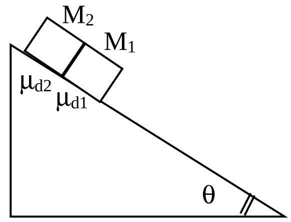
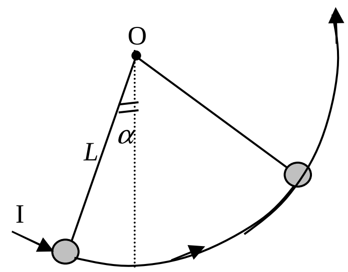
FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
2° appello del 16 Luglio 2015
Esame completo

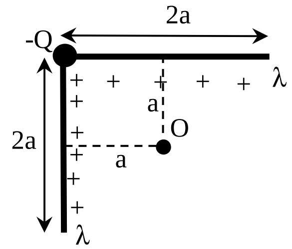
1. Due blocchi in contatto l'un con l'altro scivolano lungo un piano scabro inclinato di θ=40° rispetto all'orizzontale. Sapendo che il blocco anteriore M_1=3 kg è frenato da una forza di attrito di coefficiente μ_{d1}=0.5 superiore all'attrito esercitato sul blocco posteriore di massa M_2=2 kg (μ_{d2}=0.3) determinare l'accelerazione comune di caduta del gruppo dei blocchi e l'intensità delle forze interne di contatto fra i due blocchi. **Fac.** Determinare il valore del coefficiente di "*attrito dinamico di sistema*" che se applicato alle due masse pensate come unite produrrebbe la stessa accelerazione di caduta



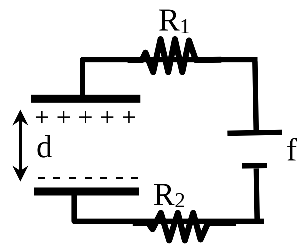
2. Un pendolo semplice è costituito da una massa m=1kg e da un filo di massa trascurabile e di lunghezza L=50 cm incardinato nel punto O. Esso è messo in oscillazione da un impulso diretto lungo il moto di intensità I che agisce quando il pendolo è fermo e già inclinato di un angolo α=20° rispetto alla verticale. Determinare per quale valore dell'impulso il pendolo riesce ad effettuare un giro completo.



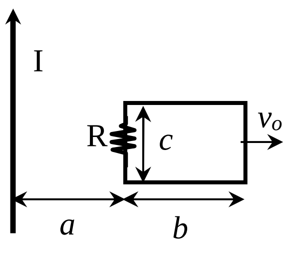
3. Della carica elettrica è distribuita lungo due segmenti contigui mutuamente ortogonali di medesima lunghezza 2*a*=20cm, ma con identica densità lineica differente λ=60μC/m. Determinare quale carica puntiforme negativa –Q è necessario sistemare nel punto di incontro dei due segmenti in modo che il vettore campo elettrico nel punto O (che dista *a* da entrambi i fili) si annulli.



4. Il condensatore piano indicato in figura ha inizialmente una energia immagazzina U^{el}=50mJ e viene ulteriormente caricato da una batteria di forza elettromotrice f=15kV. Sapendo che la distanza fra le armature è d=0.1mm e che la superficie delle armature è S=200cm^2 calcolare **la carica**, **l'energia immagazzinata** nel condensatore e la **forza di attrazione mutua** fra le armature dopo un tempo t=10μs. [**Dati:** R_1 = 30 kΩ, R_2 =20 kΩ].



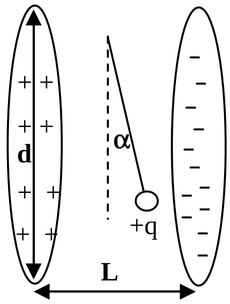
5. Una spira rettangolare rigida di lati *b,c* giace con il filo nel piano del foglio ad una distanza minima *a* da un filo rettilineo indefinitamente lungo percorso da una intensità di corrente I=5A. Assumendo la resistenza elettrica della spira R=0.2 Ω, determinare l'espressione della forza da applicare per allontanare la spira ad una velocità costante v_o=1m/s e darne il valore numerico iniziale [**Dati:** a=1m, b=1.5m, c=2m]



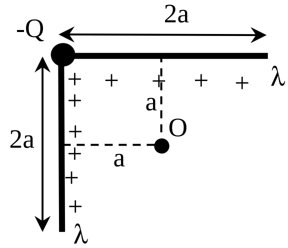
FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
SECONDO ESONERO
2° appello del 16 Luglio 2015

