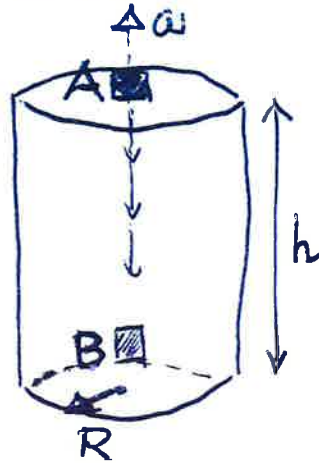


PROVA SCRITTA del 21/07/2025

FISICA PER INGEGNERIA GESTIONALE

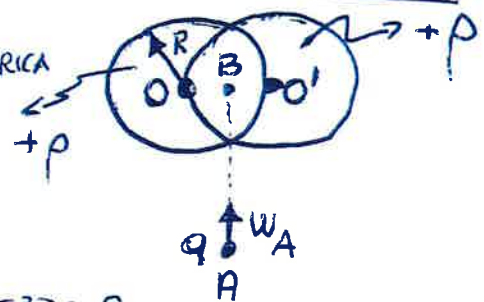
1. Un blocco di massa M è disposto sulla sommità della parete laterale di un cilindro di raggio di base $R = 1\text{m}$ ed altezza $h = 5\text{m}$ (cilindro cavo) (punto A) sapendo che i coeff. di attrito sono $\mu_s = 0.8$ e $\mu_d = 0.3$ e che la parete del cilindro è messa in rotazione alla velocità angolare ω .
 Si determini la minima velocità angolare per la quale il blocco rimane fermo sulla sommità della parete.
 Si determini inoltre per $\omega = 2\text{rad/s}$ in quanto tempo il blocco scivola alla base del cilindro (punto B).



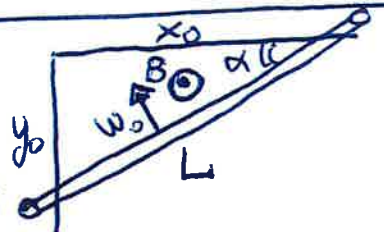
2. Il BICICLO in figura è costituito da due cilindri di raggio r e vincolati da una fune di cuoie gamento fra gli assi dei cilindri. Supponendo che sul cilindro anteriore sia applicata una coppia motrice C_m che mette in rotazione oraria il sistema e supponendo che $\mu_s = 0.5$ per entrambi i cilindri di massa $M = 3\text{kg}$.
 Determinare la massima coppia motrice applicabile che garantisce il rotolamento, l'accelerazione lineare del sistema, la tensione della fune ($I_c = \frac{1}{2}Mr^2$, $r = 30\text{cm}$).



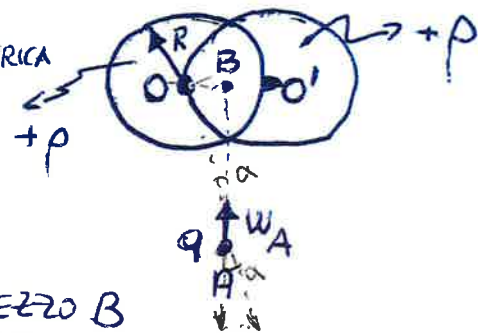
3. DUE SFERE CARICHE CON DENSITA' VOLUMETRICA $\rho = \rho_{\max} \left(\frac{r}{R} \right)$ ($\rho_{\max} = 1\mu\text{C}/\text{m}^3$, $R = 2\text{m}$) sono parzialmente sovrapposte essendo la distanza dei centri $OO' = R$.
 Si determinino il potenziale nel punto di mezzo B ed il potenziale nel punto A equidistante dalle sfere tale che $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}R$. Determinare inoltre la velocità minima v_A che è necessario imprimere ad una carica di massa $m = 100\text{g}$, $q = 1\mu\text{C}$ per poter far fermarsi nel punto B.



