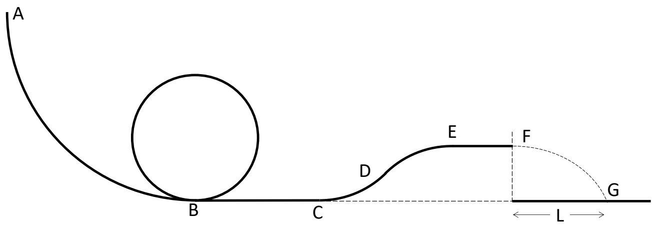
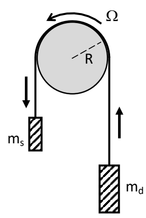
Ingegneria Civile – prova scritta di Fisica Generale
05 settembre 2023

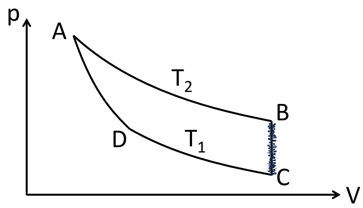
1) Una pista per le macchinette è formata da pezzi componibili o dritti o circolari. Inizialmente vi è una discesa AB di raggio R=30 cm, seguita da un giro della morte di raggio R/3, che immette su un tratto rettilineo BC orizzontale lungo 5cm. Successivamente è presente una salita formata da due tratti CD e DE di raggio R/2 di concavità opposte, entrambi sottesi ad un angolo $\frac{\pi}{4}$ e raccordati insieme. Questa salita immette in un tratto rettilineo orizzontale EF lungo 3 cm. Determinare la velocità delle macchinette nel punto F. In questo punto F la pista si interrompe bruscamente: con quale velocità (in modulo) le macchinette arriveranno in G? Trascurare gli attriti.



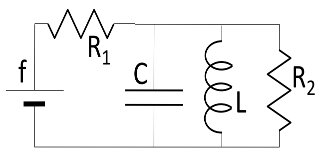
2) Un motore aziona una carrucola di raggio R e massa m_c che può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Il motore imprime una rotazione in senso antiorario di accelerazione angolare costante Ω. Due corpi di massa m_s ed m_d $(m_s \leq m_d)$ sono collegati tramite una fine ideale che passa per la carrucola, e vengono fatti rispettivamente salire e scendere dal motore. Non c'è strisciamento tra fune e carrucola. Calcolare le tensioni dei due tratti di fune a destra e a sinistra della carrucola e il momento meccanico del motore.



3) Nel ciclo termodinamico mostrato in figura, una mole di gas perfetto monoatomico viene a contatto con 2 sorgenti termiche alla temperatura T_1=250 K e T_2=350 K rispettivamente. Così facendo, il gas compie una espansione isoterma reversibile AB che triplica il volume, una trasformazione isocora irreversibile BC seguita da una compressione isoterma reversibile CD e un'adiabatica reversibile DA. Calcolare il lavoro compiuto nel ciclo e il calore scambiato dal gas nella trasformazione BC.



4) Il circuito in figura è a regime. Determinare la corrente erogata dal generatore, la carica sul condensatore e la differenza di potenziale ai capi dell'induttore (f=6V, R_1=4 kΩ, R_2=8 kΩ, C=20 nF, L=0,4 mH).



5) Un tubo metallico, da considerarsi infinitamente lungo con raggio interno R_{int} ed esterno R_{est}, viene caricato con una carica che si dispone con densità per unità di lunghezza uniforme pari a λ. Scrivete le espressioni sia del campo elettrico, sia del potenziale elettrostatico in funzione della distanza r dall'asse del tubo per $0<r<\infty$.

6) Un disco conduttore di raggio R=20cm ruota con velocità angolare ω=5 Hz antioraria intorno al proprio asse. Un campo magnetico B_0=10 T è uniformemente distribuito nella regione di spazio dove è presente il disco, ed è parallelo all'asse del disco (e parallelo al suo momento angolare). Determinare la differenza di potenziale tra il centro del disco ed il suo bordo.

