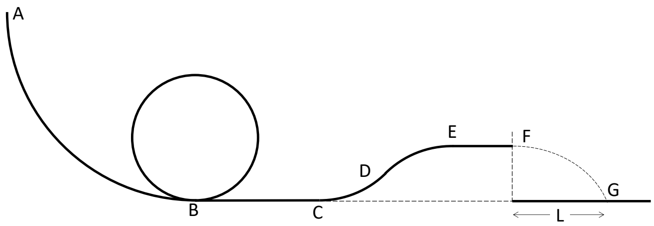
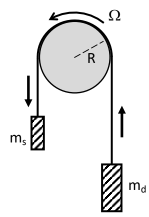
Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
05 settembre 2023 – prova scritta di Fisica 1



1) Una pista per le macchinette è formata da pezzi componibili o dritti o circolari. Inizialmente vi è una discesa AB di raggio R=30 cm, seguita da un giro della morte di raggio R/3, che immette su un tratto rettilineo BC orizzontale lungo 5cm. Successivamente è presente una salita formata da due tratti CD e DE di raggio R/2 di concavità opposte, entrambi sottesi ad un angolo $\frac{\pi}{4}$ e raccordati insieme. Questa salita immette in un tratto rettilineo orizzontale EF lungo 3 cm. Determinare la velocità delle macchinette nel punto F. In questo punto F la pista si interrompe bruscamente: con quale velocità (in modulo) le macchinette arriveranno in G? Trascurare gli attriti.

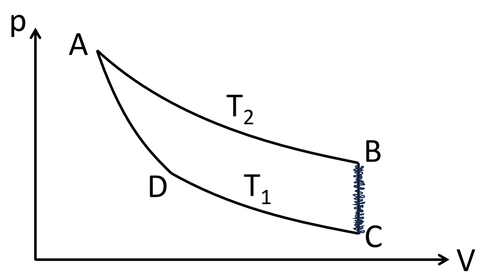
2) Una sbarretta rigida omogenea di massa M, lunga L e di spessore trascurabile è vincolata a ruotare (senza attrito) attorno ad un asse orizzontale passante per il proprio centro di massa e ortogonale all'asse della sbarretta stessa. La sbarretta è inizialmente ferma in posizione orizzontale. Un chiodo di massa m $(m = M/3)$ viene fatto cadere da un'altezza h e si conficca ad una estremità della sbarretta. Determinare l'altezza minima da cui deve cadere il chiodo affinché il sistema possa compiere un giro completo.

3) Un motore aziona una carrucola di raggio R e massa m_c che può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Il motore imprime una rotazione in senso antiorario di accelerazione angolare costante Ω. Due corpi di massa m_s ed m_d $(m_s \leq m_d)$ sono collegati tramite una fine ideale che passa per la carrucola, e vengono fatti rispettivamente salire e scendere dal motore. Non c'è strisciamento tra fune e carrucola. Calcolare le tensioni dei due tratti di fune a destra e a sinistra della carrucola e il momento meccanico del motore.



4) Una mole di gas perfetto monoatomico a temperatura T_0=300K viene messo a contatto con una sorgente dalla quale riceve la quantità di calore Q=1500 Cal. Il gas è contenuto in un recipiente cilindrico chiuso con un pistone, di massa trascurabile, che può scorrere senza attrito a contatto con l'atmosfera, la cui pressione si può assumere costante. Calcolare la variazione di entropia del gas. $\left(R \cong 2\frac{Cal}{K\ mol}\right)$

5) Nel ciclo termodinamico mostrato in figura, una mole di gas perfetto monoatomico viene a contatto con 2 sorgenti termiche alla temperatura T_1=250 K e T_2=350 K rispettivamente. Così facendo, il gas compie una espansione isoterma reversibile AB che triplica il volume, una trasformazione isocora irreversibile BC seguita da una compressione isoterma reversibile CD e un'adiabatica reversibile DA. Calcolare il lavoro compiuto nel ciclo e il calore scambiato dal gas nella trasformazione BC.



Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
05 settembre 2023– Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) Poiché non ci sono attriti si può applicare la conservazione dell'energia:

$$mgh_{AF} = \frac{1}{2}mv_F^2$$

dove h_{AF} è la distanza verticale tra il punto A e il punto F (preso come zero di energia potenziale):

$$h_{AF} = h_{AB} - h_{CE}.$$

$$h_{AB} = R$$

$$h_{CE} = 2\left[\frac{R}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right)\right] = R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad \rightarrow \quad h_{AF} = R - R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = R\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boldsymbol{v_F = \sqrt{\sqrt{2}gR} = 2,04\,\frac{m}{s}}$$

La velocità in G si calcola ancora con la conservazione dell'energia meccanica ipotizzando che lo zero di energia potenziale sia in G:

$$mgR = \frac{1}{2}mv_G^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_G = \sqrt{2gR} = 2,43\,\frac{m}{s}}$$

2) Possiamo calcolare la velocità con cui il chiodo raggiunge la sbarretta sfruttando ancora la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

Nell'urto completamente anelastico con la sbarretta si conserva il momento della quantità di moto:

$$mv\frac{L}{2} = I\omega$$

dove

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}3m\,L^2 + \frac{1}{4}mL^2 = \frac{1}{2}mL^2$$

Affinché la sbarretta possa fare un giro completo dev'essere soddisfatta la relazione che l'energia cinetica iniziale sia maggiore o al limite uguale alla variazione di energia potenziale del chiodo tra la posizione iniziale di urto e quella di massima altezza (il centro di massa della sbarretta coincide con il fulcro di rotazione quindi la sbarretta non partecipa all'energia potenziale):

$$\frac{1}{2}I\omega^2 \geq mg\frac{L}{2}$$

Risolvendo si ricava:

$$\frac{\left(mv\frac{L}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}mL^2} \geq mgL \quad \rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2}mv^2\frac{1}{2}mL^2}{\frac{1}{2}mL^2} \geq mgL \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \geq mgL \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{h \geq L}$$

3) le equazioni che descrivono il sistema sono:

$$m_s a = m_s g - T_s$$

$$m_d a = T_d - m_d g$$

$$I\Omega = M_{motore} + (T_s - T_d)R$$

$$\Omega\mathrm{R} = \mathrm{a}$$

Risolvendo si ottiene:

$$T_s = m_s(g - a) = m_s(g - \Omega \mathrm{R})$$
$$T_d = m_d(g + a) = m_d(g + \Omega \mathrm{R})$$
$$\boldsymbol{M_{motore} = R\left[\Omega \mathrm{R}\left(\frac{1}{2}m_c + m_s + m_d\right) + g(m_d - m_s)\right]}$$

4) La trasformazione è isobara poiché in costante equilibrio con la pressione atmosferica. La variazione di entropia quindi si calcola dalla relazione:

$$\Delta S = \int_0^1 \frac{dQ}{T} = \int_0^1 nc_p \frac{dT}{T} = nc_p \ln\frac{T_1}{T_0}$$

Conoscendo il calore scambiato:

$$Q = nc_p(T_1 - T_0) \quad \rightarrow \quad \frac{T_1}{T_0} = \frac{Q}{nc_pT_0} + 1$$
$$\boldsymbol{\Delta S} = nc_p \ln\left(\frac{Q}{nc_pT_0} + 1\right) = c_p \ln 2 = \boldsymbol{3,5\,\frac{cal}{K}}$$

5) Il lavoro del ciclo coincide con l'area intera. Poiché la trasformazione irreversibile è isocora, il suo lavoro è nullo. Quindi:

$$L_{AB} = n\,RT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} = RT_2 \ln 3 = 3197\,J$$
$$L_{CD} = n\,RT_1 \ln\frac{V_D}{V_B}$$
$$L_{DA} = -\Delta U_{DA} = c_v(T_1 - T_2) = -1247\,J$$

In questo calcolo non conosciamo il volume V_D che può essere determinato usando la politropica per la trasformazione adiabatica:

$$T_AV_A^{\gamma-1} = T_DV_D^{\gamma-1} \quad \rightarrow T_2V_A^{\gamma-1} = T_1V_D^{\gamma-1}$$

da cui si ricava:

$$V_D = V_A\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Pertanto:

$$L_{CD} = RT_1 \ln\frac{V_A\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{3V_A} = RT_1 \ln\frac{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{3} = RT_1\left[\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_2}{T_1} - \ln 3\right] = -1234J$$

Quindi:

$$\boldsymbol{L_{ciclo}} = L_{AB} + L_{CD} + L_{DA} = \boldsymbol{716\,J}$$

Per il calcolo del calore, ricordando che $\Delta U_{ciclo} = 0$ poiché l'energia interna è una funzione di stato, si ha:

$$Q_{ciclo} = L_{ciclo} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} \quad \rightarrow \quad Q_{BC} = L_{ciclo} - Q_{AB} - Q_{CD}$$

Ma anche per le trasformazioni isoterme $\Delta U_{isoterme} = 0$, pertanto $Q_{isoterme} = L_{isoterme}$.Otteniamo così:

$$\boldsymbol{Q_{BC}} = L_{ciclo} - L_{AB} - L_{CD} = \boldsymbol{L_{DA} = -1247\,J}$$