4. Il circuito triangolare in figura è immerso in un campo di induzione magnetica unif $B = 0.5\text{T}$. La barra mobile di lunghezza $L = 5\text{m}$ viene spostata con velocità $w_0 = 0.1\text{m/s}$ a ridurre la superficie del circuito (inizialmente $x_0 = 4\text{m}$, $y_0 = 3\text{m}$).
 Determinare l'espressione della F.E.M. indotta e in quale istante si dimezza

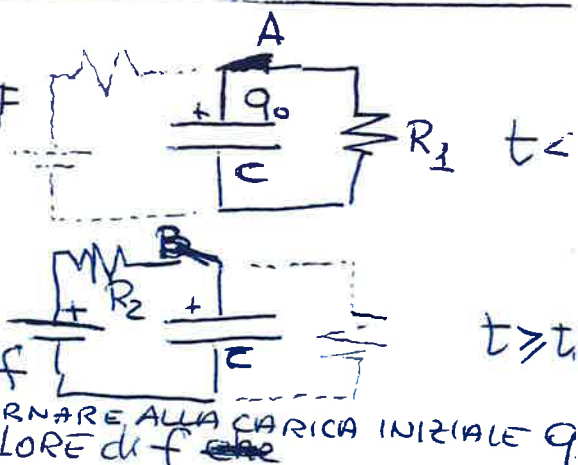


1. DUE SFERE CARICHE CON DENSITA' VOLUMETRICA
 $\rho = \rho_{max} \left(\frac{r}{R} \right)$ ($\rho_{max} = 1 \mu C/m^3$, $R = 2m$)



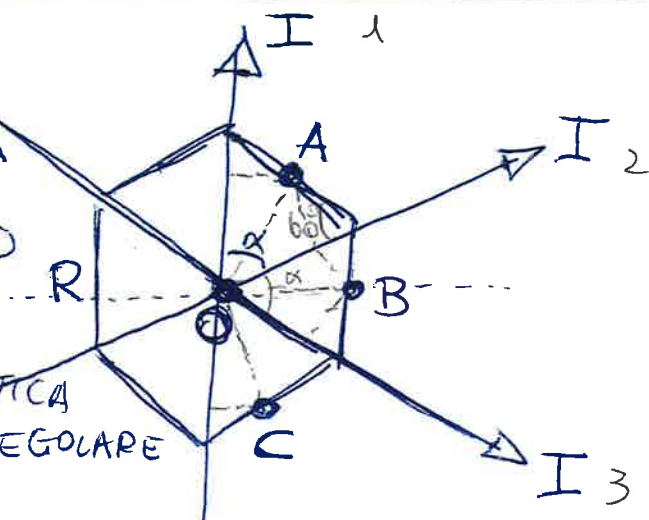
SONO PARZIALMENTE SOVRAPPORTE ESSENDO
 LA DISTANZA DEI CENTRI $OO' = R$
 SI DETERMININO IL POTENZIALE NEL PUNTO DI MEZZO B
 ED IL POTENZIALE NEL PUNTO A EQUIDISTANTE DALLE SFERE TALE CHE
 $AB = \frac{\sqrt{5}}{2} R$. DETERMINARE INOLTRE LA VELOCITA' MINIMA w_A CHE E' NECESSARIO
 IMPRINERE AD UNA CARICA DI MASSA $m = 100g$, $q = 1 \mu C$ PER POTER RAGGI FERMARSI
 NEL PUNTO B.

2. IL CONDENSATORE INIZIALMENTE
 CARICO $Q_0 = 10 \mu C$ CON CAPACITA' $C = 1 \mu F$
 SI SCARICA SULLA RESISTENZA $R_1 = 5 k\Omega$
 PER UN TEMPO $0 \leq t < t_0 = 10 ms$
 SUCCESSIVAMENTE ($t > t_0 = 10 ms$)

