SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I

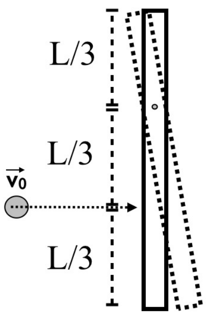
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 12 gennaio 2023
APPELLO ordinario – a.a. 2021-22

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente

1. Un punto materiale si muove con moto uniformemente accelerato, percorrendo una distanza pari a s = 150 m in un tempo t = 10 s. Assumendo che la sua velocità iniziale sia nulla e sapendo che al tempo t il modulo della sua accelerazione è pari a 7 ms^{-2}, si calcoli il raggio di curvatura della traiettoria in corrispondenza della posizione raggiunta dal punto materiale al tempo t.

2. Una sbarra sottile, di massa M = 2.7 kg e lunghezza L = 120 cm è appesa ad un perno sottile orizzontale (posto ad una distanza L/3 da uno degli estremi) e può ruotare liberamente intorno ad esso (vedi figura). La sbarra è inizialmente in quiete, quando viene colpita orizzontalmente (a distanza L/3 dall'estremità inferiore libera) da un proiettile di massa m = 0.7 kg, con velocità v_0 diretta come in figura. Supponendo che l'urto con il proiettile sia perfettamente anelastico, determinare la minima velocità del proiettile sufficiente per far compiere almeno un giro alla sbarra (si trascuri ogni attrito).



3. Una lastra di massa M = 1000 kg e con densità omogenea, galleggia sull'acqua, essendo immersa fino ad un'altezza h_1 = 10 cm. Un uomo sale sulla lastra che di conseguenza affonda ulteriormente e, quando l'uomo raggiunge il centro della lastra (ovvero si viene a trovare sulla verticale del centro di massa della lastra), risulta quindi immersa fino ad una altezza h_2 = 11 cm. Determinare la massa dell'uomo.

4. Una mole di gas ideale, inizialmente in uno stato termodinamico A con una temperatura T_A= 600K, compie un ciclo reversibile formato da una espansione adiabatica che lo porta ad una temperatura T_B = 300 K, una compressione isoterma che riporta il gas al volume iniziale V_A ed una trasformazione isocora che riporta il gas allo stato iniziale. Si calcoli il rendimento del ciclo.

5. Un recipiente cilindrico termicamente isolato è diviso da un pistone di volume e massa trascurabile in due scomparti uguali, di cui uno è occupato da n = 0.5 moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura T_1 = 27 °C, mentre l'altro è vuoto. A un certo istante il pistone viene sbloccato così che possa muoversi liberamente e il gas possa occupare l'intero volume del cilindro. Successivamente la pressione sul pistone viene gradualmente aumentata fino a riportare, reversibilmente, il gas a occupare il volume iniziale. Si determini: a) la variazione di energia interna del gas e b) la variazione di entropia del gas, per ciascuna delle due trasformazioni.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Dimostrare che un corpo rigido non può effettuare moto di puro rotolamento su di un piano verticale se tale piano è un sistema di riferimento inerziale.

T2. Giustificare la relazione α = 3*λ che sussiste tra il coefficiente di espansione lineare (λ) e volumico (α) di un corpo che modifica la propria temperatura e determinarne le condizioni di validità.

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame del 12 gennaio 2023
APPELLO ordinario – a.a. 2021-22

E1.
$$\left.\begin{array}{l} s=\frac{1}{2}a_t t^2 \Rightarrow \quad a_t = 3m/s^2 \Rightarrow \quad v = a_t t = 30m/s \\ a=\sqrt{a_t^2+a_n^2} \Rightarrow \quad a_n = 6.32m/s^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = 142m$$

E2. Il momento di inerzia dell'asta rispetto al polo (tramite HS) è *I = 1/12 ML² + 1/36 ML² = 1/9 ML²*. Dopo l'urto I_{tot} sarà *I + m(L/3)² = 1/9 (M+m)L²*. Applichiamo la conservazione del momento angolare: *L/3 mv₀ = L_in = L_fin = I_tot ω*. Si ottiene quindi *ω = 3mv₀ / (m + M) L*. Durante il moto del sistema asta + massa si conserva l'energia meccanica. Nella condizione di "velocità minima iniziale" il corpo arriva in posizione verticale fermo. Si avrà quindi: *1/2 I_tot ω²* >= *2 (mgL/3 + MgL/6) = 1/3 gL (2m+M)*. Si ricava: *v₀* >= *√[2/3 * {(M+m) (2m+ M) /m² }* gL]* = **14.9 m/s**.

E3. Inizialmente $Mg = S\rho g h_1$ dove S è la superficie della lastra e ρ è la densità dell'acqua.
Quando sale l'uomo $mg + Mg = S\rho g h_2$. Ricavando dalla prima condizione $S = M/\rho h_1$ e sostituendo nella seconda si ottiene $m = M(h_2 - h_1)/h_1$ = **100 kg**.

E4. Per la trasformazione adiabatica: $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

Per la trasformazione isoterma: $Q_c = -RT_B \, ln \frac{V_B}{V_A} = -\frac{RT_B}{\gamma - 1} ln \frac{T_A}{T_B}$

Per la trasformazione isocora: $Q_a = c_v (T_A - T_B)$

Il rendimento sarà quindi pari a: $\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{T_B}{T_A - T_B} ln \frac{T_A}{T_B} = 0.307$

E5. La prima trasformazione del gas è una espansione libera irreversibile. La seconda è una compressione adiabatica reversibile. Nella prima trasformazione ΔU = **0 J** e $\Delta S = nR\, ln(V_f/V_i)$ = **2.9 J/K**. Nella seconda trasformazione $\Delta U = nc_v \, \Delta T$ e ΔS = **0 J/K.** Per l'adiabatica reversibile: $TV^{\gamma-1}$ = costante ed otteniamo: $T_3 = T_2 \, (V_2/V_3)^{\gamma-1}$ ed imponendo $T_2 = T_1$ otteniamo: $\Delta U = ncv \, \Delta T = n \, 3/2 \, R \, (2^{\gamma-1} - 1)T_1$ = **1.1 kJ**.