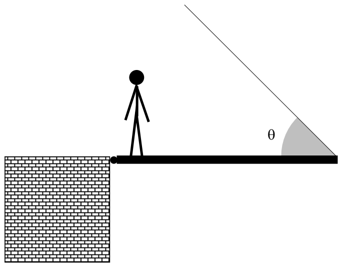
Ingegneria Civile e Ingegneria Ambientale
24 ottobre 2025 - Fisica I – Appello Straordinario

1) Un punto materiale A si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v_0=3,0 m/s lungo la retta y=d di un piano cartesiano (d=30m). Un secondo punto materiale B parte dall'origine lungo una traiettoria rettilinea, con velocità nulla e accelerazione costante a_0=0,4 m/s^2, nello stesso istante in cui il punto materiale A attraversa l'asse y. Determinare l'angolo della traiettoria di B rispetto all'asse y per il quale i due punti materiali collidono.

2) Una persona di massa M=80 kg deve salire su una barca usando una passerella (lunga L=6m e massa m=10 kg) che da una parte è incardinata al molo mediante una cerniera priva di attrito e dall'altra è sorretta da una fune che forma un angolo θ=40° con l'orizzontale, come in figura. Purtroppo, la fune è logora (carico di rottura τ=890 N) e non è in grado di sopportare il peso della persona. Determinare che distanza dal molo avrà raggiunto la persona quando la fune si romperà.



3) Un corpo di massa m=0.5kg è inizialmente in quiete su un piano orizzontale liscio, collegato a due molle diametralmente opposte di costante elastica k_1=100N/m e k_2=200N/m rispettivamente, entrambe inizialmente a riposo. Le molle e la massa m sono su una stessa retta. Se il corpo è spostato di 7cm dalla posizione iniziale lungo la direzione delle molle, in modo che la molla 1 si contragga e la 2 si dilati, e poi lasciata andare, con quale velocità ripasserà per il punto iniziale?

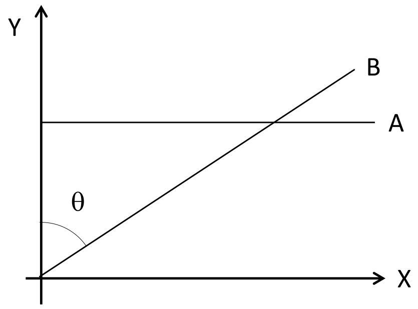
4) Un campione di 0.85 moli di un gas ideale: P_i = 15.0 atm, T_i = 300K, si espande isotermicamente fino alla pressione finale di P_f = 1.0 atm. Calcolare il lavoro compiuto se l'espansione è condotta:

a) contro il vuoto;
b) contro una pressione esterna costante di 1.0 atm;
c) reversibilmente.

5) Una mole di gas perfetto monoatomico compie un ciclo reversibile formato da una trasformazione isoterma AB, una isobara BC e una adiabatica CA. Sia T_A=500 K, V_A=10^{-3}m^3, V_C=$2\cdot10^{-3}$m^3. Calcolare il lavoro svolto dal gas in ogni trasformazione e il rendimento del ciclo.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria Ambientale
24 ottobre 2025 - Fisica I – Appello Straordinario
SOLUZIONI



1) Il moto del corpo A lungo la sua traiettoria sarà dato dall'equazione:
$x_A = v_0 t$
Il moto del corpo B lungo la sua traiettoria, scomposto nelle direzioni x e y, sarà:

$$x_B = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} a \sin\theta \, t^2$$
$$y_B = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} a \cos\theta \, t^2$$

Le condizioni di raggiungimento sono:

$$x_A = x_B$$
$$y_B = d$$

Sostituendo nell'uguaglianza per la direzione x e svolgendo i calcoli si ottiene:

$$v_0 t = \frac{1}{2} a \sin\theta \, t^2 \quad \rightarrow \quad t = \frac{2v_0}{a \sin\theta}$$

Sostituendo nell'uguaglianza per la direzione y e svolgendo i calcoli si ottiene:

$$d = \frac{1}{2} a \cos\theta \, t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a \cos\theta}}$$

