C &= \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{p_B V_D}{nR} = 4 \frac{p_A V_A}{nR} \end{aligned}$$

Sostituendo:

$$\eta = \frac{p_A V_A}{nc_V T_A + nc_p 2T_A} = \frac{1}{\frac{5}{2} + 2 \frac{7}{2}} = \frac{2}{19} = 0,105 = 10,5\%$$

4c) il rendimento della macchina di Carnot che lavora tra la temperatura più alta e quella più bassa del ciclo ABCDA vale:

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_D} = 1 - \frac{1}{4} = 0,75 = 75\%$$

5a) L'espansione libera AB è una trasformazione isoterma e adiabatica irreversibile mentre la compressione BC è una adiabatica reversibile. La temperatura dello stato B è uguale a quella dello stato A mentre quella dello stato C può essere calcolata utilizzando la trasformazione politropica per l'adiabatica reversibile:

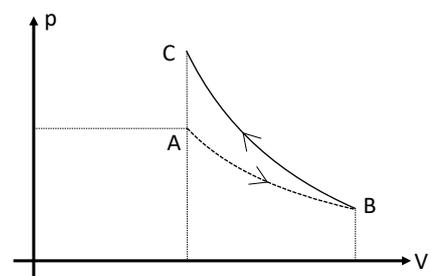
$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

dove:

$$V_B = 2V_A = 2V_C$$

da cui

$$T_C = T_B \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} = T_A 2^{\gamma-1} = 303 \cdot 2^{\frac{2}{5}} = 400 K$$



5b) Per la variazione di entropia possiamo unire lo stato A e lo stato C mediante una trasformazione reversibile a volume costante:

$$\Delta S_{Univ} = \Delta S_{gas} = \int_A^C \frac{nc_v dT}{T} = nc_v \ln \frac{T_C}{T_A} = nc_v \ln 2^{\gamma-1} = nc_v(\gamma - 1) \ln 2 = nR \ln 2 = 11,5 \frac{J}{K}$$