Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
12 giugno 2025 – prova scritta di Fisica 1

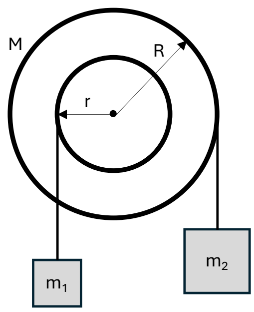
1) Due corpi cadono partendo da fermi dalla stessa quota iniziale. Il secondo parte con un ritardo di $t_0 = 4$ s dopo il primo. Determinare dopo quanto tempo dalla partenza del primo la distanza tra i due è di h = 100 m.

2) Un corpo di massa m=5 kg è appoggiato su un piano scabro (μ_s=0,8 , μ_d=0,6) inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Il corpo è fermo. Calcolare:

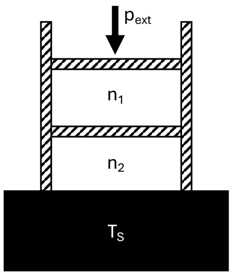
2.1) l'attrito che si esercita sotto di lui;

2.2) se per cause esterne (ad esempio presenza di acqua) entrambi i coefficienti di attrito diminuissero al 60% del loro valore nominale, il corpo resterebbe ancora fermo? nel caso il corpo si muovesse, calcolare la velocità che avrebbe dopo aver percorso d=20 m di discesa (distanza lungo il piano inclinato).

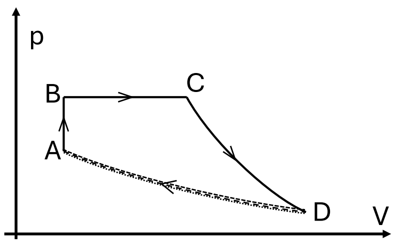
3) Su un disco di massa M e raggio R è praticata una sottile scanalatura di raggio r che non altera il suo momento d'inerzia. Al disco, che può ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro, sono appesi due corpi di massa m_1 e m_2 (m_2>m_1) mediante due funi ideali arrotolate come in figura. Il sistema, inizialmente in quiete, viene lasciato libero di muoversi. Calcolare l'accelerazione angolare del disco.



4) Un contenitore adiabatico è limitato superiormente da un pistone ed è diviso in due parti da un setto. Il pistone ed il setto sono adiabatici e di massa trascurabile, e possono scorrere senza attrito. La sezione superiore contiene n_1 = 0,3 moli di un gas perfetto biatomico a temperatura T_1 = 300 K, mentre quella inferiore contiene n_2 = 0,2 moli dello stesso gas perfetto in equilibrio con una sorgente di calore alla temperatura T_s = 500 K. Inizialmente la pressione esterna esercitata sul gas tramite il pistone è p_{ext} = 1 atm e viene lentamente aumentata fino a raddoppiare. Calcolare la temperatura finale nel comparto superiore e il volume finale del comparto inferiore.



5) Il ciclo ABCDA in figura viene compiuto da 4 moli di un gas perfetto monoatomico. Lo stato A è individuato dalle coordinate termodinamiche p_A = 1 atm V_A = 0,1 m^3. Il volume V_D = 5 V_A. La trasformazione AB è una isocora reversibile e comporta una variazione di energia interna ΔU_{AB} = 3200 J. La trasformazione BC è isobara reversibile, la trasformazione CD è una adiabatica reversibile mentre DA è una isoterma irreversibile, il cui lavoro scambiato L_{DA}= - 20000 J. Calcolare il rendimento del ciclo.



Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

12 giugno 2025 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) Prendiamo un riferimento verticale y con origine nel punto di partenza e orientato verso il basso. Le leggi orarie del moto dei due corpi sono:

$$\begin{cases} y_1(t) = \frac{1}{2}gt^2 \\ y_2(t) = \frac{1}{2}g(t-t_0)^2 \end{cases}$$

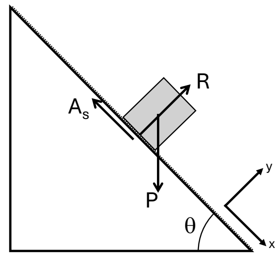
Imponendo che la distanza tra i corpi sia *h*:

$$y_1 - y_2 = h = \frac{1}{2}g[t^2 - (t-t_0)^2] = \frac{1}{2}g[2tt_0 - t_0^2]$$

da cui:

$$t = \frac{h}{gt_0} + \frac{t_0}{2} = \frac{100}{9{,}81 \cdot 4} + 2 = 4{,}55\ s$$

2.1) Applichiamo la prima equazione cardinale della statica:



$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{P} + \vec{A}_s + \vec{R} = 0$$

Scomponiamo rispetto a x e a y:

$$P\sin\theta - A_s = 0$$
$$R - P\cos\theta = 0$$

da cui:

$$A_s = P\sin\theta = 24{,}5\ N.$$

2.2) I nuovi valori dei coefficienti di attrito sono:

$$\mu'_s = 0{,}6 \cdot \mu_s = 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}48$$
$$\mu'_d = 0{,}6 \cdot \mu_d = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$$

