SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
14 luglio 2023 – prova scritta di Fisica Generale

1) Due casse uguali di legno di massa totale m_1=5 kg e m_2=10 kg rispettivamente sono collegate insieme da una molla ideale di costante elastica k=50N/m. La massa m_1 è tirata da una forza orizzontale di modulo F=15N, tale che i due corpi si muovano con la stessa velocità costante su un piano orizzontale scabro. Determinare l'allungamento della molla e il valore del coefficiente di attrito dinamico tra il piano e le casse di legno.

2) Una sbarra omogenea di massa m=200g e lunghezza L è appoggiata su un piano orizzontale privo di attrito. Un impulso $\mathcal{J}$=2 Ns ortogonale all'asse della sbarra ma applicato ad un suo estremo la mette in moto. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza impulsiva.

3) 180 m^3 di aria alla pressione atmosferica devono essere trasferiti in un'ora in un recipiente alla pressione di 1,2 Mpa. Calcolare la potenza del compressore, supponendo la compressione isoterma e reversibile e l'aria un gas perfetto.

4) Si consideri il seguente scenario: una sfera cava e vuota di raggio *R* la cui carica *Q* è disposta solo e unicamente sulla superficie esterna (di spessore trascurabile) ed una carica *q* posta all'infinito. Si calcoli il lavoro necessario, nel vuoto, per potare la carica *q* dall'infinito al centro della sfera assumendo lo spessore del guscio sferico trascurabile.
[*Q*=300μC, *R*=1mm, *q*=1nC]

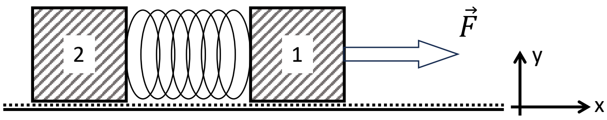
5) Un generatore di resistenza interna r=5Ω è collegato, mediante un circuito di resistenza trascurabile, ad un resistore di resistenza R=100Ω. Sapendo che l'energia dissipata nel resistore in un tempo Δt=1ms è 10^{-3}J, determinare la forza elettromotrice del generatore e la corrente che circola nel circuito.

6) Un circuito rettangolare, di lati *a* e *b* con un lato *a* libero di scorrere, è posto in un piano ortogonale ad un campo di induzione magnetica B uniforme e variabile nel tempo secondo la legge *B=kt*, dove k è una costante positiva. Si determini la forza (modulo direzione e verso) che bisognerebbe applicare al lato mobile per tenerlo fermo, considerando che il circuito ha una resistenza elettrica di *R.*

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
14 luglio 2023– Soluzioni dello scritto di Fisica Generale

1) Scriviamo il bilancio delle forze per i due corpi:



$$\begin{cases} m_1\vec{a} = 0 = \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F} \quad + \vec{A}_1 + \vec{F}_E \\ m_2\vec{a} = 0 = \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{A}_2 + \vec{F}_E \end{cases}$$

Scomponendo lungo la direzione y si ottiene:

$$\begin{cases} R_1 = P_1 \\ R_2 = P_2 \end{cases}$$

Scomponendo lungo la direzione x si ottiene:

$$\begin{cases} F - A_1 - F_E = 0 \\ \quad -A_2 + F_E = 0 \end{cases}$$

Sommando membro a membro si ottiene:

$$F - A_1 - A_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \mu_d = \frac{F}{(m_1 + m_2)g} = 0{,}1$$

dalla seconda:

$$F_E = A_2 \quad \rightarrow \quad \Delta l = \frac{\mu_d m_2 g}{k} = 0{,}2m$$

2) Dal teorema delle forze vive:

$$L = \Delta T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

D'altra parte l'applicazione di un impulso produce una variazione della quantità di moto e una variazione del momento della quantità di moto:

$$\begin{cases} \mathcal{J} = mv \\ \mathcal{J} \cdot \frac{l}{2} = I\omega \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} v = \frac{\mathcal{J}}{m} \\ \omega = \frac{\mathcal{J}l}{2I} = \frac{\mathcal{J}l}{2\frac{1}{12}ml^2} = \frac{6\mathcal{J}}{ml} \end{cases}$$

Sostituendo:

$$L = \frac{\mathcal{J}^2}{2m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12}ml^2 \cdot \left(\frac{6\mathcal{J}}{ml}\right)^2 = \frac{2\mathcal{J}^2}{m} = 40\,J$$

3) Il lavoro di 1h per una compressione isoterma reversibile è:

$$L = nRT\ln\frac{V_{FIN}}{V_{IN}} = p_{IN}V_{IN}\ln\frac{p_{IN}}{p_{FIN}} = -4{,}47 \cdot 10^7 J$$

$$W = \frac{|L|}{\Delta t} = 12{,}4\,kW$$

4) Calcolo il campo elettrico. Osservo che per *r>R (*e *r=R)*, la sfera è equivalente a una carica puntiforme con carica *Q*. All'interno, non essendoci carica, non vi è campo elettrico: infatti usando il teorema di Gauss osservo che per ogni sfera con *r<R* considerata, non contenendo carica, nessun campo elettrico può essere generato. Ergo:

$$\begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} & r \geq R \end{cases}$$

Da quest'ultima espressione, integrando ottengo il potenziale

$$\begin{cases} const. & r < R \\ -\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r} + const. & r \geq R \end{cases}$$

Ricordando che il lavoro per spostare una carica da *A* a *B* è pari a $L=-q\,\Delta V=q(V_A-V_B)$, calcolo

$$L_{\infty\to 0} = L_{\infty\to R} + L_{R\to 0} = L_{\infty\to R} = -q(V_\infty - V_R) = qV_R = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = 2{,}7J$$

5) L'energia dissipata per effetto Joule nella resistenza è

$$\mathcal{E} = Ri^2\,\Delta t$$

da cui

$$i = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{R\Delta t}} = 0{,}1\ A.$$

La forza elettromotrice vale quindi

$$f_{em} = i(r+R) = 10.5\ V.$$

6) Poiché il flusso del campo B varia nella spira viene indotta nel circuito una corrente I:

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}(abB) = -\frac{abk}{R}$$

Per la seconda formula di Laplace sul tratto mobile *a* si eserciterà una forza di modulo:

$$F = IaB = \frac{abk}{R}\cdot a\cdot kt$$

Che tenderà verso l'interno della spira. Quindi bisognerà applicare una forza di modulo

$$F = \frac{a^2bk^2}{R}t$$

ed orientata verso l'esterno per mantenere fermo il tratto mobile *a*.