



FISICA

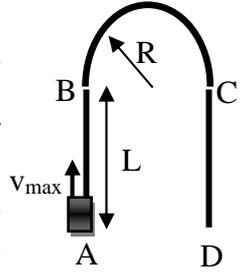
A.A. 2015-2016

Ingegneria Gestionale

2° appello del 11 Luglio 2016

Soluzioni - Esame completo

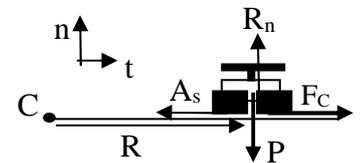
1. Una macchina da corsa percorre il tratto di circuito ABCD costituito da due tratti rettilinei paralleli $AB=CD=L=300\text{m}$ congiunti da una semicirconferenza di raggio $R=250\text{m}$ con la seguente strategia: la macchina, lanciata in A alla velocità massima $v_{\max}=300\text{km/h}$, comincia il più tardi possibile a frenare con decelerazione di modulo $a=9\text{m/s}^2$ per impostare la curva in B con una velocità costante ridotta anche in base al coefficiente di attrito delle gomme con l'asfalto ($\mu_s=0.9$). Al termine della curva, nel punto C, la macchina riaccelera con $a=9\text{m/s}^2$ per raggiungere il prima possibile la massima velocità che poi mantiene costante fino a D. Determinare il minimo tempo per percorrere AD.



Una seconda macchina con velocità di punta inferiore $v_{\max 2}=280\text{km/h}$, ha però montato le gomme morbide con $\mu_s=1.1$. Confrontare i tempi di percorrenza delle due auto

1. Impostazione della curva

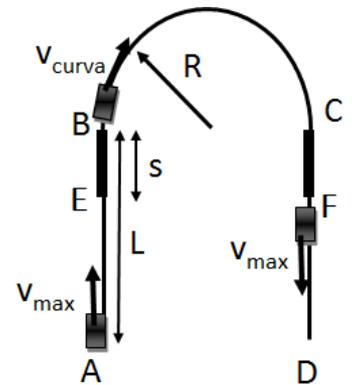
Come noto c'è un limite alla velocità che si può tenere lungo un tratto curvilineo. Per trovarla occorre studiare le forze agenti sulla macchina nel sistema di riferimento non inerziale. Proiettando lungo gli assi n, t si ottiene:



$$\hat{n} \begin{cases} R_n - P = 0 \\ \hat{t} \begin{cases} F_c - A_s = 0 \end{cases} \end{cases} \text{ da cui } \hat{n} \begin{cases} R_n = mg \\ \hat{t} \begin{cases} A_s = mv^2/R \leq \mu_s R_n = \mu_s mg \end{cases} \end{cases}$$

da cui si ricavano la massima velocità in curva $v_{\text{curva}} = \sqrt{\mu_s g R} = 46.96 \text{ m/s} = 169 \text{ km/h}$

La strategia per la corsa è procedere alla massima velocità v_{\max} nel tratto rettilineo AE, quindi decelerare uniformemente nel tratto rettilineo EB da v_{\max} a v_{curva} , in modo da percorrere la curva BC alla velocità uniforme v_{curva} . In uscita dalla curva nel punto C la macchina deve riaccelerare uniformemente nel tratto rettilineo CF per raggiungere di nuovo la massima velocità v_{\max} in F e percorrere FD alla massima velocità (costante).



Tratto EB: moto uniformemente decelerato. Le equazioni cinematiche

$$\begin{cases} x = v_{\max} t - at^2/2 \\ v(t) = v_{\max} - a \cdot t \end{cases} \text{ imponendo } v(t) = v_{\text{curva}} \text{ si ottiene } t_{AE} = \frac{v_{\max} - v_{\text{curva}}}{a} = 4.042 \text{ s}$$

Lo spazio percorso vale $s = \frac{v_{\max}^2 - v_{\text{curva}}^2}{2a} = 263.3 \text{ m}$