Se fossimo in condizioni di attrito statico massimo, si eserciterebbe sotto la massa una forza di:

$$A_{s-max} = \mu'_s R = \mu'_s P\cos\theta_{max} = 20{,}4\ N$$

che è inferiore al valore 24,5N calcolato precedentemente. Pertanto, la massa scivolerebbe giù. La velocità dopo 20 m può essere calcolata mediante il teorema del lavoro e dell'energia cinetica (teorema delle forze vive):

$$L_{peso} + L_{attrito} = \frac{1}{2}mv^2$$

Dove:

$$L_{peso} = mgh = mg\ d\sin\theta$$
$$L_{attrito} = -\mu'_d R\ d = -\mu'_d mg\cos\theta\ \ d$$
$$v = \sqrt{2gd(\sin\theta - \mu'_d\cos\theta)} = 8{,}6\frac{m}{s} \approx 31\frac{km}{h}$$

3) Essendo la massa 2 più grande della massa 1 ed essendo collegata più esternamente, il corpo 2 scenderà ed il corpo 1 salirà. Per descriverne la dinamica, applichiamo le equazioni cardinali ai tre corpi, proiettate rispetto alla direzione verticale e rispetto alla rotazione antioraria:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T_1 - P_1 \\ -m_2 a_2 = T_2 - P_2 \\ -I\alpha = rT_1 - RT_2 \end{cases}$$

Non potendo scorrere, le funi seguono un rotolamento puro descritto dalle condizioni:

$$a_1 = r\alpha$$
$$a_2 = R\alpha$$

Sostituendo si ricava:

$$\begin{cases} m_1 r\alpha = T_1 - P_1 \\ -m_2 R\alpha = T_2 - P_2 \\ -\frac{1}{2}MR^2\alpha = rT_1 - RT_2 \end{cases}$$

Risolviamo per l'accelerazione angolare:

$$\alpha = \frac{Rm_2 - rm_1}{\frac{1}{2}MR^2 + m_1 r^2 + m_2 R^2} g$$

4) Inizialmente i gas si trovano negli stati:

$$\begin{cases} T_1 \\ p_1 = p_{ext} \\ V_1 = \frac{n_1 R T_1}{p_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = T_s \\ p_2 = p_1 = p_{ext} \\ V_2 = \frac{n_2 R T_s}{p_{ext}} \end{cases}$$

Quando la pressione esterna è aumentata al valore $2p_{ext}$ il gas superiore subisce una trasformazione adiabatica. La temperatura finale può essere calcolata sfruttando la relazione:

$$T_1 p_{ext}^{\frac{1}{\gamma}-1} = T_1'(2p_{ext})^{\frac{1}{\gamma}-1} \quad \rightarrow \quad T_1' = T_1 2^{1-\frac{1}{\gamma}} = 300 \cdot 2^{\frac{2}{7}} = 365{,}7 \cong 366\ K$$

Il comparto inferiore effettua una trasformazione isoterma. Pertanto, il volume finale sarà:

$$V_2' = \frac{n_2 R T_s}{2\, p_{ext}} = \frac{V_2}{2} = 4{,}1\ litri$$

5) Lo stato A è noto poiché conosciamo pressione e volume e quindi possiamo calcolarne la temperatura:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 305\ K$$

E, conoscendo la variazione di energia interna per la trasformazione AB, possiamo calcolare:

$$\Delta U_{AB} = nc_V(T_B - T_A) \quad \rightarrow \quad T_B = T_A + \frac{\Delta U_{AB}}{nc_V} = 369\ K$$

Pertanto, anche lo stato B è tutto noto poiché:

$$V_B = V_A \quad , \quad p_B = \frac{nRT_B}{V_A} = p_C$$

Conoscendo il volume del punto D

$$V_D = 5V_A$$

e la sua temperatura uguale alla temperatura di A, possiamo calcolare la pressione in D:

$$p_D = \frac{nRT_A}{5\,V_A} = \frac{p_A}{5}.$$

La conoscenza del punto D ci permette di calcolare il volume del punto C sfruttando la funzione politropica per l'adiabatica CD:

$$p_C V_C^\gamma = p_D V_D^\gamma$$

Da cui:

$$p_B V_C^\gamma = \frac{p_A}{5}\, 5^\gamma V_A^\gamma$$

$$V_C = \left(5^{\gamma-1}\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_A \quad \rightarrow \quad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 627\ K$$

A questo punto possiamo calcolare i calori scambiati nelle varie trasformazioni per calcolare il rendimento del ciclo:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 3200\ J > 0$$

$$Q_{BC} = n\, c_p (T_C - T_B) = 21440\ J > 0$$

$$Q_{CD} = 0$$

$$Q_{DA} = L_{DA} = -20000\ J < 0$$

Da cui

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{|Q_{DA}|}{Q_{AB} + Q_{BC}} = 0{,}188$$