



# FISICA

A.A. 2012-2013

Ingegneria Gestionale

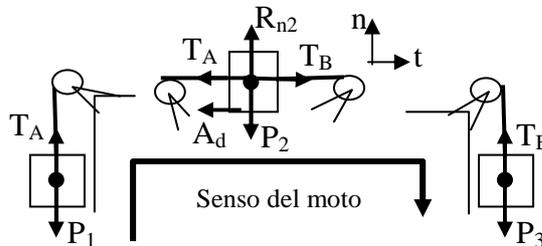
2° appello del 3 Luglio 2013

1. Il sistema prende a muoversi nel senso indicato in figura. L'accelerazione del sistema si ottiene analizzando le forze agenti su ciascuna massa

massa  $M_1$  ;  $T_A - M_1g = M_1a$

massa  $M_2$  ;  $\begin{cases} t) & T_B - T_A - A_d = M_2a \\ n) & R_{n2} = M_2g \end{cases}$

massa  $M_3$  ;  $M_3g - T_B = M_3a$



Sommando le 3 equazioni lungo l'asse del moto:  $M_3g - M_1g - \mu_d M_2g = (M_1 + M_2 + M_3)a$

da cui si ricava il coefficiente di attrito dinamico:  $\mu_d = \frac{M_3 - M_1 - (M_1 + M_2 + M_3)a/g}{M_2}$

L'accelerazione si ricava dalle equazioni del moto uniformemente accelerato:  $\begin{cases} s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \\ v = a \cdot t \end{cases}$

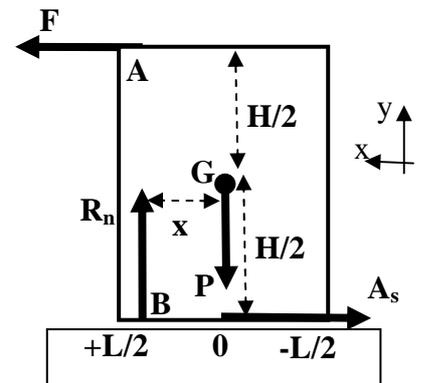
da cui  $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2a}$  che invertita fornisce  $a = \frac{v^2}{2s} = 2\text{m/s}^2$

Combinando si ottiene il coefficiente di attrito  $\mu_d = \frac{M_3 - M_1 - (M_1 + M_2 + M_3)(v^2/2sg)}{M_2} = 0.388$

2. Le forze agenti sul parallelepipedo sono: la forza  $\mathbf{F}$  applicata nel punto A in alto sullo spigolo, la forza peso  $\mathbf{P}=\mathbf{mg}$  applicata nel baricentro G, la reazione normale del piano  $\mathbf{R}_n$  applicata in un opportuno punto B all'interno della base di appoggio, l'attrito statico  $\mathbf{A}_s$  distribuito lungo la base di appoggio. In condizione statiche devono essere contemporaneamente nulle entrambe le equazioni cardinali.

**Proiezione della 1<sup>a</sup> equazione cardinale lungo x, y:**

$\begin{cases} x) & F - A_s = 0 \\ y) & R_n - P = 0 \end{cases}$  da cui  $\begin{cases} F = A_s \leq \mu_s R_n = \mu_s mg \\ R_n = mg \end{cases}$



**Calcolo del momento rispetto ad asse orizzontale passante per il baricentro G**

$M_F + M_{A_s} + M_{R_n} = +F(H/2) + A_s(H/2) - R_n x = 0$  (verso positivo rotazione antioraria)

da cui si ricava la posizione del punto B (interno alla base di appoggio) dove è applicata  $R_n$

$$x = \frac{F(H/2) + A_s(H/2)}{R_n} = \frac{F \cdot H}{mg} \leq \frac{L}{2} \quad \text{che impone un limite alla forza applicabile } F \leq mg \left( \frac{L}{2H} \right)$$

In conclusione l'annullamento della prima equazione cardinale imporrebbe  $F \leq \mu_s mg = 78.4 \text{ N}$  mentre l'annullamento della seconda equazione cardinale impone  $F \leq mg \left( \frac{L}{2H} \right) = 19.6 \text{ N}$  che è quindi la condizione più stringente data la forma del parallelepipedo.