Tratto CF: moto uniformemente accelerato: per simmetria si ottengono gli stessi risultati:

tempo di percorrenza $t_{CF} = \frac{v_{\max} - v_{\text{curva}}}{a} = 4.042 \text{ s}$, con spazio percorso $s = 263.3 \text{ m}$

Tratto AE e suo simmetrico FC: moto rettilineo uniforme a v_{\max} . Il tempo $t_{AE} = t_{FD} = \frac{L-s}{v_{\max}} = 0.44 \text{ s}$

Tratto BC: moto circolare uniforme a v_{curva} : $t_{BC} = \frac{\pi R}{v_{\text{curva}}} = 16.73 \text{ s}$

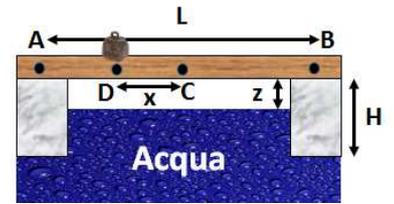
Tempo di percorrenza complessivo: $T_{\text{tot}} = (t_{EB} + t_{CF}) + (t_{AE} + t_{FD}) + t_{BC} = 2t_{EB} + 2t_{AE} + t_{BC}$

$$T_{\text{tot}} = 2 \frac{v_{\max} - v_{\text{curva}}}{a} + \frac{2aL - (v_{\max}^2 - v_{\text{curva}}^2)}{v_{\max} a} + \frac{\pi R}{v_{\text{curva}}} = 25.69 \text{ s}$$

Ripetendo il conteggio per la seconda auto si ottiene invece un tempo inferiore $T_{\text{tot}2} = 23.8 \text{ s}$

2. Una trave omogenea di massa $M=10\text{kg}$ è sostenuta nei punti A e B da due cubi di ghiaccio galleggianti su un lago profondo. Sapendo che $AB=5\text{m}$ e che ciascun cubo ha egual lato $H=70\text{cm}$, e che la densità del ghiaccio $\delta_G=900\text{kg/m}^3$ è inferiore a quella dell'acqua $\delta_A=1000\text{kg/m}^3$, determinare a quale altezza z dal pelo dell'acqua la trave trova il suo equilibrio.

Facoltativo: un blocchetto di massa $m=2\text{kg}$ viene posizionato nel punto D a distanza $x=1\text{m}$ dal baricentro C (sul lato sinistro). Il sistema trova un nuovo equilibrio inclinandosi lievemente. Trovare le due altezze z_A e z_B della trave nei punti A e B



2. Statica della trave:

Imponendo la nullità della prima equazione cardinale

$$R_{nA} + R_{nB} = Mg$$

Imponendo la nullità della seconda equazione cardinale (rispetto a C)

$$-R_{nA}\left(\frac{L}{2}\right) + R_{nB}\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad \text{da cui} \quad R_{nA} = R_{nB}$$

Combinando le due equazioni si ottiene $R_{nA} = R_{nB} = \frac{Mg}{2} = 49 \text{ N}$

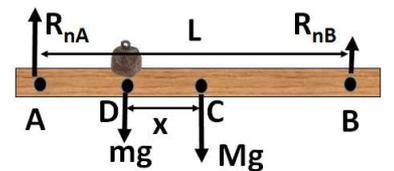
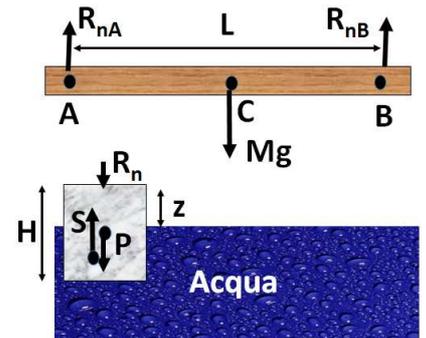
Statica del blocco di ghiaccio:

La spinta di Archimede S deve controbilanciare il peso del blocco di ghiaccio più la reazione normale verso il basso fornita dalla trave:

$$S = P + R_n \quad \text{ossia} \quad \delta_A [H^2(H - z)]g = \delta_G H^3 g + R_n$$

da cui l'altezza dalla trave dal pelo dell'acqua $z = H \left(\frac{\delta_A - \delta_G}{\delta_A} \right) - \frac{R_n}{\delta_A H^2 g}$

che essendo $R_{nA} = R_{nB}$ è eguale nei due punti A e B : $z_A = z_B = 5.98 \text{ cm}$



