



Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un punto si muove con velocità $v(t) = v_0 e^{-\gamma t}$, con $v_0 = 5 \text{ m/s}$ e $\gamma = 2.5 \text{ s}^{-1}$. Determinare: a) lo spazio percorso dall'istante $t = 0$ a quello in cui la velocità è la metà di quella iniziale b) la distanza totale percorsa dalla posizione iniziale fino all'arresto.
2. Un punto materiale di massa $m = 1 \text{ kg}$ è soggetto ad un campo di forza conservativo in conseguenza del quale possiede un'energia potenziale $U(x) = A x (x_0 - x)$. Riportare in un grafico la funzione $U(x)$ e determinare la velocità minima iniziale v_0 che il punto materiale (posizionato inizialmente in $x = 0$) deve avere per poter raggiungere la posizione $x = x_0$. ($A = 8 \text{ J/m}^2$; $x_0 = 1 \text{ m}$)
3. Il rimorchio di un camion è un cassone aperto nella parte superiore e chiuso posteriormente da uno sportello rettangolare di larghezza $D = 2 \text{ m}$ e altezza $H = 1 \text{ m}$. Lo sportello è incernierato lungo il suo lato inferiore e può aprirsi ruotando attorno alla cerniera. Lo sportello è chiuso con due fermi ai due spigoli del suo lato superiore. Il cassone è completamente pieno di acqua. Determinare la forza che deve esercitare ciascun fermo (da supposti perpendicolare allo sportello) per evitare che lo sportello si apra.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico subisce una trasformazione in cui $TV^2 = \text{costante}$ portandola da $T_1 = 300 \text{ K}$, $V_1 = 10^{-2} \text{ m}^3$ a $T_2 = 400 \text{ K}$. Calcolare la variazione di energia interna del gas. Determinata la relazione fra p e V durante la trasformazione, calcolare quanto calore viene scambiato dal gas.
5. Un condizionatore assorbe una quantità di energia $L_0 = 360 \text{ kJ}$ in un'ora compiendo $n = 100$ cicli/min. Sapendo che la temperatura esterna alla stanza condizionata (sorgente calda) è $T_c = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ e che l'efficienza frigorifera della macchina (rapporto tra il calore che la macchina assorbe dalla sorgente fredda e il modulo del lavoro fornito alla macchina dall'esterno) è pari a $\varepsilon = 3$, calcolare la variazione di entropia dell'ambiente esterno dopo un tempo $\Delta T = 5 \text{ h}$ di funzionamento del condizionatore.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Descrivere cosa si intende per forza conservativa (fare almeno due esempi di forza conservativa e due esempi di forza non-conservativa).
- T2. Ricavate l'espressione di un'adiabatica reversibile di un gas perfetto.



E1. Lo spazio $s(t)$ si ottiene integrando la velocità $s(t) = v_0/\gamma [1 - e^{-\gamma t}]$, sostituendo il tempo per cui $v(t) = v_0/2$ si ottiene $s = \frac{1}{2}v_0/\gamma = 1\text{m}$. Facendo il limite per t che tende ad infinito si ottiene invece $s = v_0/\gamma = 2\text{m}$]

E2. L'energia potenziale in funzione di x è una parabola (con concavità verso il basso) con massimo in $x_M = x_0/2 = 0.5\text{ m}$ in cui $U(x_M) = A x_0^2/4 = 2\text{ J}$.
Affinché il punto materiale possa giungere in x_0 , deve superare il punto x_M con energia cinetica positiva ($K_M > 0$).

$$T_0 + U_0 = T_M + U_M > U_M \Rightarrow T_0 > U_M$$

$$\frac{1}{2}mv_x^2 > A \frac{x_0^2}{4} \Rightarrow v_x > x_0 \sqrt{\frac{A}{2m}} = 2\text{ m s}^{-1}$$

E3. Consideriamo un sistema di riferimento (asse z) orientato verso l'alto con origine in corrispondenza del fondo del cassone, dove si trova la cerniera. La differenza di pressione che subiscono le due facce dello sportello è $p(z) = \rho g(H - z)$. Su una striscia orizzontale di sportello alta dz e larga D agisce quindi una forza $dF = D\rho g(H - z)dz$ che produce un momento rispetto alla cerniera $dM = D\rho g(H - z)z dz = D\rho g(Hz - z^2)dz$. Il momento totale sullo sportello è quindi $M = \int_0^H D\rho g(Hz - z^2)dz = 1/6 D\rho gH^3$. Tale momento deve essere equilibrato dalla somma dei due momenti prodotti dai fermi, ciascuno dei quali deve quindi applicare una forza $F = M/2H = 1/12 D\rho gH^2 = 1630\text{ N}$.

E4. $\Delta U = n c_v \Delta T$. Per il calcolo di ΔU si ottiene $\Delta U = 1,24$ kJ. Imponendo $pV = nRT$ si ottiene facilmente la relazione $pV^{-1} = \text{costante}$ ovvero una politropica di coefficiente $k = -1$.
 $Q = n c_k \Delta T = 1,66$ kJ con $c_k = c_v + R/2$

E5. Essendo Q_2 è il calore assorbito dalla sorgente fredda, l'efficienza frigorifera è $\varepsilon = Q_2 / |L|$ e

$$Q_1 = |L| + Q_2 = |L| (1 + \varepsilon)$$

Per ogni ciclo:

il lavoro assorbito dalla macchina è $|L| = L_0 / 60n = 60$ J;

il calore fornito all'ambiente esterno (da considerarsi sorgente ideale) è $Q_1 = 240$ J.

Dopo 5 h di funzionamento il calore complessivamente fornito all'esterno è pertanto:

$$Q_{tot} = Q_1 \cdot 5 \cdot 60n = 7200 \text{ kJ}$$

La variazione di entropia dell'ambiente esterno è pertanto:

$$\Delta S_{est} = Q_{tot} / T_C = 23.7 \text{ kJ/K}$$
