



Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un proiettile di massa $m = 100$ g viene sparato da un cannone con alzo pari a $\theta = 45^\circ$ e velocità iniziale $v_0 = 200$ m/s. Durante il moto, il proiettile è sottoposto ad una forza costante di modulo pari a 0,9 N, diretta parallelamente all'asse orizzontale ed in verso opposto alla direzione orizzontale iniziale di sparo. Calcolare: **a)** la gittata del proiettile e **b)** la sua accelerazione (in modulo, direzione e verso) all'istante in cui raggiunge la quota massima.
2. Una massa puntiforme $m = 50$ g si trova su di un cuneo scabro ($\mu_d = 0.4$), inclinato di un angolo $\alpha = 45^\circ$ e avente massa $M = 0.5$ kg. Il cuneo è posto sopra un piano orizzontale liscio e viene spinto da una forza costante orizzontale F . Determinare il modulo della forza F affinché la massa m scivoli lungo il cuneo con velocità costante.
3. Calcolare la velocità con cui deve essere lanciato un corpo dalla superficie terrestre lungo l'asse di congiunzione terra – luna (distanza terra – luna = 384000 km) in modo che il corpo si fermi nel punto in cui il campo gravitazionale del sistema terra – luna è nullo.
[$M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $R_T = 6400$ km, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg, $M_L = 0.07 \cdot 10^{24}$ kg].
4. 10 moli di un gas perfetto monoatomico si trovano inizialmente in uno stato A caratterizzato da temperatura $T_A = 100$ K in un contenitore isolato di volume $V_A = 0.1$ m³. Mantenendo il volume del contenitore costante, nel contenitore viene rapidamente inserito un solido di massa $m = 500$ g, calore specifico pari a $c = 1$ J/gK e volume pari a $1/4 V_A$ a temperatura $T_S = 200$ K. Raggiunto l'equilibrio (stato B), il gas viene riportato nello stato A mediante una trasformazione lineare nel piano P-V. Determinare il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione BA
5. Un condizionatore assorbe una quantità di energia $L_0 = 360$ kJ in un'ora compiendo $n = 100$ cicli/min. Sapendo che la temperatura esterna alla stanza condizionata è $T_c = 30$ °C e che l'efficienza frigorifera della macchina è pari a $\varepsilon = 3$, calcolare la variazione di entropia dell'ambiente dopo 5h di funzionamento.

Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Illustrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema adiabatico non può diminuire.



----- SOLUZIONI -----

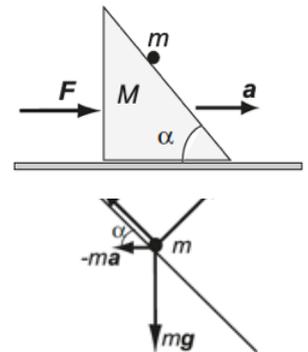
1. Il moto del proiettile nel piano è definito a partire dalle due forze agenti \mathbf{P} ed \mathbf{F} che sono responsabili delle due accelerazioni dirette lungo \mathbf{y} (pari a g) e lungo \mathbf{x} (pari ad F/m). Per trovare la gittata si scriverà: $y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$ da cui il tempo di caduta è pari a $t_c = 2v_{0y}/g$. ($v_{0y} = v_0 \sin\theta$). La gittata sarà dunque pari a $x_G = v_{0x} * 2v_{0y}/g - \frac{1}{2} F/m (2v_{0y}/g)^2 = 337 \text{ m}$. L'accelerazione del corpo è costante: $\mathbf{a} = (\mathbf{P}+\mathbf{F})/m$. E' un vettore di modulo $a = 17.72 \text{ m/s}^2$ che forma un angolo di 227.5° (ottenibile a partire dalle componenti a_y ed a_x) con l'orizzontale (asse x).

2. In un riferimento solidale con il cuneo, affinché la massa m scenda con velocità costante, deve essere nullo il risultante delle forze su di essa applicate: $m\vec{g} + \vec{R} + \vec{A} - m\vec{a} = 0$

Proiettando la relazione lungo il piano inclinato si ha che:

$$-mg \sin \alpha + \mu_s (mg \cos \alpha + ma \sin \alpha) + ma \cos \alpha = 0$$

$$\text{da cui si ricava: } a = 4.2 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow F = (M + m)a = 2.31 \text{ N}$$



3. La forza si annulla imponendo $-G m M_T / x^2 + G m M_L / (D_{TL} - x)^2 = 0$ (ad una distanza x dal centro della terra e essendo D_{TL} la distanza terra luna). Risolvendo per x si ottengono due soluzioni: $0.43 \cdot 10^6 \text{ km}$ e $0.34 \cdot 10^6 \text{ km}$. Si scarta la prima in quanto maggiore della D_{TL} . La velocità di lancio per raggiungere tale distanza x finale si calcola imponendo la conservazione dell'energia meccanica nel sistema: $\frac{1}{2} m v_0^2 - G m M_T / R_T - G m M_L / (D_{TL} - R_T) = -G m M_T / x - G m M_L / (D_{TL} - x)$. Si ricava dunque $v_0 = 11 \text{ km/s}$

4. Lo stato iniziale è caratterizzato da V_A , T_A e $P_A = nRT_A/V_A$. Lo stato B è caratterizzato da volume $V_B = 3/4V_A$. La temperatura T_B si ottiene dall'equilibrio termico tra il solido e il gas ed è data da $T_S = \frac{mcT_S + nc_V T_A}{mc + nc_V} = 180 K$. La pressione è $P_B = nRT_B/V_B = 4/3nRT_B/V_A$. Dovendo tornare in A con una trasformazione lineare nel piano P-V, il lavoro compiuto dal gas è dato dall'area del trapezio $L_{BA} = \frac{1}{2}(P_A + P_B)(V_A - V_B) = 1.45 kJ$.
-
-

5. La macchina assorbe Q_2 dall'ambiente che raffredda (sorgente fredda); l'efficienza frigorifera è data da $\varepsilon = Q_2/|L|$ e sia ha che $Q_1 = Q_2 + |L| = |L|(1 + \varepsilon)$
Il lavoro assorbito dalla macchina in un ciclo è $|L| = L_0/60n = 60 J$.
Il calore fornito all'ambiente esterno (sorgente calda) per ogni ciclo è quindi pari a $Q_1 = 240 J$.
La variazione di entropia dell'ambiente per ciclo è $\Delta_{est} = Q_1/T_C = 0.79 J/K$:
Dopo 5 h di funzionamento il calore fornito all'esterno è $Q_{tot} = 5 Q_1 60n = 7.2 MJ$
La variazione di entropia dell'ambiente è $\Delta_{est} = Q_{tot}/T_C = 23.7 kJ/K$:
-
-