Facoltativo: Imponendo la nullità della prima equazione cardinale $R_{nA} + R_{nB} = (M + m)g$

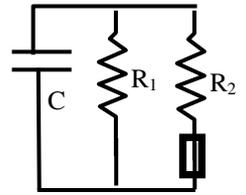
Imponendo la nullità della seconda equazione cardinale (rispetto a C) $-R_{nA}\left(\frac{L}{2}\right) + R_{nB}\left(\frac{L}{2}\right) + mgx = 0$

si ottiene $R_{nA} = \frac{Mg}{2} + \frac{mg}{2} \left(1 + \frac{2x}{L}\right) = 62.7 \text{ N}$ $R_{nB} = \frac{Mg}{2} + \frac{mg}{2} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) = 54.9 \text{ N}$

da cui applicando su ciascun blocco la formula $z_{A/B} = H \left(\frac{\delta_A - \delta_G}{\delta_A} \right) - \frac{R_{nA/B}}{\delta_A H^2 g}$

si ottengono $z_A = 5.69 \text{ cm}$ e $z_B = 5.86 \text{ cm}$

3. Il circuito resistivo in figura viene alimentato da un condensatore di capacità $C=1\text{mF}$ ed energia iniziale $E=200\text{ J}$. Nel ramo della resistenze R_2 , è posizionato un fusibile in stagno di lunghezza $L=8\text{cm}$ e sezione $S=0.015\text{mm}^2$ che in caso di alte correnti fonde interrompendo la corrente nel ramo. Sapendo che il circuito è inizialmente alla temperatura $T_o=20^\circ\text{C}$ e che la temperatura di fusione dello stagno è $T_f=230^\circ\text{C}$ determinare se il fusibile fonda ed in quale istante dalla chiusura del circuito oppure se non fonda a quale temperatura si porta. Suggerimento: la resistenza del fusibile è ininfluente ai fini del calcolo delle correnti ma deve essere calcolata per calcolare il calore sviluppato su di esso. Si trascuri poi il calore latente di fusione dello stagno. [Dati: $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, calore specifico, densità e resistività dello stagno $c=228\text{ J/kgK}$, $\delta=7300\text{ kg/m}^3$, $\rho=10^{-7}\ \Omega\text{m}$]



3. Calcolo dell'energia per fondere il fusibile

Il fusibile di forma cilindrica ha massa : $m = \delta(S \cdot L) = 8.76\text{ mg}$

Dalla calorimetria l'energia termica necessaria per portarlo alla fusione

(trascurando il calore latente) vale $E_T = mc\Delta T = \delta(S \cdot L) \cdot c \cdot (T_f - T_o) = 0.419\text{ J}$

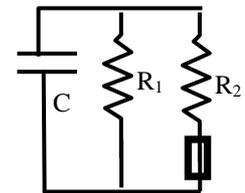
Circuito elettrico principale

L'energia iniziale nel condensatore di $E=200\text{ J}$

corrispondente ad una carica iniziale $Q(0) = \sqrt{2 \cdot E \cdot C} = 0.632\text{ C}$

Alla chiusura dell'interruttore il processo di scarica avviene sul parallelo delle

resistenza $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 1\text{ k}\Omega$



ove si è trascurata la resistenza del fusibile $R_f = \left(\rho \frac{L}{S}\right) = 0.533\ \Omega$

Il tempo di scarica del circuito è: $\tau = R_p C = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} C = 1\text{ s}$

La corrente di scarica è quindi $i(t) = \frac{Q_o}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ che si ripartisce parimenti nei due rami.