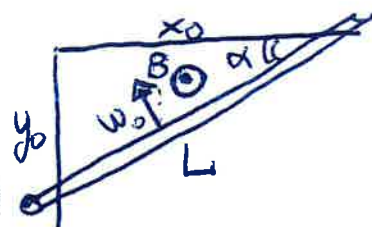


L'INTERUTTORE PASSA NELLO STATO B ED
 IL CONDENSATORE VIENE ALIMENTATO
 DALLA BATTERIA f PER ALTRI 20 ms
 SAPENDO CHE $R_2 = 10 k\Omega$ DETERMINARE IL VALORE DI f PER TORNARE ALLA CARICA INIZIALE Q

3. TRE FILI INDEFINITI PERCORSI
 DALLA MEDESIMA CORRENTE $I = 10 mA$
 SONO COMPLANARI PASSANDO
 PER UN COMUNE PUNTO CENTRALE O
 CON UNA INCLINAZIONE $\alpha = 60^\circ$
 COME IN FIGURA. DETERMINARE
 I VALORI DEL CAMPO DI INDUZ. MAGNETICA
 NEI PUNTI A, B, C, SULL'ESAGONO REGOLARE
 DI LATO $R = 10 cm$ E DI CENTRO O
 COME IN FIGURA ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$)



4. IL CIRCUITO TRIANGOLARE IN FIGURA E' IMMERSO IN
 UN CAMPO DI INDUZIONE MAGNETICA UNIF $B = 0.5 T$
 LA BARRA MOBILE DI LUNGHEZZA $L = 5 m$ VIENE SPOSTATA
 CON VELOCITA' $w_0 = 0.1 m/s$ A RIDURRE LA SUPERFICIE
 DEL CIRCUITO (INIZIALMENTE $x_0 = 4 m$, $y_0 = 3 m$)
 DETERMINARE L'ESPRESSIONE DELLA F.E.N. INDOTTA E IN QUALE ISTANTE SI DIMIETTA



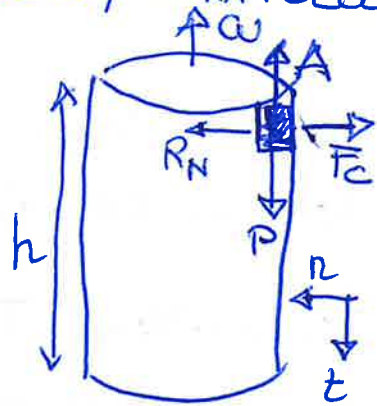
SOLUZIONI ESAME COMPLETO / II APPELLO

1) CASO STATICO : ANALISI DELLE FORZE

$$\hat{n} \begin{cases} R_N = F_c = M\omega^2 R \end{cases}$$

$$\hat{t} \begin{cases} A_s = P = Mg \leq A_{\max} = \mu_s R_N = \mu_s M\omega^2 R \end{cases}$$

DA CUI $\omega^2 \geq \frac{g}{\mu_s R}$ $\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}} = 3.5 \text{ rad/s}$



CASO DINAMICO : CALCOLO ACC. DI CADUTA

$$\hat{n} \begin{cases} R_N = F_c = M\omega_0^2 R \end{cases}$$

$$\hat{t} \begin{cases} P - A_d = Ma \end{cases} \text{ da cui } a = \frac{P - A_d}{M} = \frac{Mg - \mu_d R_N}{M} = \frac{Mg - \mu_d M\omega_0^2 R}{M}$$

$$a = g - \mu_d \omega_0^2 R = 8.6 \text{ m/s}^2$$

CINEMATICA DELLA CADUTA

$$\begin{cases} a = a_0 = 8.6 \text{ m/s}^2 \\ v = v_0 + a_0 t = a_0 t \\ s = \frac{1}{2} a_0 t^2 = h \end{cases}$$

da cui il tempo di SCIVOLAMENTO

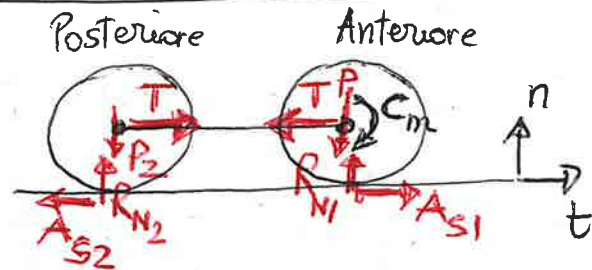
$$t = \sqrt{\frac{2h}{a_0}} = \sqrt{\frac{2h}{g - \mu_d \omega_0^2 R}} = 1.078 \text{ s}$$