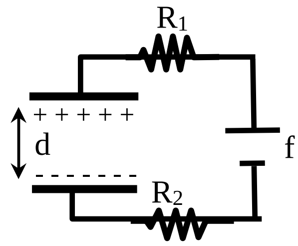
1. Una piccola sfera di massa **m**, dotata di carica positiva **q**, è sospesa mediante un filo inestensibile di massa trascurabile fra le due armature di un condensatore piano disposto in verticale. Dopo aver caricato il condensatore, il pendolo si dispone in una nuova posizione di equilibrio inclinata di un angolo α rispetto alla verticale. Conoscendo il diametro **d** delle sue armature circolari distanziate tra loro di **L**, determinare per quale valore della carica Q il pendolo si inclina di un angolo α=20°. **Facoltativo:** determinare il valore della tensione del filo. [**Dati:** **m**=10g, **d**=10cm, **q**=3nC]



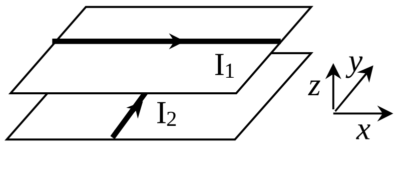
2. Della carica elettrica è distribuita lungo due segmenti contigui mutuamente ortogonali di medesima lunghezza 2*a*=20cm, ma con identica densità lineica λ=60μC/m. Determinare quale carica puntiforme negativa –Q è necessario sistemare nel punto di incontro dei due segmenti in modo che il vettore campo elettrico nel punto O (che dista *a* da entrambi i fili) si annulli.



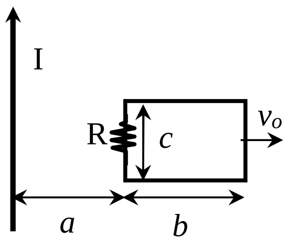
3. Il condensatore piano indicato in figura ha inizialmente una energia immagazzina U^{el}=50mJ e viene ulteriormente caricato da una batteria di forza elettromotrice f=15kV. Sapendo che la distanza fra le armature è d=0.1mm e che la superficie delle armature è S=200cm^2 calcolare **la carica**, **l'energia immagazzinata** nel condensatore e la **forza di attrazione mutua** fra le armature dopo un tempo t=10μs. [**Dati:** R_1 = 30 kΩ, R_2 =20 kΩ].



4. Nel vuoto due fili rettilinei indefiniti mutuamente ortogonali, giacenti su due piani paralleli distanti *d*=20cm, sono percorsi rispettivamente dalle correnti I_1=3A (lungo l'asse *x*) e I_2=4A (lungo l'asse *y*). Calcolare il vettore campo magnetico ***H*** (modulo, direzione e verso) nel punto medio *A* del segmento che definisce la distanza minima *d* tra i fili.

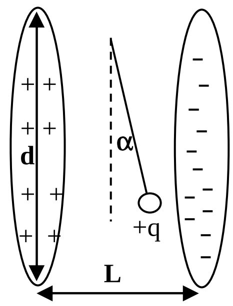


5. Una spira rettangolare rigida di lati *b,c* giace con il filo nel piano del foglio ad una distanza minima *a* da un filo rettilineo indefinitamente lungo percorso da una intensità di corrente I=5A. Assumendo la resistenza elettrica della spira R=0.2 Ω, determinare l'espressione della forza da applicare per allontanare la spira ad una velocità costante v_o=1m/s e darne il valore numerico iniziale [**Dati:** a=1m, b=1.5m, c=2m]

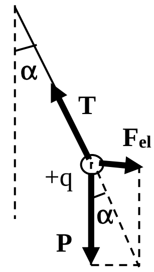


FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
SECONDO ESONERO
Soluzioni del 2° appello



1. Una piccola sfera di massa **m**, dotata di carica positiva **q**, è sospesa mediante un filo inestensibile di massa trascurabile fra le due armature di un condensatore piano disposto in verticale. Dopo aver caricato il condensatore, il pendolo si dispone in una nuova posizione di equilibrio inclinata di un angolo α rispetto alla verticale. Conoscendo il diametro **d** delle sue armature circolari distanziate tra loro di **L**, determinare per quale valore della carica Q il pendolo si inclina di un angolo α=20°. **Facoltativo:** determinare il valore della tensione del filo. [**Dati: m**=10g, **d**=10cm, **q**=3nC]