### 3. Carica ed energie dei componenti del circuito

La carica ai capi del condensatore vale  $q(t) = q \exp(-t/\tau)$  ove  $\tau = (R_1 + R_2)C = 20s$

Energia immagazzinata nel condensatore  $E_c(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_o^2}{2C} \exp(-2t/\tau) = U \exp(-2t/\tau)$

Energia residua nel condensatore dopo  $t=10s$   $E_c(t_o) = U \exp(-2t_o/\tau) = U \exp(-1) = 14.7 \text{ kJ}$

**Energia dissipata per effetto Joule**  $E_J(t) = E_c(0) - E_c(t) = U[1 - \exp(-2t/\tau)] = 25.3 \text{ kJ}$

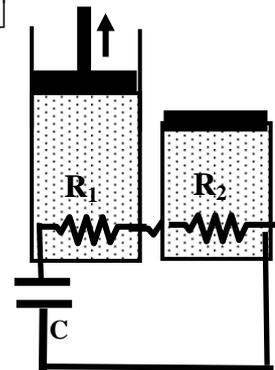
Energia dissipata sulle resistenze:  $E_{R1} = E_J \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = 10.1 \text{ kJ}$  ;  $E_{R2} = E_J \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = 15.2 \text{ kJ}$

#### Termodinamica nel primo cilindro: espansione isobara

applicando il primo principio  $E_{R1} = N_1 c_p \Delta T$  ove  $\left[ c_p = c_{v,bi} + R_{gas} = \frac{7R_{gas}}{2} \right]$

da cui l'aumento di temperatura vale  $\Delta T = \frac{E_{R1}}{N_1 c_p} = 3.48 \text{ }^\circ\text{C}$

ed il lavoro  $L = N_1 R_{gas} \Delta T = \frac{N_1 R_{gas}}{N_1 c_p} E_{R1} = \frac{2}{7} E_{R1} = 2.9 \text{ kJ}$



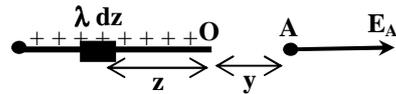
#### Termodinamica nel secondo cilindro: espansione isocora

applicando il primo principio  $E_{R2} = N_2 c_{v,mono} \Delta T$  ove  $\left[ c_{v,mono} = \frac{3R_{gas}}{2} \right]$

da cui l'aumento di temperatura vale  $\Delta T = \frac{E_{R2}}{N_2 c_{v,mono}} = 6.08 \text{ }^\circ\text{C}$

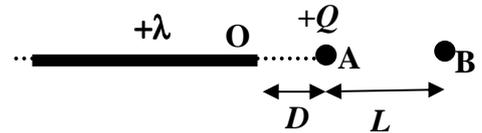
#### 4. Campo elettrico generato nel punto A

Il campo elettrico elementare è  $dE = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0(z+y)^2}$



ed integrando  $E_A = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{dz}{(z+y)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{z+y} \right]_0^\infty = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 D} = 9 \cdot 10^6 \text{ V/m}$

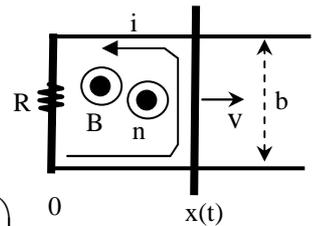
La forza repulsiva agente in A + quindi  $F_A = QE_A \frac{Q\lambda}{4\pi\epsilon_0 D} = 9 \text{ N}$



Il lavoro compiuto dal campo per spostare la carica da A a B si ottiene per integrazione della forza elettrica

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F dy = Q \int_D^{D+L} E(y) \cdot dy = Q \int_D^{D+L} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} dy = \frac{Q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(1 + \frac{L}{D}\right) = 161 \text{ mJ}$$