2) EQUAZIONI PER LA RUOTA ANTERIORE

$$\hat{n} \begin{cases} R_{N1} = P_1 = m_1 g \end{cases}$$

$$\hat{t} \begin{cases} A_{S1} - T = m_1 a \end{cases}$$

1^A CARDINALE



$$C_m - A_{S1} \cdot r = I_{c1} \frac{d\omega}{dt}$$

2^A CARDINALE (RISPETTO CENTRO)
VERO ORARIO E' POSITIVO

$$\Rightarrow \frac{C_m}{r} - A_{S1} = \frac{I_{c1}}{r} \frac{d\omega}{dt} = \frac{I_{c1}}{r^2} a$$

(condizione rotolamento $v = \omega r$)

EQUAZIONI RUOTA POSTERIORE

$$\hat{n} \begin{cases} R_{N2} = P_2 = m_2 g \end{cases}$$

$$\hat{t} \begin{cases} T - A_{S2} = m_2 a \end{cases}$$

1^A CARDINALE

$$A_{S2} \cdot r = I_{c2} \frac{d\omega}{dt}$$

2^A CARDINALE
VERO ORARIO E' POSITIVO

$$\Rightarrow A_{S2} = \frac{I_{c2}}{r} \frac{d\omega}{dt} = \frac{I_{c2}}{r^2} a$$

RIEPILOGANDO

$$+ A_{S1} - T = m_1 a$$

$$+ T - A_{S2} = m_2 a$$

$$+ \frac{C_m}{r} - A_{S1} = \frac{I_{c1}}{r^2} a$$

$$+ A_{S2} = \frac{I_{c2}}{r^2} a$$

$$\Rightarrow \frac{C_m}{r} = (m_1 + m_2 + \frac{I_{c1}}{r^2} + \frac{I_{c2}}{r^2}) a = \frac{5}{2} (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{2}{5} \frac{C_m/r}{m_1 + m_2}$$

$$A_{S1} = \frac{C_m}{r} - \frac{1}{2} m_1 a = \frac{C_m}{r} \left[1 - \frac{1}{5} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right] = \frac{C_m}{r} \frac{2m_1 + 3m_2}{3m_1 + 3m_2} = \frac{5}{6} \frac{C_m}{r}$$

$$A_{s_1} = \frac{C_m}{r} \frac{2m_1 + 3m_2}{3m_1 + 3m_2} = \frac{5}{6} \frac{C_m}{r} \leq A_{\max_1} = \mu_s m_1 g$$

$$C_m \leq \frac{6}{5} \mu_s m g r = 5.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

COPPIA MASSIMA

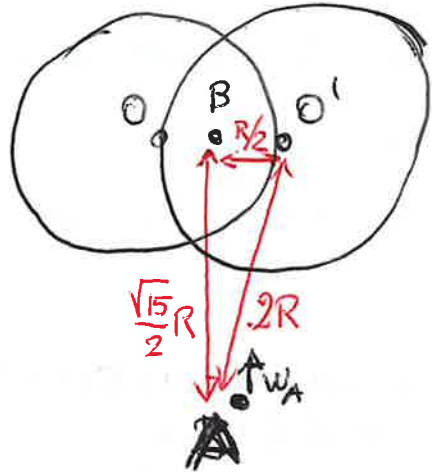
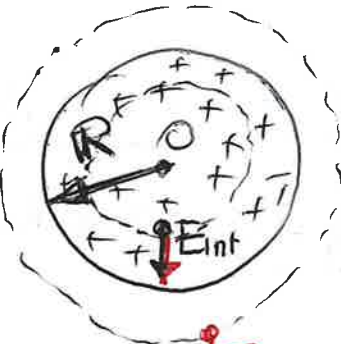
$$\text{Acceleraz. sistema } a = \frac{2}{3} \frac{C_m/r}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3} \frac{C_m}{m} = \frac{2}{5} \mu_s m g = 1.96 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Tensione Fune } T = A_{s_1} - m_1 a = \mu_s m_1 g - \frac{2}{5} \mu_s m g = \frac{3}{5} \mu_s m g = 8.8 \text{ N}$$