La corrente che attraversa il fusibile nel ramo della resistenza R_2 è: $i_2(t) = \frac{i(t)}{2} = \frac{Q_o}{2\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

La potenza dissipata sul fusibile è: $P_f = [i_2(t)]^2 \cdot R_f = \left(\frac{Q_o}{2\tau}\right)^2 \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \cdot \left(\rho \frac{L}{S}\right)$

L'energia dissipata sul fusibile al tempo t si ottiene integrando nel tempo la potenza dissipata:

$$E_f = \int_0^t [i_2(t)]^2 \cdot R_f dt = \frac{Q_o^2}{8\tau} \left[1 - \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right)\right] R_f = E \left[1 - \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right)\right] \left(\frac{R_f}{4R_p}\right)$$

L'energia dissipata sul fusibile quindi cresce nel tempo fino ad un valore massimo asintotico

$$E_f(\infty) = E \left(\frac{R_f}{4R_p}\right) = 26.27\text{ mJ} \ll E_T = 0.419\text{ J} . \text{Ciò dimostra che il fusibile non fonde!!}$$

Dalla calorimetria $\delta(S \cdot L) \cdot c \cdot (T - T_o) = E_f(\infty)$ da cui la temperatura $T = T_o + \frac{E_f}{\delta \cdot S \cdot L \cdot c} = 33.51^\circ\text{C}$

2° modo: un modo semplice per calcolare con pochi passaggi l'energia dissipata sul fusibile al termine del processo di scarica è il seguente: il condensatore ha una energia iniziale $E=200\text{ J}$ che viene integralmente dissipata sui due rami resistivi in pari quantità. Sul ramo dove è il fusibile verrà quindi

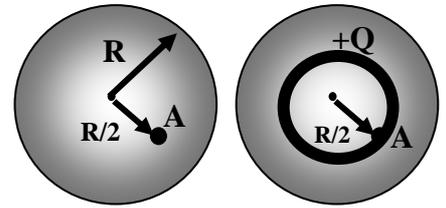
dissipata una energia $E_2=100 \text{ J}$. La quota di energia dissipata direttamente sul fusibile è proporzionale

alla resistenza del fusibile secondo $E_f = E_2 \left(\frac{R_f}{R_2 + R_f} \right) \approx E_2 \left(\frac{R_f}{R_2} \right) = 26.27 \text{ mJ}$

4. Sul volume di una sfera di raggio $R=5\text{cm}$ è distribuita una carica con densità a simmetria radiale che segue la legge $\rho(r) = \rho_{\max} \left(\frac{r}{R} \right)^2$ ove

$\rho_{\max}=100\mu\text{C}/\text{m}^3$. Calcolare il potenziale nel punto interno A a distanza $R/2$ dal centro. Calcolare anche il lavoro fatto dall'esterno necessario per

portare un protone dall'infinito nel punto A. **Facoltativo:** al posto del protone, vengono invece trasportate delle cariche in modo da formare un guscio sferico di carica $Q=200\mu\text{C}$. Calcolare il lavoro necessario. [Dati: carica del protone $e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$]



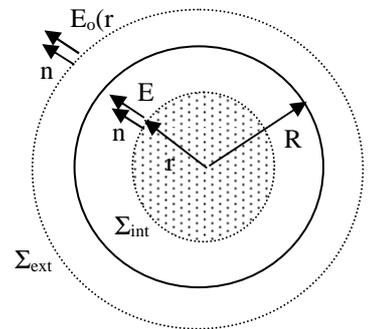
4. Calcolo del potenziale

Il campo elettrico $E_o(r)$ è radiale e viene calcolato applicando la legge di Gauss.

Campo elettrico interno: scelta la superficie Σ_{int} di raggio $r < R$, il flusso uscente da Σ_{int} deve valere $Q_{\text{int}}/\epsilon_o$, ossia

$$\Phi_{\Sigma_{\text{int}}} = \int_{\Sigma_{\text{int}}} \vec{E}_{\text{int}} \cdot \hat{n} dS = 4\pi r^2 E_{\text{int}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o} \quad \text{dove la carica interna a } \Sigma_{\text{int}} \text{ vale}$$

$$Q_{\text{int}} = \int \rho dV = \int_0^r \left(\rho_{\max} \frac{r^2}{R^2} \right) (4\pi r^2 dr) = \frac{4\pi \rho_{\max}}{R^2} \int_0^r r^4 dr = \frac{4\pi \rho_{\max}}{5} \frac{r^5}{R^2}$$



Combinando le due parti si ricava il **campo elettrico interno** $E_{\text{int}} = \frac{\rho_{\max}}{5\epsilon_o} \frac{r^3}{R^2}$.

