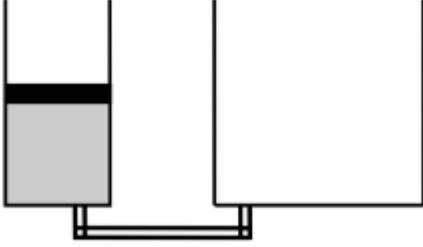




Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente

1. Un punto materiale di massa $m = 20$ g, si muove, a partire dall'istante $t=0$ s, lungo una guida circolare di raggio $R = 50$ cm, con velocità angolare $\omega(t) = kt^3$ e $k = 2$ rad/s⁴. **a)** Determinare il valore dell'accelerazione angolare nell'istante in cui compie il primo giro. **b)** Determinare il modulo della reazione vincolare espressa dalla guida circolare nel medesimo istante.
2. Due corpi di uguale materiale e massa $m=5$ kg sono collegati con un cavo elastico, assimilabile ad una molla ideale con costante elastica $k=150$ Nm⁻¹. I due corpi vengono trascinati lungo un piano orizzontale scabro, entrambi con la stessa velocità costante, da una forza costante applicata orizzontalmente ad uno di essi. Sapendo che in tali condizioni il cavo è allungato di $\Delta L=100$ mm rispetto alla sua lunghezza a riposo, si determini il valore del coefficiente di attrito dinamico tra il piano e i corpi (assumendo che la loro finitura superficiale sia la stessa).
3. Un recipiente cilindrico di sezione $s = 50$ cm² contiene 1 litro di acqua ed è superiormente chiuso tramite un pistone di massa $M = 0,1$ kg. Sul fondo, il recipiente comunica tramite un tubicino di sezione e lunghezza trascurabili col fondo di un altro contenitore cilindrico di sezione $S = 100$ cm² inizialmente vuoto. Calcolare il livello di acqua (h_1) raggiunto nel primo recipiente una volta che i due vasi sono stati posti in comunicazione.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico inizialmente a temperatura 400 K raddoppia il volume tramite una trasformazione politropica di equazione $T^2/P=\text{cost}$. Si determinino il calore assorbito e il lavoro compiuto dal gas.
5. Una macchina termica utilizza due sorgenti con temperature $T_1=1000$ °C e $T_2=500$ °C ed è in grado di fornire una potenza media $W=200$ kJ/s, avendo un rendimento pari alla metà di quello di una macchina di Carnot operante tra le due stesse temperature. Si calcoli il calore scambiato con le sorgenti e la variazione di entropia dell'universo per ogni minuto di funzionamento. (Si assuma che la macchina compia un numero intero di cicli ogni minuto di funzionamento).

Sezione TEORIA

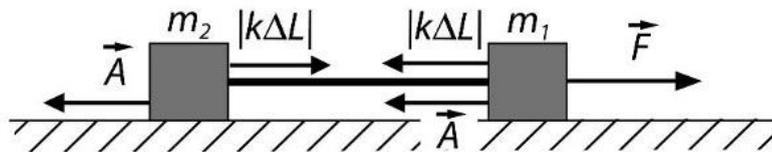
Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Definire i diversi tipi possibili di equilibrio per una forza conservativa. Per ogni tipo di equilibrio si definisca la relativa condizione sull'energia potenziale
- T2. Spiegare le differenze tra una macchina frigorifera e una pompa di calore e definire nei due casi il parametro che ne consente di valutarne la qualità.



1. L'accelerazione angolare sarà pari a $\alpha(t) = 3kt^2$, mentre l'angolo spazzato dal vettore posizione: $\vartheta(t) = k/4 t^4$. Imponendo $\vartheta(t) = 2\pi$ si calcola il tempo necessario a compiere un giro e si ricava l'accelerazione angolare in tale istante: $\alpha = 6(2\pi k)^{1/2} = 21.3 \text{ rad/s}^2$. La reazione vincolare in tale istante ha modulo pari a $m \omega^2 R$. Sostituendo il valore del tempo ricavato precedentemente si ottiene $N = ((8\pi)^{3/2} k^{1/2}) m R = 1.78 \text{ N}$
-

2. I due corpi si muovono in maniera solidale con velocità costante e pertanto la forza risultante su ognuno di essi deve essere nulla.



Considerando il corpo 2: $A = \mu_d mg = k\Delta L \Rightarrow \mu_d = 0.31$

3. All'equilibrio la pressione sul fondo dei recipienti è la stessa (principio di Pascal). Recipiente di sx: $P_{fondo} = Mg/s + \rho_{H2O} g h_1$. Per il recipiente di dx scriveremo $P_{fondo} = \rho_{H2O} g h_2$. Imponendo che il volume dell'acqua sia lo stesso, durante il travaso, avremo: $V_{tot} = S \cdot h_2 + s h_1$. Risolvendo per h_1 si ottiene $h_1 = (V_{tot} - M/\rho_{H2O} S/s)/(S+s) = 5.33 \text{ cm}$.
-

4. Da $PV=nRT$, la trasformazione politropica ha equazioni: $T^2/P=\text{cost}$; $VT = \text{cost}$; $PV^2=\text{cost}$. Dalla seconda si ottiene $T_f = T_i V_i / V_f = 200 \text{ K}$. Il calore molare è dato da $c_k = c_v + R/(1 - k) = R/2$ essendo $k=2$. Quindi il calore scambiato è dato da $Q = c_k(T_f - T_i) = -831.4 \text{ J}$ e il lavoro compiuto dal gas $L = Q - \Delta U = -R\Delta T = 1663 \text{ J}$.
-

$$5. \quad \eta = \frac{1}{2} \eta_{Carnot} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{773}{1273} \right) = 0.20$$

Considerando un minuto si ha che:

$$L = 60W = 12MJ \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{L}{\eta} = 60MJ \\ |Q_2| = |Q_1| - L = 48MJ \end{cases}$$

$$\Delta S_{Universo} = -\frac{|Q_1|}{T_1} + \frac{|Q_2|}{T_2} = 15 \frac{kJ}{K}$$