

**Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio**  
**13 febbraio 2024 – prova scritta di Fisica 1**

- 1)** Si lascia cadere una pietra in un pozzo e si sente il rumore della caduta dopo 4 s. Quanto è profondo il pozzo? ( $v_{\text{suono}}=340$  m/s).
- 2)** Una ruota inizia a rotolare senza strisciare lungo una discesa inclinata di  $10^\circ$  rispetto all'orizzontale. Che velocità avrà raggiunto dopo aver percorso 100 m? Si trascuri l'attrito dell'aria.
- 3)** Un corpo di massa  $m=2$ kg è appoggiato su un piano liscio, privo di attrito, inclinato di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il corpo è tenuto fermo da due molle, poste una in basso (molla 1) ed una in alto (molla 2) rispetto alla massa e fissate rispettivamente al corpo e alle due estremità del piano. Le molle hanno lunghezza a riposo  $L_1=L_2=L=1$ m e costanti elastiche  $k_1=20$  N/m e  $k_2=30$  N/m. Determinare a che altezza  $h$  da terra è fermo il corpo.
- 4)** In un recipiente a pareti adiabatiche sono miscelate la massa  $m_a=100$ g di acqua alla temperatura iniziale  $T_a=20^\circ\text{C}$  e la massa  $m_l=55$ g di un altro liquido alla temperatura  $T_l=40^\circ\text{C}$ . La miscela risultante si porta alla temperatura di  $T_M=25^\circ\text{C}$ . Determinare il calore specifico del liquido incognito. ( $c_a=4,18$  kJ/(kg °C)).
- 5)** Una macchina termica reversibile utilizza un fluido costituito da una mole di un gas perfetto monoatomico. Il ciclo termodinamico effettuato dalla macchina inizia dallo stato A di pressione  $p_A= 1$  atm e  $V_A=30$  l. Il gas viene quindi riscaldato a volume costante fino a raddoppiare la pressione, per poi espandersi a pressione costante fino a raddoppiare il volume. Il gas viene poi raffreddato a volume costante e quindi compresso a pressione costante fino a tornare allo stato iniziale A.
- A) Si rappresenti il ciclo sul piano di Clapeyron;
- B) si calcolino il lavoro, i calori assorbito e ceduto e il rendimento della macchina.



## Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

13 febbraio 2024 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) La pietra cade di moto uniformemente accelerato:

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2$$

Il suono che risale segue un moto rettilineo uniforme:

$$h = v_{\text{suono}} t_2$$

La somma

$$t_1 + t_2 = t_{\text{tot}} = 4 \text{ s}$$

Sostituendo i tempi ed elevando al quadrato si ottiene l'equazione di secondo grado:

$$\frac{2h}{g} = \left( t_{\text{tot}} - \frac{h}{v_{\text{suono}}} \right)^2$$

cioè, in forma esplicita

$$\left( \frac{1}{v_s^2} \right) h^2 - 2 \left( \frac{1}{g} + \frac{t_{\text{tot}}}{v_s} \right) h + t_{\text{tot}}^2 = 0$$

$$h_{1,2} = v_s^2 \left[ \left( \frac{1}{g} + \frac{t_{\text{tot}}}{v_s} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{1}{g} + \frac{t_{\text{tot}}}{v_s} \right)^2 - \frac{t_{\text{tot}}^2}{v_s^2}} \right] = \{ 2622, 70,5 \}$$

Chiaramente la soluzione attendibile è  $h = 70,5 \text{ m}$ .

2) Possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

dove

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$h = L \sin \theta.$$

Sostituendo si ottiene:

$$v = \sqrt{\frac{4g L \sin \theta}{3}} = 15,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3) Per sorreggere la massa, la molla 1 si contrae e la molla 2 si dilata (della stessa quantità): tuttavia entrambe esercitano una forza verso l'alto. Pertanto il bilancio delle forze è:

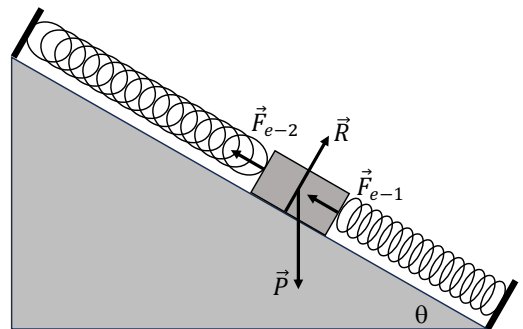
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{e-1} + \vec{F}_{e-2} = 0$$

Nella direzione ortogonale al piano la reazione vincolare bilancia la componente ortogonale del peso:

$$R = P \cos \theta.$$

Nella direzione parallela al piano le due forze elastiche devono equilibrare la componente parallela del peso:

$$P \sin \theta - F_{e-1} - F_{e-2} = 0$$



dove la molla 1 si è contratta e la molla 2 dilatata della stessa quantità:

$$mg \sin \theta - k_1 \Delta x - k_2 \Delta x = 0$$

Da cui:

$$\Delta x = \frac{mg \sin \theta}{k_1 + k_2}.$$

Quindi la distanza della massa dal bordo basso del piano inclinato è  $L - \Delta x$  (molla 1 contratta), che corrisponde ad una altezza:

$$h = (L - \Delta x) \sin \theta = 0,402m$$

4) il calore scambiato dai due liquidi sono:

$$Q_a = m_a c_a (T_M - T_a)$$

$$Q_L = m_L c_L (T_M - T_L).$$

Poiché la miscelazione avviene in un recipiente adiabatico:

$$Q_a + Q_L = 0$$

da cui possiamo calcolare: il calore specifico del liquido incognito:

$$c_L = -\frac{m_a (T_M - T_a)}{m_L (T_M - T_L)} c_a = 2,5 \frac{kJ}{kg \text{ } ^\circ C}$$

5) Il lavoro del ciclo coincide con l'area del rettangolo ABCD nel piano di Clapeyron:

$$L = (V_D - V_A)(p_B - p_A) = p_A V_A = 3039 J$$

Per il calcolo dei calori dobbiamo conoscere le temperature degli stati ABCD:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{R}$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{R} = \frac{2p_A V_A}{R} = 2T_A$$

$$T_C = \frac{p_C V_C}{R} = \frac{2p_A 2V_A}{R} = 4T_A$$

$$T_D = \frac{p_D V_D}{R} = \frac{p_A 2V_A}{R} = 2T_A$$

da cui possiamo calcolare i calori:

$$Q_{AB} = c_V (T_B - T_A) = c_V T_A = \frac{c_V}{R} p_A V_A = \frac{3}{2} p_A V_A = 4558 J$$

$$Q_{BC} = c_p (T_C - T_B) = 2c_p T_A = 2 \frac{c_p}{R} p_A V_A = 5 p_A V_A = 15195 J$$

$$Q_{CD} = c_V (T_D - T_C) = -2c_V T_A = -2 \frac{c_V}{R} p_A V_A = -3 p_A V_A = -9117 J$$

$$Q_{DA} = c_p (T_A - T_D) = -c_p T_A = -\frac{c_p}{R} p_A V_A = -\frac{5}{2} p_A V_A = -7597 J$$

Il rendimento del ciclo si può calcolare dalla formula generale:

$$\eta = \frac{L}{Q_{assorbito}} = \frac{L}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{p_A V_A}{\frac{3}{2} p_A V_A + 5 p_A V_A} = \frac{2}{13} = 0,154 = 15,4\%$$