Campo elettrico esterno: scelta la superficie Σ_{ext} di raggio $r > R$, il flusso uscente da Σ_{ext} vale

$$\Phi_{\Sigma_{\text{ext}}} = \int_{\Sigma_{\text{ext}}} \vec{E}_{\text{ext}} \cdot \hat{n} dS = 4\pi r^2 E_{\text{ext}} = \frac{Q}{\epsilon_o} \quad \text{ove } Q \text{ è tutta la carica presente nella sfera di raggio } R \text{ ossia}$$

$$Q = \int \rho dV = \int_0^R \left(\rho_{\max} \frac{r^2}{R^2} \right) (4\pi r^2 dr) = \frac{4\pi \rho_{\max}}{5} R^3. \quad \text{Combinando si ha il } \textbf{campo esterno} \quad E_{\text{ext}} = \frac{\rho_{\max}}{5\epsilon_o} \frac{R^3}{r^2}.$$

Il **potenziale nel punto A** si calcola come

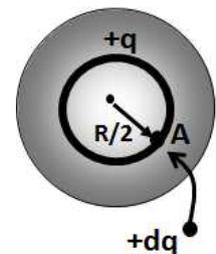
$$V_A \left(\frac{R}{2} \right) = \int_{R/2}^{\infty} E dr = \int_{R/2}^R E_{\text{int}} dr + \int_R^{\infty} E_{\text{ext}} dr = \frac{\rho_{\max}}{5\epsilon_o} \left[\int_{R/2}^R \frac{r^3}{R^2} dr + \int_R^{\infty} \frac{R^3}{r^2} dr \right] = \frac{\rho_{\max} R^2}{5\epsilon_o} \left[\frac{15}{64} + 1 \right] = \frac{79 \rho_{\max} R^2}{320 \epsilon_o} = 6.98 \text{ kV}$$

Il lavoro L^{ext} che dobbiamo compiere contro le forze del campo per portare un protone dall'infinito nel punto A è opposto al lavoro elettrostatico

$$L^{\text{ext}} = -L_E = -e(V_{\infty} - V_A) = eV_A = \frac{79 \rho_{\max} e R^2}{320 \epsilon_o} = 6.98 \text{ keV} = 1.18 \times 10^{-15} \text{ J}$$

Facoltativo:

durante il cambio di configurazione, il lavoro dL^{ext} che dobbiamo compiere contro le forze del campo per aggiungere una carica dq al guscio sferico per A dove è presente una carica q in via di formazione (ossia $0 < q < Q$), è anche qui opposto al lavoro elettrostatico



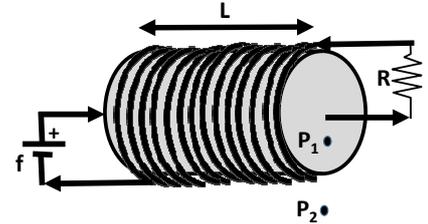
$$dL^{\text{ext}} = -dL_E = -dq(V_{\infty} - V_A^*) = dqV_A^* = dq \left(V_A + \frac{q}{4\pi \epsilon_o (R/2)} \right)$$

ove V_A^* è il potenziale nel punto A, che si è incrementato per la presenza del guscio sferico di carica q

Il lavoro complessivo per completare la nuova configurazione si ottiene integrando i vari contributi

$$L^{est} = \int dL^{ext} = \int_0^Q dq \left(V_A + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (R/2)} \right) = QV_A + \frac{Q^2/2}{4\pi\epsilon_0 R/2} = \frac{79}{320} \frac{Q\rho_{max} R^2}{\epsilon_0} + \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = 7.2 \times 10^3 \text{ J}$$