Uguagliando i due tempi ed elevando al quadrato:

$$\left(\frac{2v_0}{a \sin\theta}\right)^2 = \frac{2d}{a \cos\theta}$$

Da cui, ricordando che $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, si ricava:

$$\cos^2\theta + \frac{2v_0^2}{da} \cos\theta - 1 = 0$$

$$\cos\theta = -\frac{v_0^2}{da} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{da}\right)^2 + 1} = \begin{cases} 0{,}5 \\ -2 \end{cases}$$

Chiaramente si scarta la soluzione negativa poiché di modulo 2, per cui

$$\cos\theta = 0{,}5 \quad \rightarrow \quad \theta = 60° = \frac{\pi}{3}$$

2) Applichiamo la seconda equazione cardinale della statica, prendendo ad esempio come polo di rotazione la cerniera sul molo:

$$\vec{M}_{P_U} + \vec{M}_{P_P} + \vec{M}_T = 0$$
$$-M_U g x - M_P g \frac{L}{2} + TL \sin\theta = 0$$

Imponiamo che il filo si spezzi, cioè $T = \tau$, da cui:

$$x = \frac{\tau L \sin\theta - M_P g \frac{L}{2}}{M_U g} = 4\,m$$

3) Il problema può essere risolto applicando la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$\frac{1}{2} k_1 x^2 + \frac{1}{2} k_2 x^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

Da cui

$$v = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} x \cong 1{,}7 \frac{m}{s}$$

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

4)

a) pressione esterna nulla: $L = p\Delta V = 0$

b) pressione esterna $p_{esterna}$ = 1.0 atm & $p_{finale} = p_{esterna}$:

$$L = p_{esterna}\left(V_{finale} - V_{iniziale}\right) = nRT\, p_{esterna}\left(\frac{1}{p_{fin}} - \frac{1}{p_{in}}\right) = 1.98 \cdot 10^3\, J$$

c) trasformazione reversibile: $p_{esterna} \cong p_{gas}$

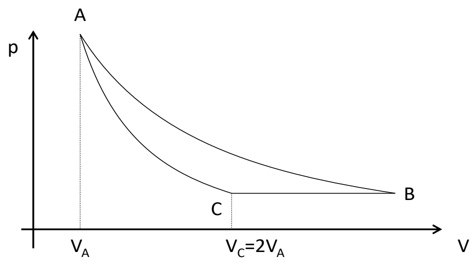
$$L = \int_{V_{in}}^{V_{fin}} p dV' = nRT \int_{V_{in}}^{V_{fin}} \frac{dV'}{V'} = nRT\, ln \frac{V_{fin}}{V_{in}}$$

Ricordando che $p_{in}V_{in} = p_{fin}V_{fin}$ si ottiene:

$$L = nRT\, ln\frac{V_{fin}}{V_{in}} = nRT\, ln\frac{p_{in}}{p_{fin}} = 5.74 \cdot 10^3\, J$$

NOTA: Questa è la massima quantità di lavoro che il sistema può compiere nell'espansione dallo stato iniziale allo stato finale.

5) Il ciclo nel piano di Clapeyron ha la forma in figura



STATO A:

$$T_A, V_A, p_A = \frac{nRT_A}{V_A}$$

STATO C:
usiamo la politropica VT:

$$V_C = 2V_A$$
$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} = T_C 2^{\gamma-1} V_A^{\gamma-1} \quad \rightarrow \quad T_C = T_A 2^{1-\gamma}$$
$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nRT_A 2^{1-\gamma}}{2V_A} = 2^{-\gamma} p_A$$

STATO B:

$$T_B = T_A$$
$$p_B = p_C = 2^{-\gamma} p_A$$
$$V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{nRT_A}{2^{-\gamma} p_A} = 2^{\gamma} V_A$$
$$L_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = RT_A \gamma \ln 2 \cong 4783\, J = Q_{AB}$$
$$L_{BC} = p_C(V_C - V_B) = 2^{-\gamma} p_A (2V_A - 2^{\gamma} V_A) = RT_A\, (2^{1-\gamma} - 1) \cong -1537\, J$$
$$L_{CA} = -\Delta U_{CA} = -nc_V(T_A - T_C) = \frac{3}{2} RT_A (2^{1-\gamma} - 1) \cong -2305\, J$$
$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{assorbito}} = \frac{L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}}{Q_{AB}} = \frac{L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}}{L_{AB}} \cong 0{,}1967 \approx 0{,}2$$