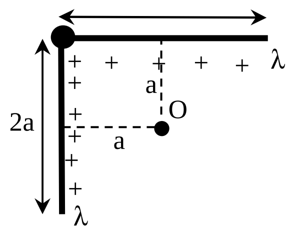


1. Nell'ipotesi di distanza fra le armature molto inferiore rispetto al diametro di armatura ossia L«d, il campo elettrico interno al condensatore piano può essere assimilato ad un campo uniforme di valore $E_o = \dfrac{Q}{\varepsilon_o S} = \dfrac{Q}{\varepsilon_o \pi (d/2)^2}$

Il pendolo è soggetto alla forza peso **P=mg**, alla forza elettrica $\mathbf{F_{el}}=\mathbf{qE_o}$ e alla sua tensione **T**

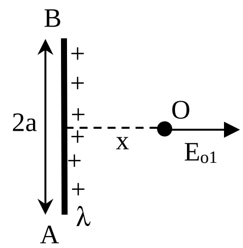
All'equilibrio vale $tg\alpha = \dfrac{F_{el}}{P} = \dfrac{qE_o}{mg} = \dfrac{4qQ}{\pi\varepsilon_o d^2 mg}$ da cui $Q = \dfrac{\pi\varepsilon_0 d^2 mg}{4q} tg\alpha = \mathbf{0.826\ \mu C}$

Facoltativo: la tensione è $T = P/\cos\alpha = \mathbf{0.104\ N}$



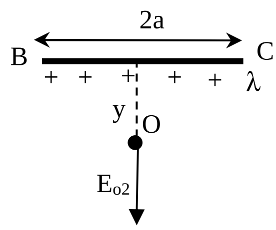
2. Della carica elettrica è distribuita lungo due segmenti contigui mutuamente ortogonali di medesima lunghezza 2*a*=20cm, ma con identica densità lineica λ=60μC/m. Determinare quale carica puntiforme negativa –Q è necessario sistemare nel punto di incontro dei due segmenti in modo che il vettore campo elettrico nel punto O (che dista *a* da entrambi i fili) si annulli.

2. Calcolo del campo elettrico generato da una carica uniformemente distribuita lungo un segmento rettilineo. Calcolo lungo la mediana



Per ragioni di simmetria il campo elettrico generato dalla distribuzione verticale in tutti i punti della mediana del segmento AB risulta ortogonale al segmento stesso e con un modulo

$E_{o1}(x) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o x}\dfrac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$ che per x=a $E_{o1}(O) = \dfrac{\lambda}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_o a}$

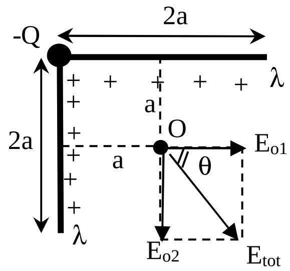


Calcolo analogo per la distribuzione orizzontale lungo il segmento BC porta a

$E_{o2}(y) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o y}\dfrac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$ che per y=a $E_{o2}(O) = \dfrac{\lambda}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_o a} = E_{o1}(O)$

Componendo i due contributi dei fili si ha $E_o^{tot} = \sqrt{E_{o1}^2 + E_{o2}^2} = \sqrt{2}E_{o1} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o a}$

con inclinazione (rispetto orizz.) $\theta = \arctan\left(\dfrac{E_{o1}}{E_{02}}\right) = \mathbf{45°}$

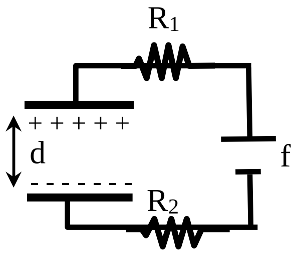


Infine la carica puntiforme **–Q** posta nel punto B a distanza $a\sqrt{2}$ dal punto O

deve generare un campo elettrico $E_{o3} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o\left(\sqrt{2}a\right)^2}$ opposto al contributo dei due fili E^{tot}

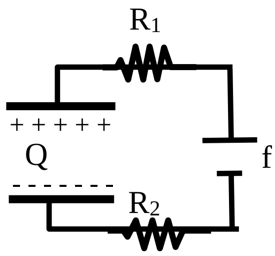
per cui $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o a} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o\left(\sqrt{2}a\right)^2}$ da cui $Q = 4\lambda a = \mathbf{24\mu C}$

3. Il condensatore piano indicato in figura ha inizialmente una energia immagazzina U^{el}=50mJ e viene ulteriormente caricato da una batteria di forza elettromotrice f=15kV. Sapendo che la distanza fra le armature è d=0.1mm e che la superficie delle armature è S=200cm^2 calcolare **la carica**, **l'energia immagazzinata** nel condensatore e la **forza di attrazione mutua** fra le armature dopo un tempo t=10μs. [**Dati:** R_1 = 30 kΩ, R_2 =20 kΩ].