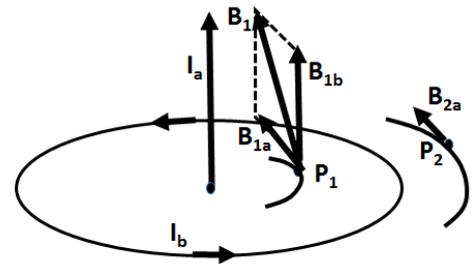
5. La forza elettromotrice $f=10\text{kV}$ fa circolare una corrente nell'intero circuito elettrico in figura che presenta una resistenza complessiva $R=5\text{k}\Omega$. Focalizzando l'attenzione nel tratto lungo $L=50\text{cm}$, si assiste al passaggio di una corrente negli $N=100$ avvolgimenti del tratto solenoide (sezione circolare con $r=8\text{cm}$), e di analoga corrente nel tratto rettilineo lungo l'asse del solenoide. Determinare l'intensità



dell'induzione magnetica B_1 nel punto interno P_1 alla distanza $r/2$ dall'asse, e determinare nel punto esterno P_2 , alla distanza $2r$ dall'asse di quante volte sia diminuita l'intensità dell'induzione magnetica. [Si assuma che il solenoide ed il filo siano di lunghezza infinita. Il mezzo è il vuoto]

5. Il circuito elettrico per quanto variegato è costituito da una maglia dove c'è la forza elettromotrice $f=10\text{kV}$ e la resistenza complessiva $R=5\text{k}\Omega$. Potendo trascurare tutti i possibili effetti induttivi la corrente circolante a regime sul filo I_a ed anche negli avvolgimenti del solenoide I_b è quindi:

$$I_a = I_b = I = \frac{f}{R} = 2 \text{ A}$$



Il vettore induzione magnetica generato dal filo indefinito percorso dalla corrente I_a segue circonferenze chiuse ed è di intensità per Biot Savart

nel punto P_1 vale $B_{1a} = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi(r/2)}$ nel punto P_2 vale $B_{2a} = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi(2r)}$

Il vettore induzione magnetica generato dal solenoide percorso dalla corrente I_b è non nullo solo per il punto interno P_1 ed ha direzione lungo l'asse del solenoide con intensità

nel punto P_1 vale $B_{1b} = \mu_0 \frac{N}{L} I_b$, nel punto P_2 è trascurabile $B_{2b} = 0$

Complessivamente nel punto P_1 il vettore induzione si ottiene con il principio di sovrapposizione

degli effetti ed ha modulo $B_1 = \sqrt{B_{1a}^2 + B_{1b}^2} = \mu_0 I \sqrt{\left(\frac{1}{\pi r}\right)^2 + \left(\frac{N}{L}\right)^2} = 503 \mu\text{T}$

mentre nel punto P_2 vale $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} = 2.5 \mu\text{T}$ con un rapporto quindi $\frac{B_1}{B_2} = \sqrt{16 + \left(\frac{N}{L}\right)^2 (4\pi r)^2} = 201$



FISICA

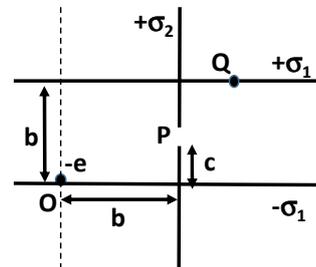
A.A. 2015-2016

Ingegneria Gestionale

2° appello 11 Luglio 2016 – Soluzioni Esonero

ESERCIZI INTEGRATIVI DI ELETTROMAGNETISMO

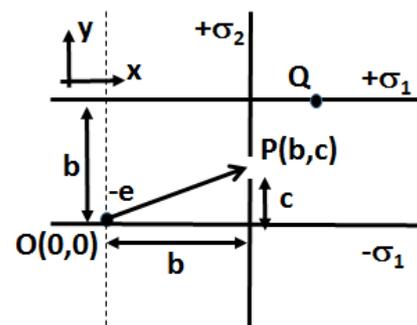
1. Due strati piani paralleli uniformemente carichi con densità $+\sigma_1$, e $-\sigma_1$, ove $\sigma_1=10\text{nC/m}^2$, sono disposti orizzontalmente alla distanza $b=8\text{cm}$. Un terzo piano verticale, uniformemente carico di densità $+\sigma_2$ li interseca come in figura. Un elettrone, inizialmente fermo nel punto O, viene accelerato dai campi in modo da passare nella fenditura P posta ad una altezza $c=5\text{cm}$ dallo strato inferiore (la fenditura non modifica il campo generato dallo strato $+\sigma_2$). Determinare il valore di σ_2 che consente all'elettrone di transitare attraverso la fenditura ed il tempo al quale ciò avviene. **Facoltativo:** una volta superata la fenditura indicare le coordinate del punto Q sullo strato superiore [$e=1.6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$, la massa dell'elettrone $m_e=9.1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$]



