



**Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.**

1. Un proiettile di massa  $m = 100$  g viene sparato da un cannone con alzo pari a  $\theta = 45^\circ$  e velocità iniziale  $v_0 = 200$  m/s. Durante il moto, il proiettile è sottoposto ad una forza costante di modulo pari a  $0,9$  N, diretta parallelamente all'asse orizzontale ed in verso opposto alla direzione orizzontale iniziale di sparo. Calcolare: **a)** la gittata del proiettile e **b)** la sua accelerazione (in modulo, direzione e verso) all'istante in cui raggiunge la quota massima.
2. Una massa puntiforme  $m = 50$  g si trova su di un cuneo scabro ( $\mu_d = 0.4$ ), inclinato di un angolo  $\alpha = 45^\circ$  e avente massa  $M = 0.5$  kg. Il cuneo è posto sopra un piano orizzontale liscio e viene spinto da una forza costante orizzontale  $F$ . Determinare il modulo della forza  $F$  affinché la massa  $m$  scivoli lungo il cuneo con velocità costante.
3. Calcolare la velocità con cui deve essere lanciato un corpo dalla superficie terrestre lungo l'asse di congiunzione terra – luna (distanza terra – luna =  $384000$  km) in modo che il corpo si fermi nel punto in cui il campo gravitazionale del sistema terra – luna è nullo.  
[ $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $R_T = 6400$  km,  $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg,  $M_L = 0.07 \cdot 10^{24}$  kg].
4. 10 moli di un gas perfetto monoatomico si trovano inizialmente in uno stato A caratterizzato da temperatura  $T_A = 100$  K in un contenitore isolato di volume  $V_A = 0.1$  m<sup>3</sup>. Mantenendo il volume del contenitore costante, nel contenitore viene rapidamente inserito un solido di massa  $m = 500$  g, calore specifico pari a  $c = 1$  J/gK e volume pari a  $1/4 V_A$  a temperatura  $T_S = 200$  K. Raggiunto l'equilibrio (stato B), il gas viene riportato nello stato A mediante una trasformazione lineare nel piano P-V. Determinare il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione BA
5. Un condizionatore assorbe una quantità di energia  $L_0 = 360$  kJ in un'ora compiendo  $n = 100$  cicli/min. Sapendo che la temperatura esterna alla stanza condizionata è  $T_c = 30$  °C e che l'efficienza frigorifera della macchina è pari a  $\varepsilon = 3$ , calcolare la variazione di entropia dell'ambiente.

**Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1. Illustrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema adiabatico non può diminuire.



----- SOLUZIONI -----

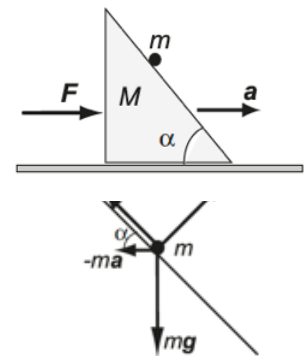
1. Il moto del proiettile nel piano è definito a partire dalle due forze agenti  $\mathbf{P}$  ed  $\mathbf{F}$  che sono responsabili delle due accelerazioni dirette lungo  $\mathbf{y}$  (pari a  $g$ ) e lungo  $\mathbf{x}$  (pari ad  $F/m$ ). Per trovare la gittata si scriverà:  $y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$  da cui il tempo di caduta è pari a  $t_c = 2v_{0y}/g$ . ( $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ ). La gittata sarà dunque pari a  $x_G = v_{0x} * 2v_{0y}/g - \frac{1}{2} F/m (2v_{0y}/g)^2 = 337 \text{ m}$ . L'accelerazione del corpo è costante:  $\mathbf{a} = (\mathbf{P}+\mathbf{F})/m$ . E' un vettore di modulo  $a = 17.72 \text{ N}$  che forma un angolo di  $227.5^\circ$  (ottenibile a partire dalle componenti  $a_y$  ed  $a_x$ ) con l'orizzontale (asse  $x$ ).

2. In un riferimento solidale con il cuneo, affinché la massa  $m$  scenda con velocità costante, deve essere nullo il risultante delle forze su di essa applicate:  $m\vec{g} + \vec{R} + \vec{A} - m\vec{a} = 0$

Proiettando la relazione lungo il piano inclinato si ha che:

$$-mg \sin \alpha + \mu_s (mg \cos \alpha + ma \sin \alpha) + ma \cos \alpha = 0$$

$$\text{da cui si ricava: } a = 4.2 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow F = (M + m)a = 2.31 \text{ N}$$



3. La forza si annulla imponendo  $-G m M_T / x^2 + G m M_L / (D_{TL} - x)^2 = 0$  (ad una distanza  $x$  dal centro della terra e essendo  $D_{TL}$  la distanza terra luna). Risolvendo per  $x$  si ottengono due soluzioni:  $0.43 \cdot 10^6 \text{ km}$  e  $0.34 \cdot 10^6 \text{ km}$ . Si scarta la prima in quanto maggiore della  $D_{TL}$ . La velocità di lancio per raggiungere tale distanza  $x$  finale si calcola imponendo la conservazione dell'energia meccanica nel sistema:  $\frac{1}{2} m v_0^2 - G m M_T / R_T - G m M_L / (D_{TL} - R_T) = -G m M_T / x - G m M_L / (D_{TL} - x)$ . Si ricava dunque  $v_0 = 11 \text{ km/s}$

4. Lo stato iniziale è caratterizzato da  $V_A$ ,  $T_A$  e  $P_A = nRT_A/V_A$ . Lo stato B è caratterizzato da volume  $V_B = 3/4V_A$ . La temperatura  $T_B$  si ottiene dall'equilibrio termico tra il solido e il gas ed è data da  $T_S = \frac{mcT_S + nc_V T_A}{mc + nc_V} = 180 \text{ K}$ . La pressione è  $P_B = nRT_B/V_B = 4/3nRT_B/V_A$ . Dovendo tornare in A con una trasformazione lineare nel piano P-V, il lavoro compiuto dal gas è dato dall'area del trapezio  $L_{BA} = \frac{1}{2}(P_A + P_B)(V_A - V_B) = 1.45 \text{ kJ}$ .

---

5. La macchina assorbe  $Q_2$  dall'ambiente che raffredda (sorgente fredda); l'efficienza frigorifera è data da  $\varepsilon = Q_2/|L|$  e sia ha che  $Q_1 = Q_2 + |L| = |L|(1 + \varepsilon)$   
Il lavoro assorbito dalla macchina in un ciclo è  $|L| = L_0/60n = 60 \text{ J}$ .  
Il calore fornito all'ambiente esterno (sorgente calda) per ogni ciclo è quindi pari a  $Q_1 = 240 \text{ J}$ .  
La variazione di entropia dell'ambiente per ciclo è  $\Delta_{est} = Q_1/T_C = 0.79 \text{ J/K}$ :

[il testo circolato in aula, non conteneva l'esplicito riferimento al calcolo su 5h quindi verrà considerato valido il compito in cui lo studente ha effettuato il calcolo per ciclo termodinamico.]

Dopo 5 h di funzionamento il calore fornito all'esterno è  $Q_{tot} = 5 Q_1 60n = 7.2 \text{ MJ}$

La variazione di entropia dell'ambiente è  $\Delta_{est} = Q_{tot}/T_C = 23.7 \text{ kJ/K}$ :

---