(3)

GAUSS

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\tau} = 4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



$$E_{\text{INT}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^r \rho_{\text{max}} \left(\frac{r}{R}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{\rho_{\text{max}} r^2}{4\epsilon_0 R}$$

$$E_{\text{EXT}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^R \rho_{\text{max}} \left(\frac{r}{R}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{\rho_{\text{max}} R^3}{4\epsilon_0 r^2}$$

$$V_{\text{INT}} = \int_r^R E_{\text{INT}} dr + V(R) = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \left(\frac{R^3 - r^3}{3R} \right) + \frac{\rho_{\text{max}} R^2}{4\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \frac{4R^3 - r^3}{3R}$$

$$V_{\text{EXT}} = \int_r^\infty E_{\text{EXT}} dr = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$$

$$V_A^{\text{TOT}} = q V_{\text{EXT}}(2R) = q \frac{\rho_{\text{max}} R^3}{4\epsilon_0 2R} = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} R^2 = 1.1 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

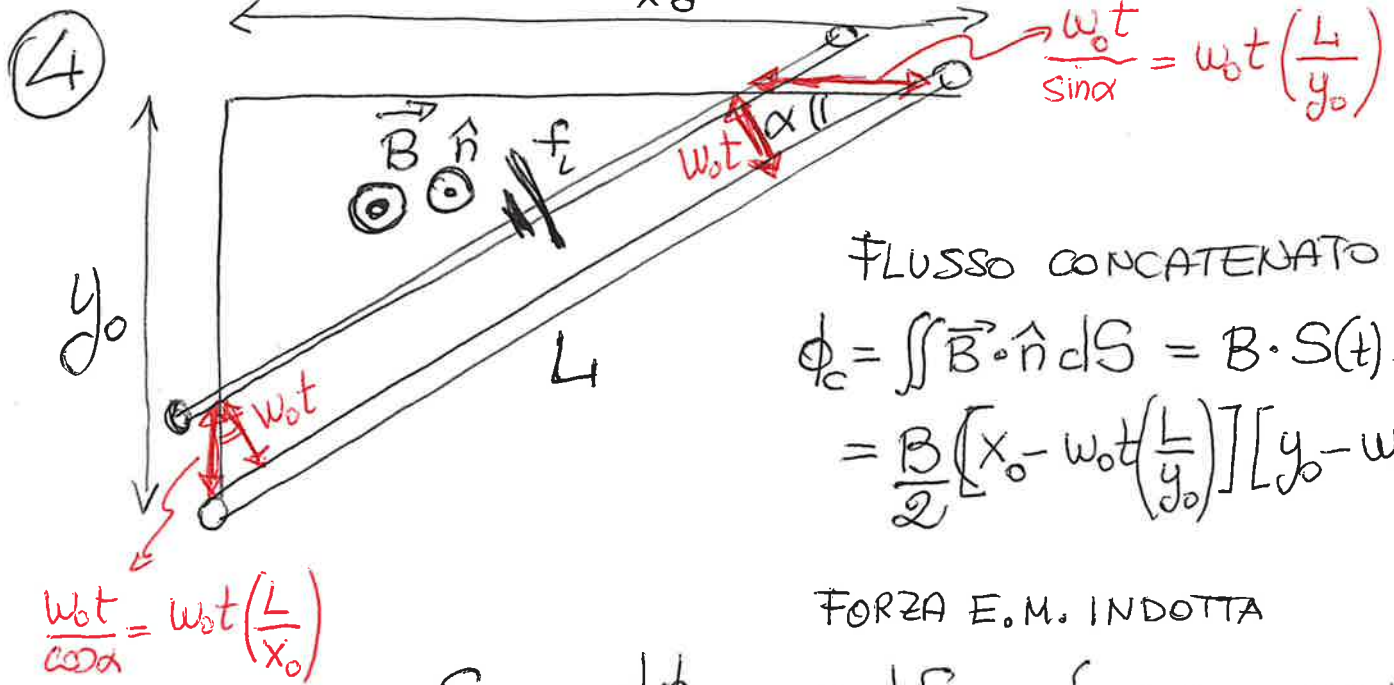
$$V_B^{\text{TOT}} = q V_{\text{INT}}\left(\frac{R}{2}\right) = q \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \frac{4R^3 - \frac{R^3}{8}}{3R} = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \left(\frac{31}{12}\right) R^2 = 2.9 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$\Delta V = V_B^{\text{TOT}} - V_A^{\text{TOT}} = \frac{\rho_{\text{max}}}{4\epsilon_0} \frac{19}{12} R^2$$