1. Moto rettilineo nel tratto OP.

Nel tratto OP l'elettrone viaggia in una zona dove è presente un campo elettrico con componenti orizzontale x e verticale y come segue:

$$\begin{cases} E_x = -\frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \\ E_y = -\frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \end{cases} \text{ quindi la forza } \begin{cases} F_x = \frac{e\sigma_2}{2\epsilon_0} \\ F_y = \frac{e\sigma_1}{\epsilon_0} \end{cases} \text{ e l'accelerazione } \begin{cases} a_x = \frac{e\sigma_2}{2m_e\epsilon_0} \\ a_y = \frac{e\sigma_1}{m_e\epsilon_0} \end{cases}$$



Le equazioni della cinematica, quando si assume la velocità iniziale nulla, divengono quindi

$$\text{Lungo } x \begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 \\ v_x = a_x t \\ a_x = \frac{e\sigma_2}{2m_e\epsilon_0} \end{cases} \text{ e lungo } \begin{cases} y = \frac{1}{2}a_y t^2 \\ v_y = a_y t \\ a_y = \frac{e\sigma_1}{m_e\epsilon_0} \end{cases} \text{ La traiettoria è quindi il segmento rettilineo OP.}$$

Imponendo il passaggio per P(b,c), sull'asse y vale la condizione $y(t) = \frac{1}{2}a_y t^{*2} = c$

$$\text{da cui il tempo di percorrenza } t^* = \sqrt{\frac{2c}{a_y}} = \sqrt{\frac{2cm_e\epsilon_0}{e\sigma_1}} = 22.4 \text{ ns}$$

Imponendo il passaggio per P(b,c), sull'asse x vale l'altra condizione $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^{*2} = b$

$$\text{Dividendo poi } x/y \text{ si ottiene } \frac{x(t)}{y(t)} = \frac{a_x t^{*2} / 2}{a_y t^{*2} / 2} = \frac{a_x}{a_y} = \frac{\sigma_2}{2\sigma_1} = \frac{b}{c} \text{ con la densità } \sigma_2 = 2\sigma_1 \frac{b}{c} = 32 \text{ nC/m}^2$$

Facoltativo: nel successivo tratto PQ la componente orizzontale del campo elettrico si inverte così come accade alla componente dell'accelerazione che diviene $a_x^{new} = -a_x$. Per le equazioni della

cinematica il tempo viene riassetato. Il punto di partenza è $P(b,c)$, mentre le componenti della velocità iniziale in P (o finali del tratto precedente) sono $v_{x0} = \sqrt{2ba_x}$ e $v_{y0} = \sqrt{2ca_y}$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x^{new} = -a_x = \frac{-e\sigma_2}{2m_e\epsilon_0} = -3.18 \times 10^{14} \text{ m/s}^2 \\ a_y = \frac{e\sigma_1}{m_e\epsilon_0} = 1.99 \times 10^{14} \text{ m/s}^2 \end{array} \right. \quad \text{da cui} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = b + \sqrt{2ba_x} \cdot t - \frac{1}{2} a_x t^2 \\ v_x = \sqrt{2ba_x} - a_x t \\ a_x^{new} = -a_x = \dots \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = c + \sqrt{2ca_y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ v_y = \sqrt{2ca_y} + a_y t \\ a_y = \dots \end{array} \right.$$