3. Analisi dei parametri del circuito RC

La **capacità** del condensatore piano è $C = \varepsilon_o \dfrac{S}{d} = \mathbf{1.77\ nF}$



L'espressione dell'energia immagazzinata è $U^{el} = \dfrac{Q^2}{2C}$

la **carica iniziale** presente sul condensatore è $Q_o = \sqrt{2U^{el}C} = \mathbf{13.3\ \mu C}$

Le due resistenze in serie vengono viste come una unica resistenza equivalente $R_{eq} = (R_1 + R_2) = \mathbf{50k\Omega}$ ed un **tempo di carica** $\tau = R_{eq}C = \mathbf{88\ \mu s}$

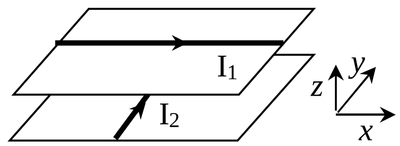
Il processo di carica di un condensatore inizialmente precarico segue la legge

$q(t) = Q_o \exp(-t/\tau) + fC[1 - \exp(-t/\tau)]$ che dopo t*=10μs diviene $q(t^*) = \mathbf{14.7\ \mu C}$

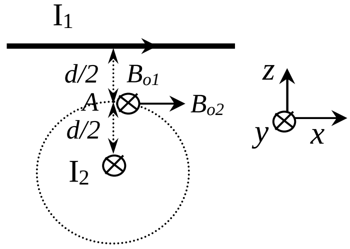
L'**energia immagazzinata** a quell'istante è $U^{el}(t) = \dfrac{q^2(t)}{2C} = \mathbf{61\ mJ}$

La **forze di attrazione mutua** fra le armature è invece $F_{12} = q\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o} = \dfrac{q^2}{2S\varepsilon_o} = \mathbf{612\ N}$

4. Nel vuoto due fili rettilinei indefiniti mutuamente ortogonali, giacenti su due piani paralleli distanti d=20cm, sono percorsi rispettivamente dalle correnti I_1=3A (lungo l'asse x) e I_2=4A (lungo l'asse y). Calcolare il vettore campo magnetico $\boldsymbol{H}$ (modulo, direzione e verso) nel punto medio A del segmento che definisce la distanza minima d tra i fili.

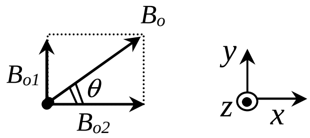


4. Il primo filo genera nel punto A a distanza d/2 un vettore di induzione magnetica di intensità $B_{o1} = \dfrac{\mu_o I_1}{2\pi(d/2)} =$ diretto lungo l'asse y.



Il secondo filo genera in A a istanza d/2 un vettore induzione magnetica $B_{o2} = \dfrac{\mu_o I_2}{2\pi(d/2)}$ diretto lungo l'asse x (quindi B_{o2} è ortogonale a B_{o1}). Per il principio di sovrapposizione degli effetti il vettore induzione complessivo è dato dalla somma vettoriale $\vec{B}_o = \vec{B}_{o1} + \vec{B}_{o2}$, la cui intensità vale

$$B_o = \sqrt{B_{o1}^2 + B_{o2}^2} = \frac{\mu_o}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \mathbf{10^{-5}\ T}.$$

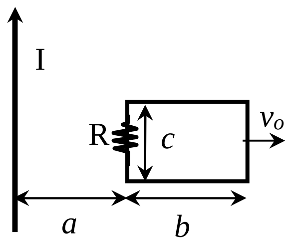


Il vettore giace nel piano xy inclinato dell'angolo $\theta = \arctan\left(\dfrac{B_{o1}}{B_{o2}}\right) = \arctan\left(\dfrac{I_1}{I_2}\right) = 0.64$ rad = **36°52'**

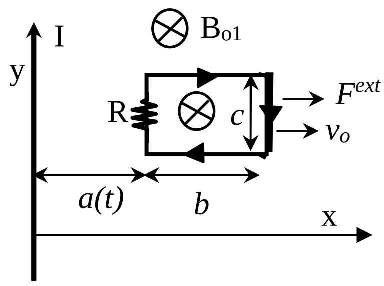
Il vettore **campo magnetico** è dato da $\vec{H} = \vec{B}_o / \mu_o$ ha stessa direzione e verso di $\mathbf{B_o}$

ed intensità pari a $H = \dfrac{B_o}{\mu_o} = \dfrac{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}}{\pi d} =$ **7.96 A/m**.