VELOCITA' w_A DALLA CONSERVAZIONE ENERGIA

$$\frac{1}{2} m w_A^2 + q V_A^{\text{TOT}} = q V_B^{\text{TOT}}$$

$$w_A = \sqrt{\frac{2q}{m} (V_B^{\text{TOT}} - V_A^{\text{TOT}})} = 1.89 \text{ m/s}$$



FLUSSO CONCATENATO

$$\phi_c = \iint \vec{B} \cdot \hat{n} dS = B \cdot S(t) =$$

$$= \frac{B}{2} \left[x_0 - v_0 t \left(\frac{L}{y_0} \right) \right] \left[y_0 - v_0 t \left(\frac{L}{x_0} \right) \right]$$

FORZA E.M. INDOTTA

$$f_i = - \frac{d\phi_c}{dt} = -B \frac{dS}{dt} = \frac{B}{2} \left\{ v_0 \frac{L}{y_0} \left(y_0 - v_0 t \left(\frac{L}{x_0} \right) \right) + v_0 \frac{L}{x_0} \left(x_0 - v_0 t \left(\frac{L}{y_0} \right) \right) \right\}$$

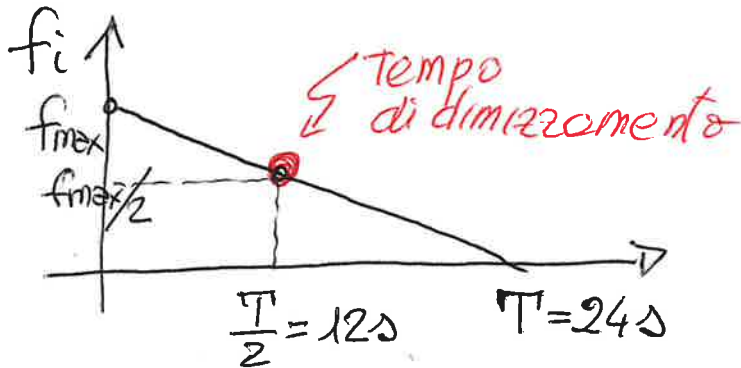
$$f_i = B v_0 L \left(1 - \frac{v_0 L}{x_0 y_0} t \right)$$

ossia

$$f_i = f_{\max} \left(1 - \frac{t}{T} \right)$$

dove $f_{\max} = B v_0 L = 0.25 \text{ V}$

$$T = \frac{x_0 y_0}{v_0 L} = 24 \text{ s}$$



$$t = \frac{T}{2} = \frac{x_0 y_0}{2 v_0 L} = 12 \text{ s}$$

1. $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

1. $\frac{1}{x^2}$

2. $\frac{1}{x^3} = x^{-3}$

$$= \frac{1}{x^3} \cdot x^3 = \frac{x^3}{x^3} = 1$$

$$= \frac{1}{x^3} \cdot x^3 = \frac{x^3}{x^3} = 1$$

3. $\frac{1}{x^4} = x^{-4}$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$= \frac{1}{x^4} \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^4} = 1$$