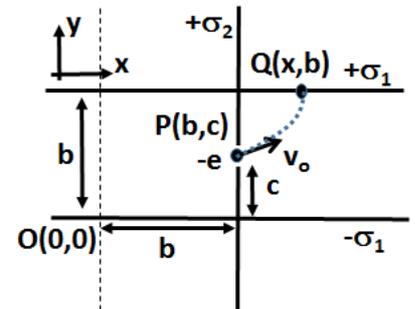
Imponendo il passaggio per il punto $Q(x,b)$ lungo la componente y si ottiene

$$y = c + \sqrt{2ca_y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2 = b \quad \text{che diviene} \quad t^2 + 2t \sqrt{\frac{2c}{a_y}} - \frac{2(b-c)}{a_y} = 0$$

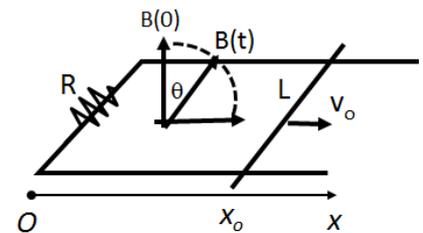
$$\text{da cui il nuovo tempo di percorrenza} \quad t = \sqrt{\frac{2b}{a_y}} - \sqrt{\frac{2c}{a_y}} = 5.94 \text{ ns}$$

L'ascissa x_Q del punto Q a quel tempo è quindi:

$$x_Q = b + \sqrt{2ba_x} \cdot t - \frac{1}{2} a_x t^2 = 11.7 \text{ cm}$$



5. Una barretta metallica di lunghezza $L=50\text{cm}$ è libera di spostarsi lungo una guida metallica giacente su un piano orizzontale in modo da formare un circuito elettrico di forma rettangolare di resistenza complessiva $R=10\Omega$. Nella regione piana è presente un vettore induzione magnetica uniforme, inizialmente verticale, di intensità $B_0=2\text{T}$ che ruota in senso antiorario nel piano xz , a velocità angolare costante con periodo $T=0.2\text{s}$. Assumendo di muovere la barretta, inizialmente posizionata $x_0=10\text{cm}$, di moto rettilineo uniforme con velocità $v_0 = 2\text{m/s}$, determinare il rapporto fra i valori delle correnti indotte al tempo $t=0$ e dopo $t=0.05\text{s}$ (ossia quando il campo magnetico è orizzontale).



5. L'orientazione della corrente circolante nella spira (antioraria) è scelta in modo che la normale alla spira \hat{n} abbia la direzione dell'asse z , la stessa che ha inizialmente il vettore induzione magnetica $\vec{B}(0)$. Al passare del tempo il vettore $\vec{B}(t)$ ruota rispetto all'asse z di un angolo $\theta = \omega t = 2\pi \frac{t}{T}$

Quindi il **flusso concatenato** con la spira Φ_c

$$\Phi_c = \iint \vec{B} \cdot \hat{n} dx dy = \iint B_0 \cos \theta \cdot dx dy = B_0 \cos(\omega t) \int_0^{x(t)} dx \int_0^L dy = B_0 \cos(\omega t) \cdot L \cdot x(t)$$

Dalla legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la **f.e.m indotta**

$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -B_0 L [v_0 \cos(\omega t) - \omega \cdot x \cdot \sin(\omega t)]$$

$$\text{Inizialmente } \theta = 0 \quad \text{per cui} \quad f_i(0) = -B_0 L v_0 = -2V$$

$$\text{Dopo } t=0.05 \text{ s si ha } \theta = \omega t = 2\pi \frac{t}{T} = \frac{\pi}{2} \quad \text{per cui} \quad f_i = B_0 L \omega \cdot x(t) = B_0 L \omega (x_0 + v_0 t) = 6.28 V$$

l'**intensità di corrente indotta** nel circuito $I = \frac{f_i}{R}$

$$\text{Per } t=0 \text{ si ha } i(0) = \frac{f_i(0)}{R} = -0.2 \text{ A. Dopo } t=0.05 \text{ s si ha } i(t) = \frac{f_i(t)}{R} = 0.628 \text{ A da cui } \frac{i(t)}{i(0)} = -3.14$$