5. Dopo aver scelto una opportuna orientazione per la spira rettangolare in modo che la normale alla spira  $\hat{n}$  abbia la stessa direzione e verso di  $\vec{B}$ , si calcola il flusso concatenato con la spira  $\Phi_c$ :



$$\Phi_c = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \int B dS = \int_0^{x(t)} B(x,t) dx \int_0^L dy = L \int_0^{x(t)} k(x-ct) \cdot dx = kL \left( \frac{x(t)^2}{2} - c \cdot t \cdot x(t) \right)$$

Applicando la legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la forza elettromotrice indotta nella spira

$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[ kL \left( \frac{x(t)^2}{2} - ct \cdot x(t) \right) \right] = -kL \left[ x \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x - ct \frac{dx}{dt} \right] = kL [cx - v(x-ct)]$$

con corrente indotta  $i = \frac{f_i}{R} = \frac{kL}{R} [(c-v)x + vct]$  (nel verso indicato in figura)

al tempo  $t=0$  l'espressione diviene  $i_o = \frac{kL(c-v)x_o}{R} = 3 \cdot 10^6 \text{ A}$



# FISICA

A.A. 2012-2013

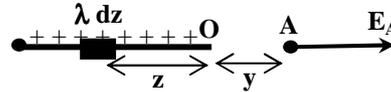
Ingegneria Gestionale

SECONDO ESONERO

2° appello del 3 Luglio 2013

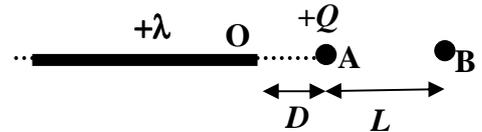
## 1. Campo elettrico generato nel punto A

Il campo elettrico elementare è  $dE = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0(z+y)^2}$



ed integrando  $E_A = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{dz}{(z+y)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{z+y} \right]_0^\infty = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 D} = 9 \cdot 10^6 \text{ V/m}$

La forza repulsiva agente in A + quindi  $F_A = QE_A = \frac{Q\lambda}{4\pi\epsilon_0 D} = 9 \text{ N}$



o

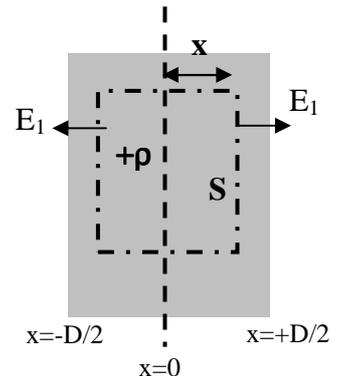
Il lavoro compiuto dal campo per spostare la carica da A a B si ottiene per integrazione della forza elettrica

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F dy = Q \int_D^{D+L} E(y) \cdot dy = Q \int_D^{D+L} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} dy = \frac{Q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(1 + \frac{L}{D}\right) = 161 \text{ mJ}$$

## 2. Campo elettrico di uno strato di spessore finito D con densità + ρ

Una carica positiva distribuita nel volume fornisce un campo elettrico  $E_1$  simmetrico rispetto alla mediana in  $x=0$ . Il valore del campo interno viene calcolato applicando la legge di Gauss scegliendo la superficie di un parallelepipedo, simmetrico rispetto alla mediana, di sezione S ed altezza  $2x$ . Il flusso del campo elettrico uscente vale sempre  $\Phi(E_1) = 2SE_1$ . La carica interna è  $Q_{\text{int}} = \rho(2xS)$  da cui applicando la legge di Gauss

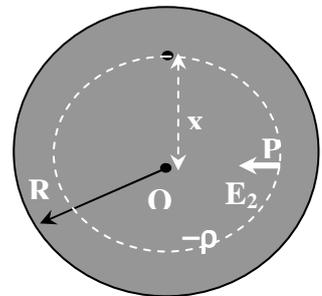
$$\Phi(E_1) = Q_{\text{int}} / \epsilon_0 \text{ si ricava il campo interno } E_1 = \frac{\rho}{\epsilon_0} x$$