Ingegneria Civile – Soluzioni dello scritto di Fisica Generale
05 settembre 2023

1) Poiché non ci sono attriti si può applicare la conservazione dell'energia:

$$mgh_{AF} = \frac{1}{2}mv_F^2$$

dove h_{AF} è la distanza verticale tra il punto A e il punto F (preso come zero di energia potenziale):

$$h_{AF} = h_{AB} - h_{CE}.$$
$$h_{AB} = R$$
$$h_{CE} = 2\left[\frac{R}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right)\right] = R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad \rightarrow \quad h_{AF} = R - R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = R\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\boldsymbol{v_F = \sqrt{\sqrt{2}gR} = 2,04\frac{m}{s}}$$

La velocità in G si calcola ancora con la conservazione dell'energia meccanica ipotizzando che lo zero di energia potenziale sia in G:

$$mgR = \frac{1}{2}mv_G^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_G = \sqrt{2gR} = 2,43\frac{m}{s}}$$

2) le equazioni che descrivono il sistema sono:

$$m_s a = m_s g - T_s$$
$$m_d a = T_d - m_d g$$
$$I\Omega = M_{motore} + (T_s - T_d)R$$
$$\Omega \mathrm{R} = \mathrm{a}$$

Risolvendo si ottiene:

$$T_s = m_s(g - a) = m_s(g - \Omega\mathrm{R})$$
$$T_d = m_d(g + a) = m_d(g + \Omega\mathrm{R})$$
$$\boldsymbol{M_{motore} = R\left[\Omega R\left(\frac{1}{2}m_c + m_s + m_d\right) + g(m_d - m_s)\right]}$$

3) Il lavoro del ciclo coincide con l'area intera. Poiché la trasformazione irreversibile è isocora, il suo lavoro è nullo. Quindi:

$$L_{AB} = n\,RT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} = RT_2 \ln 3 = 3197\,J$$
$$L_{CD} = n\,RT_1 \ln\frac{V_D}{V_B}$$
$$L_{DA} = -\Delta U_{DA} = c_v(T_1 - T_2) = -1247\,J$$

In questo calcolo non conosciamo il volume V_D che può essere determinato usando la politropica per la trasformazione adiabatica:

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \quad \rightarrow T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1}$$

da cui si ricava:

$$V_D = V_A\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Pertanto:

$$L_{CD} = RT_1 \ln\frac{V_A\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{3V_A} = RT_1 \ln\frac{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{3} = RT_1\left[\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_2}{T_1} - \ln 3\right] = -1234J$$

Quindi:

$$\boldsymbol{L_{ciclo}} = L_{AB} + L_{CD} + L_{DA} = \mathbf{716\,J}$$

Per il calcolo del calore, ricordando che $\Delta U_{ciclo} = 0$ poiché l'energia interna è una funzione di stato, si ha:

$$Q_{ciclo} = L_{ciclo} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} \quad \rightarrow \quad Q_{BC} = L_{ciclo} - Q_{AB} - Q_{CD}$$

Ma anche per le trasformazioni isoterme $\Delta U_{isoterme} = 0$, pertanto $Q_{isoterme} = L_{isoterme}$.Otteniamo così:

$$\boldsymbol{Q_{BC}} = L_{ciclo} - L_{AB} - L_{CD} = \boldsymbol{L_{DA}} = \mathbf{-1247\,J}$$

4) Poiché il generatore è in corrente continua ed circuito è a regime l'induttore si comporta come un corto circuito. Quindi la differenza di potenziale ai suoi capi è zero, il condensatore è scarico e nella resistenza 2 non circola corrente. Il generatore eroga una corrente $\mathbf{I=f/R_1=1.5\ mA}$.

5) La carica sul tubo si dispone sulla sola superficie esterna di raggio R_{est} con densità per unità di lunghezza pari a q. Dal teorema di Gauss applicato a un cilindro di raggio r coassiale col tubo, di lunghezza L si ha:

$$\Phi(E) = 2\pi r L\, E = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad E = \frac{Q_{interna}}{2\pi r L \varepsilon_0}$$

Da cui

$$\boldsymbol{r > R_{est}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{E} = \frac{Q_{interna}}{2\pi r L \varepsilon_0} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi r \varepsilon_0}}$$

$$\boldsymbol{V(r)} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \mathbf{ln}\, \boldsymbol{r} + \boldsymbol{costante}$$

mentre

$$\boldsymbol{r \le R_{est}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\lambda_{interna}}}{\boldsymbol{2\pi r \varepsilon_0}} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{V(r)} = \boldsymbol{costante} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \mathbf{ln}\, \boldsymbol{R_{est}} + \boldsymbol{costante}$$

6) Entro il conduttore si crea un campo indotto dalle cariche mosse dalla forza di Lorentz (campo di schermo):

$$\vec{E}_{ind} = -\vec{E}_{Lorentz} = -(\vec{v} \times \vec{B}_0)$$

Quindi viene indotta una differenza di potenziale tra centro e bordo pari a:

$$\boldsymbol{\Delta V_{centro-bordo}} = \int_0^R -(\vec{v} \times \vec{B}_0) \cdot d\vec{l} = -\int_0^R \omega B_0 r dr = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \boldsymbol{\omega B_0 R^2} = -\frac{5 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{2} = \boldsymbol{-1V}$$