Sapienza Università di Roma

FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE
Corso di laurea in Ingegneria Clinica

Anno Accademico 2023-2024
Prova scritta dell'esame di Fisica I - 8 febbraio 2024

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Due sottili dischi rigidi A e B di raggi R_A ed $R_B = 1/3R_A$, rispettivamente, sono complanari e in contatto tra loro in un punto. I due dischi ruotano nel piano attorno ai rispettivi centri in modo che non vi sia strisciamento nel punto di contatto. Il disco più grande ruota con un'accelerazione angolare costante $\alpha_A = 7\,\mathrm{rad/s^2}$, e all'istante $t = 0$ ha una velocità angolare $\omega_A = 4\,\mathrm{rad/s}$. Si determini la velocità angolare della ruota B per $t = 0$ ed il numero di giri da essa compiuto dopo $t = 2$ secondi.

2. Un corpo puntiforme di massa m si muove lungo l'asse delle x essendo soggetto a una forza $\mathbf{F} = -Bx\mathbf{i}$, dove $\mathbf{i}$ è il versore dell'asse delle x e B una costante positiva. Si determini la posizione in cui il corpo si ferma sapendo che, muovendosi verso le x positive, esso ha una velocità v_0 quando passa per l'origine dell'asse.

3. Un gas perfetto si espande reversibilmente e adiabaticamente. Nell'espansione la pressione del gas passa da 120 a 100 kPa, mentre la temperatura si abbassa da 300 a 280 K. Si determini se il gas sia monoatomico o biatomico.

4. Un cubo di ghiaccio di massa $m = 300\,\mathrm{g}$ inizialmente alla temperatura di $T_{\mathrm{gh}} = -15\,°\mathrm{C}$, viene buttato in un lago la cui temperatura è $T_{\mathrm{lago}} = 15\,°\mathrm{C}$. Assumendo che il calore specifico del ghiaccio sia $c_{\mathrm{gh}} = 0{,}5\,\mathrm{cal/(g \cdot K)}$ ed il calore latente del ghiaccio sia $\lambda = 80\,\mathrm{cal/g}$, determinare la variazione di entropia del cubo di ghiaccio, quella del lago e quella dell'universo, dopo che il sistema abbia raggiunto l'equilibrio. (Si supponga che il lago si comporti come una sorgente termica.)

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI FISICA I DEL 08/02/2024
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CLINICA

Esercizio N. 1

Affinché non vi sia strisciamento nel punto di contatto, le velocità tangenziali in tale punto dei due dischi devono essere uguali; in particolare all'istante $t = 0$ si avrà

$$\begin{cases} v_{A,0} = \omega_{A,0} R_A = \omega_{A,0}(3R_B) \\ v_{B,0} = \omega_{B,0} R_B \end{cases}$$

da cui $\omega_{B,0} = 3\omega_{A,0} = 12\,\mathrm{rad/s}$. Affinché i dischi continuino a restare in contatto senza strisciare, devono essere uguali anche le accelerazioni tangenziali dei dischi:

$$\alpha_A R_A = \alpha_B R_B \quad \Rightarrow \quad \alpha_B = 3\alpha_A = 21\,\mathrm{rad/s^2}.$$

Lo spostamento del disco B al tempo t=2 s pertanto è:

$$\vartheta_B(t = 2\,\mathrm{s}) = \omega_{B,0} t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2 = 66\,\mathrm{rad} \quad \Rightarrow \quad \frac{\vartheta_B(t = 2\,\mathrm{s})}{2\pi} = 10{,}5\,\mathrm{giri}.$$

Esercizio N. 2

Se $\bar{x}$ indica la posizione nella quale il corpo si ferma, applicando il teorema del lavoro e dell'energia cinetica tra l'origine ($x = 0$) e $\overline{x}$ si ottiene:

$$\int_0^{\bar{x}} -Bx dx = -\frac{1}{2} m v_0^2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2} B \bar{x}^2 = -\frac{1}{2} m v_0^2 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = v_0 \sqrt{\frac{m}{B}}.$$

In alternativa, poiché la forza cui è sottoposto il corpo è una forza elastica, si conserva l'energia meccanica, cosicché si ha:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} B \bar{x}^2 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = v_0 \sqrt{\frac{m}{B}}.$$

Oppure, tenendo conto delle condizioni al contorno si può scrivere:

$$x(t) = A \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad v(t) = A\omega \cos \omega t \quad \Rightarrow \quad v_0 = A\omega \quad \Rightarrow \quad A = \frac{v_0}{\omega}$$

con A e $\omega = \sqrt{B/m}$ ampiezza e pulsazione del moto, rispettivamente. La velocità è nulla quando $\omega t = \pi/2$, si ricava così

$$\bar{x} = x\,(\omega t = \pi/2) = A = \frac{v_0}{\omega} = v_0 \sqrt{\frac{m}{B}}.$$

Esercizio N. 3

Per la trasformazione può scrivere:

$$p_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_i = p_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_f$$

dove i pedici i ed f indicano lo stato iniziale e finale, rispettivamente. Si ha perciò

$$\left(\frac{p_i}{p_f}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_f}{T_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{1-\gamma}{\gamma} = \frac{\ln \frac{T_f}{T_i}}{\ln \frac{p_i}{p_f}} \quad \Rightarrow \quad \gamma \simeq 1,61.$$

Il gas è monoatomico perché il valore di γ è più vicino a quello di un gas monoatomico ($\gamma \simeq 1,67$) rispetto a quello di un gas biatomico ($\gamma \simeq 1,40$).

Esercizio N. 4

La variazione di entropia del ghiaccio è:

$$\Delta S_{\mathrm{gh}} = \int_{T_{\mathrm{in}}}^{T_{\mathrm{fus}}} \frac{m c_{\mathrm{gh}} dT}{T} + \frac{m\lambda}{T_{\mathrm{fus}}} + \int_{T_{\mathrm{fus}}}^{T_{\mathrm{fin}}} \frac{m c_{\mathrm{acqua}} dT}{T} = 112{,}4\,\mathrm{cal/K}$$

con $T_{\mathrm{in}} = T_{\mathrm{gh}} = 258{,}15\,\mathrm{K}$; $T_{\mathrm{fus}} = 273{,}15\,\mathrm{K}$ e $T_{\mathrm{fin}} = T_{\mathrm{lago}} = 288{,}15\,\mathrm{K}$.
Per il calcolo della variazione di entropia del lago, si considera il calore assorbito complessivamente dal ghiaccio:

$$Q_{\mathrm{ass}} = m c_{\mathrm{gh}} \left(T_{\mathrm{fus}} - T_{\mathrm{in}}\right) + m\lambda + m c_{\mathrm{acqua}} \left(T_{\mathrm{fin}} - T_{\mathrm{fus}}\right) = 30\,750\,\mathrm{cal}$$

e si assume che il lago abbia ceduto questo calore al ghiaccio ($Q_{\mathrm{ced}} = -Q_{\mathrm{ass}}$), rimanendo sempre alla stessa temperatura ($T_{\mathrm{fin}} = T_{\mathrm{lago}}$), da cui:

$$\Delta S_{\mathrm{lago}} = \frac{Q_{\mathrm{ced}}}{T_{\mathrm{lago}}} = -\frac{Q_{\mathrm{ass}}}{T_{\mathrm{lago}}} = -106{,}7\,\mathrm{cal/K}.$$

In conclusione, si trova

$$\Delta S_{\mathrm{univ}} = \Delta S_{\mathrm{gh}} + \Delta S_{\mathrm{lago}} = 5{,}7\,\mathrm{cal/K}.$$