Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
23 marzo 2024 – prova scritta di Fisica 1 – appello straordinario

1) Si determinino ampiezza, posizione iniziale e pulsazione di un moto armonico che, al tempo t_1=1/8T, si trovi in posizione x_1=2m, alla velocità v_1=-4 m/s e accelerazione a_1=-8m/s^2.

2) Su un piano liscio e orizzontale, due blocchi di massa m_1 ed m_2 sono posti a contatto tra loro. Ad un certo istante una forza orizzontale F_1 viene applicata al corpo 1 nella direzione e verso del corpo 2. Determinare l'accelerazione totale del sistema e la forza di contatto F_{21} che agisce sul corpo 2.

3) Una trave di massa m=30 kg e lunghezza L=1m, è appoggiata a due sostegni posti ai sui estremi. La trave ha una inclinazione di θ_0=5° rispetto alla direzione orizzontale. Calcolare il peso scaricato su ognuno dei sostegni.

4) Un recipiente di conducibilità termica trascurabile V_{H2O}=300 cm^3 di acqua alla temperatura T_{H2O}=40°C. Calcolare la quantità mg di ghiaccio fondente che dev'essere inserito nel recipiente per portare la temperatura interna al valore di T=0°C. ($\lambda_{ghiaccio}$=80 cal/g; c_{H2O}=1 cal/g °C).

5) Un gas ideale monoatomico è utilizzato per una macchina termica che lavora secondo un ciclo di Carnot diretto. Nel punto A in cui il volume è massimo (V_A=0,1m^3), la pressione assume il valore p_A=1 atm e la temperatura vale T_A=290 K. Sapendo che il lavoro prodotto dal ciclo vale L=1930J e che il calore assorbito nel ciclo vale Q_{ass}=8933 J, calcolare la temperatura della sorgente più calda e il volume minimo raggiunto dal gas durante il ciclo.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

23 marzo 2024 - appello straordinario – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) La soluzione generale del moto armonico è:

$$x(t) = A\, sin(\omega t + \phi_0)$$

da cui si possono calcolare:

$$v(t) = A\omega\, cos(\omega t + \phi_0)$$
$$a(t) = -A\omega^2\, sin(\omega t + \phi_0)$$

Imponendo le condizioni otteniamo:

$$x_1 = A\, sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi_0\right)$$
$$v_1 = A\omega\, cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi_0\right)$$
$$a_1 = -A\omega^2\, sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi_0\right)$$

Risolvendo il sistema si ottiene:

$$a_1 = -\omega^2\, x_1 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{-\frac{a_1}{x_1}} = 2\frac{rad}{s}$$

$$\omega^2 x_1^2 + v_1^2 = A^2\omega^2 \quad \rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{\omega^2 x_1^2 + v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\, m$$

$$\phi_0 = asin\left(\frac{x_1}{A}\right) - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0$$

cioè, ricapitolando:

$$\begin{cases} \omega = 2\dfrac{rad}{s} \\ A = 2\sqrt{2}\, m \\ \phi_0 = 0 \end{cases}$$

2) Sull'intero sistema 1+2 agisce soltanto la forza esterna F_1. Pertanto:

$$m_{tot} a = (m_1 + m_2)a = F_1 \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_1}{m_1 + m_2}$$

Sul corpo 2 agisce la forza F_{21}che gli imprime l'accelerazione a:

$$m_2 a = F_{21} \quad \rightarrow \quad F_{21} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F_1$$

3) Chiamiamo R_A ed R_B le forze di reazione dei sostegni alto e basso rispettivamente. Il bilancio delle forze in direzione verticale ci da:

$$R_A + R_B - P = 0$$

Applichiamo la seconda equazione in regime statico, calcolando le rotazioni rispetto al centro di massa della sbarra:

$$-R_A \frac{L}{2}\, sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0\right) + R_B \frac{L}{2} sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) = 0$$

Risolvendo il sistema di due equazioni si ottiene:

$$R_A = P\, \frac{sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)}{sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0\right) + sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)} = \frac{P}{2}$$

$$R_B = P \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)} = \frac{P}{2}$$

4) Essendo il recipiente adiabatico si può calcolare lo scambio di calore tra acqua e ghiaccio:

$$m_a c_a \Delta T + m_g \lambda_g = 0$$

$$m_g = -\frac{m_a c_a \Delta T}{\lambda_g} = 150\ g$$

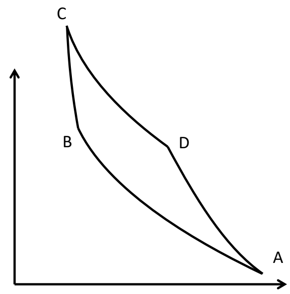
5) Essendo un ciclo di Carnot, il rendimento può essere espresso in due modi diversi:

$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}}$$

da cui

$$T_{alta} = \frac{T_{bassa}}{1 - \frac{L}{Q_{ass}}} = 367\ K$$

Il volume minimo nel ciclo è quello del punto C. Questo può essere calcolato dall'espressione del calore assorbito sapendo che, in un ciclo di Carnot, questo coincide con il calore scambiato nella isoterma CD alla T_{alta}:



$$Q_{CD} = Q_{ass} = L_{CD} = nRT_{alta} \ln\frac{V_D}{V_C}$$

da cui

$$V_C = V_D e^{-\frac{Q_{assorbito}}{nRT_{alta}}}$$

Il numero di moli può essere calcolato dallo stato termodinamico A:

$$n = \frac{p_A V_A}{RT_{alta}}$$

da cui

$$V_C = V_D e^{-\frac{Q_{ass}}{p_A V_A}}.$$

Il volume V_D può essere calcolato a partire dalla politropica dell'adiabatica DA:

$$T_{bassa} V_A^{\gamma-1} = T_{alta} V_D^{\gamma-1}$$

da cui

$$V_D = V_A \left(\frac{T_{alta}}{T_{bassa}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = V_A \left(1 - \frac{L}{Q_{ass}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Il risultato finale è:

$$V_C = V_A \left(1 - \frac{L}{Q_{ass}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} e^{-\frac{Q_{ass}}{p_A V_A}} = 0{,}035\ m^3$$

con $\gamma = \frac{5}{3}$.