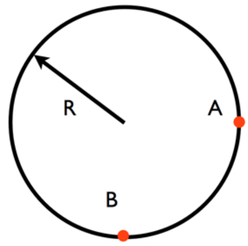
Università degli Studi di Roma Sapienza
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

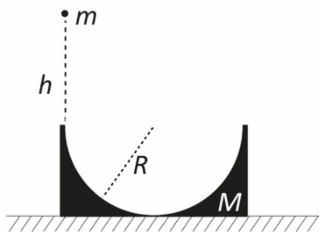
Prova di esame del 24 gennaio 2022
a.a. 2020-21

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un punto si muove lungo una circonferenza di raggio R = 0.7 m. Esso parte dalla posizione A (θ = 0) con velocità angolare iniziale nulla e fino ad una seconda posizione B (θ = $3\pi/2$) si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione angolare α = 3 rad/s^2. Dopo B frena uniformemente, continuando il moto sulla circonferenza, fino a fermarsi in A. Calcolare:
a) il tempo impiegato nello spostamento tra A e B;
b) l'accelerazione normale in B;
c) l'accelerazione tangenziale tra B ed A (tratto finale).



2. Una scodella semisferica, con raggio *R = 15 cm*, di massa *M = 1 kg* è appoggiata su un piano orizzontale privo di attrito. Un punto materiale di massa *m = 20 g* viene lasciato cadere da una altezza *h = 1m*, misurata a partire dal bordo della scodella, posto esattamente sulla verticale del bordo interno sinistro della scodella. Calcolare la velocità del punto materiale al suo passaggio nel punto più basso della scodella, trascurando ogni forma di attrito.



3. Un cubo di lato L = 10 cm è formato dall'unione di due parallelepipedi di uguale forma, entrambi di altezza $L/2$, ma di due materiali A e B di diverse densità ρ_A e ρ_B, essendo ρ_B uguale a 1/3 della densità dell'acqua. In assenza di vincoli, il cubo è in equilibrio completamente immerso in acqua, da considerarsi come un fluido ideale. Da questa posizione, il cubo viene ruotato in modo che la faccia che separa le due metà sia verticale e viene quindi lasciato libero di muoversi. Calcolare la densità del materiale A e la risultante delle forze e dei momenti rispetto al centro di massa nell'istante iniziale in cui il cubo ruotato viene lasciato libero.

4. Due moli di gas perfetto biatomico eseguono una trasformazione ciclica tra tre stati termodinamici A->B->C come segue:
A->B: partendo da A, il gas scambia reversibilmente calore a volume costante, fino ad arrivare a B (T_B = 500K);
B->C: il gas compie una espansione isoterma, anche essa reversibile, che lo porta nello stato C, assorbendo il calore Q_{BC} = 4238 J***;***
C->A: il gas viene messo in contatto con un bagno termico ad una temperatura T_A. La trasformazione irreversibile che segue avviene abbastanza lentamente da poter considerare istante per istante ben definito lo stato termodinamico del gas, che viene mantenuto a pressione costante. Quando si raggiunge nuovamente l'equilibrio termico il gas si trova nuovamente in A.
Calcolare le variazioni di entropia: ***a)*** del gas tra gli stati A e B (ΔS_{AB}); ***b)*** dell'universo (ΔS_U) dopo una trasformazione ciclica completa.

5. Una mole di gas perfetto monoatomico occupa inizialmente un volume V_0 alla temperatura T_0 = 300 K. Il gas si espande fino a raddoppiare il suo volume seguendo una trasformazione reversibile di equazione $p= p_0 (V_0/V)^2$, avendo indicato con p_0 la pressione iniziale. Si calcolino: ***a)*** la temperatura finale del gas; ***b)*** il calore scambiato dal gas nella trasformazione.

Sezione TEORIA - ***Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

T1. Spiegare perché il valore di $|\vec{g}|$ dipende dalla latitudine terrestre e dare una stima dell'intervallo dei valori possibili.

T2. Illustrare la I esperienza di Joule (equivalente meccanico della caloria).

