SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 7 marzo 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
II APPELLO straordinario – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

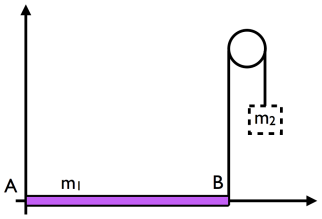
1. Un punto materiale è lanciato all'istante t=0 orizzontalmente con velocità iniziale v_0 =30 m/s. In assenza di forze viscose e sotto la sola azione della forza di gravità, calcolare il raggio di curvatura della traiettoria dopo che è trascorso un tempo t_1=3s.

2. Un'asta rigida di massa m_1 e lunghezza d = 0.8 m è incernierata nell'estremo A ed è appesa nell'estremo B a un filo collegato alla massa m_2 = 10 kg; il sistema è in equilibrio con l'asta orizzontale. Calcolare:

a) il valore della reazione vincolare in A.

Si interrompe il collegamento in B e l'asta ruota sotto l'azione della forza di gravità; nel vincolo A agisce un momento che si oppone alla rotazione, $\boldsymbol{M} = k\vartheta\, \boldsymbol{u_z}$ con k = 50 Nm/rad e ϑ l'angolo che l'asta forma con l'asse x. Calcolare:

b) la velocità angolare dell'asta quando $\vartheta = \pi/2$.



3. Un solido omogeneo di volume V = 25 L è in equilibrio completamente immerso in una vasca d'acqua, tenuto ancorato al fondo tramite una molla di costante elastica $k = 2 \times 10^3$ N/m che risulta allungata di $\Delta l =$ 10 cm. Determinare la densità del solido.

4. Una macchina termica fornisce lavoro utilizzando un gas perfetto biatomico che compie un ciclo costituito dalla successione di tre trasformazioni reversibili:
isocora (A-->B); isoterma (B-->C), con un volume iniziale pari al 20% di quello finale; isobara (C-->A).
Si calcoli: ***a)*** il rendimento della macchina descritta; ***b)*** il rendimento di una macchina di Carnot che operi con due sorgenti alle temperature minime e massime del ciclo sopra descritto.

5. Due moli di un gas ideale monoatomico sono contenute in un recipiente adiabatico alla pressione p_0 = 2 atm , collegato mediante una valvola ad un cilindro munito di pistone, di massa trascurabile, soggetto ad una pressione esterna p_e = 1 atm. Inizialmente la valvola è chiusa ed il gas si trova in equilibrio alla temperatura T_1 = 300 K. La valvola viene aperta e il gas fluisce nel cilindro, fino a che si raggiunge una condizione di equilibrio. Determinare la variazione di entropia del gas in seguito a questa trasformazione.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Definire i diversi tipi possibili di equilibrio per una forza conservativa. Per ogni tipo di equilibrio si definisca la relativa condizione sull'energia potenziale.

T2. Se è possibile osservare una espansione libera e spontanea di un gas in un recipiente adiabatico, come mai in tale recipiente non si osserva mai una compressione spontanea di un gas? Rispondere facendo esplicito riferimento al 2° principio della TD.

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame del 7 Marzo 2025
II APPELLO Straordinario – a.a. 2023-24

E1. Sia *x* l'asse orizzontale, orientato come v_0 e *y* l'asse verticale orientato verso l'alto. Sia inoltre $\theta(t)$ l'angolo tra la velocità *v(t)* e la verticale.

$$v^2(t) = v_x^{\,2}(t) + v_y^{\,2}(t) = v_0^{\,2} + g^2t^2 \qquad a_n\ (t) = g\ \sin\theta(t)$$

$$\sin\theta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^{\,2} + g^2t^2}} \qquad a_n\ (t) = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^{\,2} + g^2t^2}}$$

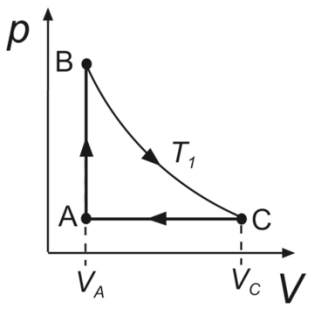
$$R = \frac{v^2(t')}{a_n} = \frac{(v_0^{\,2} + g^2t^2)^{3/2}}{gv_0} \approx 252\ \ m$$

E2. All'equilibrio si ha: $T = m_2g$, $T+R_A = m_1g$. E rispetto al polo A: $T\ d = m_1g\ d/2$. Combinando queste equazioni si ottiene: $m_1 = 2m_2$, ed R_A = 98 N. Dal teorema dell'energia cinetica otteniamo la variazione dell'energia meccanica in funzione dell'angolo e della velocità angolare: $\Delta E_m = 1/2\ I\omega^2 - m_1gd/2$. Tale variazione è pari al lavoro svolto dalle forze dissipative $\int M\, d\vartheta = ½\ k\ (\pi/2)^2$ da cui **ω = 2.8 rad/s**

E3. All'equilibrio $P + F_e = A$ da cui $V\rho g + k\Delta l = V\rho_{acqua}g$ ottenendo

$\rho = \rho_{acqua} - k\Delta l/Vg =$ **184 kg/m³**

E4.



$$Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = nC_V T_1\left(1 - \frac{T_A}{T_1}\right) > 0$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = nRT_1 \ln\frac{V_C}{V_B} = nRT_1 \ln 5 > 0$$

$$Q_{CA} = nC_p(T_A - T_C) = nC_p T_1\left(\frac{T_A}{T_1} - 1\right) < 0$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} \quad essendo \quad Q_{ced} = |Q_{CA}| \quad e \quad Q_{ass} = Q_{AB} + Q_{BC}$$

$$\begin{matrix} p_A V_A = nRT_A \\ p_C V_C = nRT_C \end{matrix} \Rightarrow \frac{T_A}{T_1} = \frac{V_A}{V_C} = \frac{1}{5} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{nC_p T_1\left(1 - \frac{T_A}{T_1}\right)}{nC_V T_1\left(1 - \frac{T_A}{T_1}\right) + nRT_1 \ln 5} = 0{,}224$$

$$essendo\ T_{MAX} = T_1 \ \ e\ T_{MIN} = T_A \Rightarrow \eta_{CARNOT} = 1 - \frac{T_A}{T_1} = 0{,}80$$

E5. Il sistema compie una trasformazione adiabatica irreversibile in cui $Q = \Delta U + L = 0$. $\Delta U = ncv\Delta T$ mentre $L_g = -\Delta L_e$ ovvero $-p_e * \Delta V$. $V_i = nRT_i/p_i$, $V_f = nRT_f/p_f$ e dunque si ottiene la relazione $nc_v\Delta T = (p_e/p_0\ T_1 - T_2)\ nR$ da cui è possibile ricavare $T_2 = 240$ K. La variazione di entropia del gas si calcola tramite $\Delta S = nc_V \ln (T_f/T_i) + nR \ln V_f/V_i = 2.27$ J/K