5. Una spira rettangolare rigida di lati b,c giace con il filo nel piano del foglio ad una distanza minima a da un filo rettilineo indefinitamente lungo percorso da una intensità di corrente I=5A. Assumendo la resistenza elettrica della spira R=0.2 Ω, determinare l'espressione della forza da applicare per allontanare la spira ad una velocità costante v_o=1m/s e darne il valore numerico iniziale [**Dati:** a=1m, b=1.5m, c=2m]



5. Il campo magnetico non uniforme generato dal filo è $B_{o1}(x) = \dfrac{\mu_o I}{2\pi x}$.



Dopo aver scelto una opportuna orientazione per la spira quadrata (la normale alla spira $\hat{n}$ ha lo stesso verso di $\vec{B}_{o1}$)
si ricava il flusso concatenato:

$$\Phi_c = \int \vec{B}_{o1} \cdot \hat{n} dS = \int B_{o1} dS = \frac{\mu_o I}{2\pi}\int_o^c dy \int_{a(t)}^{a(t)+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_o I c}{2\pi}\ln\left(1 + \frac{b}{a(t)}\right).$$

la **forza elettromotrice inizialmente indotta nella spira**

$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -\frac{\mu_o I c}{2\pi}\cdot\frac{d}{dt}\ln\left(1 + \frac{b}{a(t)}\right) = -\frac{\mu_o I c}{2\pi}\left[\frac{-b}{[a(t)+b]a(t)}\frac{da}{dt}\right] = \frac{\mu_o \cdot I \cdot v_o \cdot b \cdot c}{2\pi \cdot a \cdot (a+b)} = \mathbf{1.2\ \mu V}$$

La **corrente indotta** $i = \frac{f_i}{R} = \frac{\mu_o \cdot I \cdot v_o \cdot b \cdot c}{2\pi \cdot R \cdot a \cdot (a+b)}$ = **6 μA**
(nel senso indicato in figura)

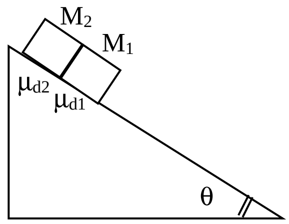
La forza magnetica di attrazione esercitata fra il filo e la spira si compone dei due termini attrattivo e repulsivo cui sono soggetti inizialmente i tratti verticali della spira

$$F = \frac{\mu_o \cdot I \cdot i \cdot c}{2\pi \cdot a} - \frac{\mu_o \cdot I \cdot i \cdot c}{2\pi \cdot (a+b)} = \frac{\mu_o \cdot I \cdot i \cdot b \cdot c}{2\pi \cdot a \cdot (a+b)} = \left(\frac{\mu_o}{2\pi}\right)^2 \frac{I^2 \cdot v_o \cdot b^2 \cdot c^2}{R \cdot a^2 \cdot (a+b)^2} = \mathbf{7.2\ pN}$$

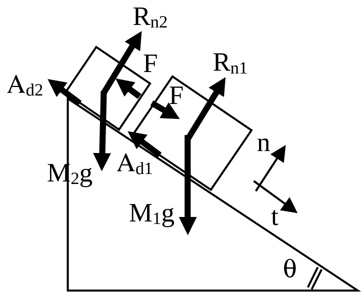
Se il moto è rettilineo uniforme ciò implica che la risultante delle forze sia nulla, e pertanto la F^{ext} applicata dall'esterno deve essere uguale (**7.2 pN**) ed opposta alla forza magnetica attrattiva

Problemi aggiuntivi di Meccanica

1. Due blocchi in contatto l'un con l'altro scivolano lungo un piano scabro inclinato di θ=40° rispetto all'orizzontale. Sapendo che il blocco anteriore M_1=3 kg è frenato da una forza di attrito di coefficiente μ_{d1}=0.5 superiore all'attrito esercitato sul blocco posteriore di massa M_2=2 kg (μ_{d2}=0.3) determinare l'accelerazione comune di caduta del gruppo dei blocchi e l'intensità delle forze interne di contatto fra i due blocchi. Determinare inoltre il valore del coefficiente di "*attrito dinamico di sistema*" che se applicato alle due masse pensate come unite produrrebbe la stessa accelerazione di caduta