Università degli Studi di Roma Sapienza
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 24 gennaio 2022
a.a. 2020-21

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

1. La prima parte del moto si svolge con accelerazione angolare costante. Si scriverà dunque: $\vartheta = 0.5\ \alpha t^2$ e dunque il t_{AB} si calcola come: $\boldsymbol{t_{AB} = \sqrt{(3\pi/\alpha)} = 1.77\ s}$. La velocità ω in B è pari a $\omega = \alpha t$ =5.32 rad/s e dunque l'accelerazione centripeta è pari ad $\boldsymbol{\omega^2 R = 19.8\ m/s^2}$. La relazione tra ω, ϑ ed α nel moto decelerato uniformemente è $\omega^2_f - \omega^2_i = 2\alpha'(\vartheta_f - \vartheta_i)$ e quindi $\boldsymbol{\alpha' = -9\ rad/s^2}$; $\boldsymbol{a_T = -6.31\ m/s^2}$

---

2. La scodella si muoverà orizzontalmente con una quantità di moto pari ed opposta a quella orizzontale del punto materiale e si avrà conservazione dell'energia meccanica.

Nel punto più basso della scodella le velocità sono tutte orizzontali e si ha:

$$mg(h+R) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2.$$

Dalla conservazione della quantità di moto orizzontale abbiamo:

$$mv + MV = 0 \quad \text{da cui} \quad \boldsymbol{v = \sqrt{2g(h+R)\frac{M}{M+m}} = 4.70\ m/s}$$

---

3. Nella posizione di equilibrio la faccia che separa i volumi di materiale diverso è orizzontale e il peso bilancia la spinta di Archimede, ottenendo $\rho_A + \rho_B = 2\rho_{H2O}$ e quindi $\boldsymbol{\rho_A = 2\rho_{H2O} - \rho_B = 5/3\ \rho_{H2O} = 1.67\ g/cm^3}$**.** Quando il cubo viene ruotato, il peso bilancia ancora la spinta di Archimede quindi **la risultante delle forze esterne è nulla**. Il centro di massa si trova sul segmento congiungente i centri delle due metà del cubo a distanza $x_{cm} = L/2\,(\rho_{H2O} - \rho_B)/\rho_{H2O}$=3.33cm dal centro del cubo, ovviamente più vicino al centro della metà di materiale A. Il momento delle forze esterne può essere calcolato considerando separatamente i contibuti dei momenti dei pesi P_A e P_B e delle spinte di Archimede A_A e A_B e considerando le distanze dei punti di applicazione dal centro di massa dati da $L/2 - x_{cm}$ e $L/2 + x_{cm}$ (…se volete provate a fare i conti…). Un modo più semplice è considerare che il peso totale del cubo è applicato proprio nel centro di massa (momento nullo) mentre la spinta di Archimede complessiva è applicata nel centro geometrico del cubo (ovvero al baricentro del fluido spostato). Il suo momento rispetto al centro di massa è quindi $\boldsymbol{M = L^3 g \rho_{H2O} x_{cm} = \frac{1}{2}L^4 g(\rho_{H2O} - \rho_B) = 0.33\ N\cdot m}$

---

4. Il gas compie un ciclo: $\Delta S_{gas} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0$

a) $nc_V \, ln\frac{T_B}{T_A} + \frac{Q_{BC}}{T_B} + nc_p \, ln\frac{T_A}{T_B} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_A = T_B e^{-Q_{BC}/nRT_B} = 300\ \mathrm{K}$

$\Delta \boldsymbol{S_{AB}} = \mathbf{21.2}\ \boldsymbol{J/K}$

b) Durante le trasformazioni reversibili AB e BC l'entropia dell'universo non cambia.

$$\Delta \boldsymbol{S_{univ}} = (\Delta S_{CA})_{gas} + (\Delta S_{CA})_{bagno\ termico} = nc_p \, ln\frac{T_A}{T_B} + \frac{-nc_p(T_A - T_B)}{T_A} = \mathbf{9.11\ J/K}$$

---

5. Considerato il volume iniziale del gas, si calcola che la sua pressione iniziale è pari a $p_0 = p_k$, mentre quella finale vale $p_k/4$ ovvero $p_0/4$. La temperatura finale del gas quindi varrà:

$T_f = p_fV_f/nR = p_k V_0/2nR = T_0/2$ = 150 K. Il calore assorbito può essere calcolato tramite il 1° principio della TD dal calcolo del L e di ΔU. $\Delta U = nc_V(T_f\text{-}T_0) = -\frac{3}{4}\, nRT_0$ mentre $L = \int pdV$ e quindi $L = p_k V_0 /2$.

Utilizzando $\boldsymbol{Q = L + \Delta U = nRT_0\ (1/2 - 3/4) =}$ **-623,25 J**