1. Studio delle forze sui singoli blocchi



Blocco anteriore
Scomponendo tutte le forze agenti lungo gli assi t,n

$$\begin{matrix} t) \\ n) \end{matrix} \begin{cases} M_1 g \sin\theta - \mu_{d1} M_1 g \cos\theta + F = M_1 a \\ R_{n1} = M_1 g \cos\theta \end{cases}$$

Blocco posteriore
Scomponendo tutte le forze agenti lungo gli assi t,n

$$\begin{matrix} t) \\ n) \end{matrix} \begin{cases} M_2 g \sin\theta - \mu_{d2} M_2 g \cos\theta - F = M_2 a \\ R_{n2} = M_2 g \cos\theta \end{cases}$$

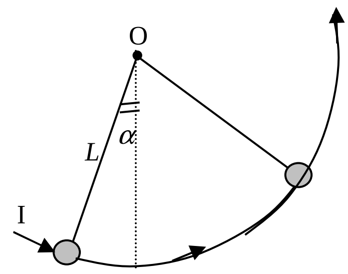
Dalle espressioni lungo l'asse del moto $a = g\frac{(M_1 + M_2)\sin\theta - (\mu_{d1} M_1 + \mu_{d2} M_2)\cos\theta}{M_1 + M_2} =$ **3.146 m/s²**

la forza di contatto tra i blocchi è $F = M_1(a - g\sin\theta + \mu_{d1} g\cos\theta) = \frac{M_1 M_2 (\mu_{d1} - \mu_{d2}) g\cos\theta}{M_1 + M_2} =$ **1.80 N**

Facoltativo: l'espressione della accelerazione di un unico blocco è $a_{sist} = g(\sin\theta - \mu_{eff}\cos\theta)$

dal confronto con l'espressione dell'accelerazione precedente si ottiene $\mu_{eff} = \frac{\mu_{d1} M_1 + \mu_{d2} M_2}{M_1 + M_2} =$ **0.42**

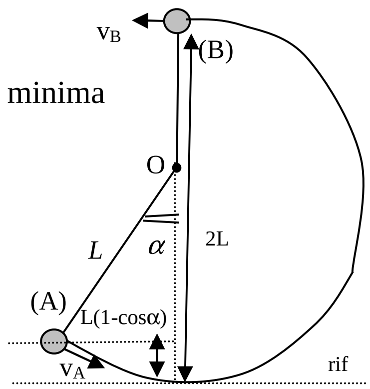
2. Un pendolo semplice è costituito da una massa m=1kg e da un filo di massa trascurabile e di lunghezza L=50 cm incardinato nel punto O. Esso è messo in oscillazione da un impulso diretto lungo il moto di intensità I che agisce quando il pendolo è fermo e già inclinato di un angolo α=20° rispetto alla verticale. Determinare per quale valore dell'impulso il pendolo riesce ad effettuare un giro completo.



2. 1'impulso produce una variazione della quantità di moto nel punto (A)

$I = p_f - p_i = mv_A$ dove p_i=0 da cui si ricava $v_A = I/m$

cui corrisponde una energia cinetica iniziale $K_a = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{I^2}{2m}$



L'energia meccanica iniziale è quindi data dalla somma della energia cinetica e di quella potenziale calcolata per semplicità rispetto al riferimento alla quota minima

$$E_{mA} = U_A + K_A = mgL(1 - \cos\alpha) + \frac{I^2}{2m}$$

Nel punto critico B la massa deve avere una velocità minima per poter completare il "*giro della morte*" mantenendo in tensione il filo.
Tale velocità minima si ottiene dall'equilibrio tra la forza centrifuga e la forza peso nel punto B

$$m\frac{v_{B,\min}^2}{L} = mg \quad \text{da cui} \quad v_{B,\min} = \sqrt{gL}$$

Conseguentemente l'energia meccanica nel punto B deve valere al minimo

$$E_{mB,\min} = U_B + K_B = 2mgL + \frac{1}{2}mv_{B,\min}^2 = \frac{5}{2}mgL$$

Imponendo la conservazione dell'energia fra i punti A e B si ottiene il valore minimo dell'impulso

$E_{mA} = E_{mB,\min}$ da cui $mgL(1-\cos\alpha) + \frac{I_{\min}^2}{2m} = \frac{5}{2}mgL$ da cui l'impulso da fornire nel punto A deve essere superiore al valore $I_{\min} = m\sqrt{gL(3 + 2\cos\alpha)}$ = **4.89 kg·m/s**