## Campo elettrico di una sfera di raggio R con densità uniforme -ρ

Per calcolare il campo elettrico  $E_2$  in un punto P si applica la legge di Gauss alla sfera di raggio  $OP=x$

$$\Phi(E_2) = 4\pi x^2 E_2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{-\rho \left(\frac{4}{3}\pi x^3\right)}{\epsilon_0} \text{ da cui } E_2(x) = \frac{-\rho}{3\epsilon_0} x$$

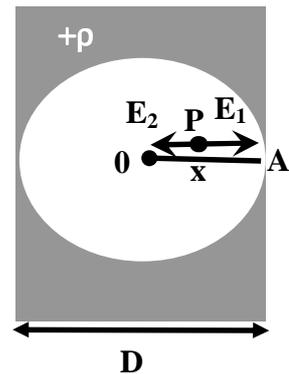


Applicando il principio di sovrapposizione nel punto P del segmento OA

$$E^{tot}(P) = E_1 + E_2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} x - \frac{\rho}{3\epsilon_0} x = \frac{2}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} x$$

Da cui si calcola la differenza di potenziale

$$V_O - V_A = \int_0^A E^{tot} dx = \frac{2\rho}{3\epsilon_0} \int_0^{D/2} x dx = \frac{\rho D^2}{12\epsilon_0} = \mathbf{94.25 \text{ V}}$$



### 3. Carica ed energie dei componenti del circuito

La carica ai capi del condensatore vale  $q(t) = q \exp(-t/\tau)$  ove  $\tau = (R_1 + R_2)C = 20s$

Energia immagazzinata nel condensatore  $E_c(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \exp(-2t/\tau) = U \exp(-2t/\tau)$

Energia residua nel condensatore dopo  $t=10s$   $E_c(t_0) = U \exp(-2t_0/\tau) = U \exp(-1) = \mathbf{14.7 \text{ kJ}}$

**Energia dissipata per effetto Joule**  $E_J(t) = E_c(0) - E_c(t) = U[1 - \exp(-2t/\tau)] = \mathbf{25.3 \text{ kJ}}$

Energia dissipata sulle resistenze:  $E_{R1} = E_J \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = \mathbf{10.1 \text{ kJ}}$  ;  $E_{R2} = E_J \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = \mathbf{15.2 \text{ kJ}}$

#### Termodinamica nel primo cilindro: espansione isobara

applicando il primo principio  $E_{R1} = N_1 c_p \Delta T$  ove  $\left[ c_p = c_{v,bi} + R_{gas} = \frac{7R_{gas}}{2} \right]$

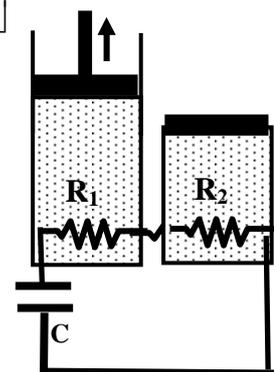
da cui l'aumento di temperatura vale  $\Delta T = \frac{E_{R1}}{N_1 c_p} = \mathbf{3.48 \text{ }^\circ\text{C}}$

ed il lavoro  $L = N_1 R_{gas} \Delta T = \frac{N_1 R_{gas}}{N_1 c_p} E_{R1} = \frac{2}{7} E_{R1} = \mathbf{2.9 \text{ kJ}}$

#### Termodinamica nel secondo cilindro: espansione isocora

applicando il primo principio  $E_{R2} = N_2 c_{v,mono} \Delta T$  ove  $\left[ c_{v,mono} = \frac{3R_{gas}}{2} \right]$

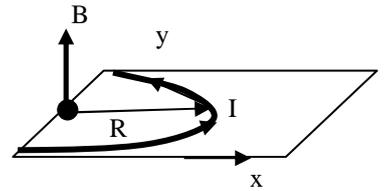
da cui l'aumento di temperatura vale  $\Delta T = \frac{E_{R2}}{N_2 c_{v,mono}} = \mathbf{6.08 \text{ }^\circ\text{C}}$



#### 4. Vettore induzione magnetica generato dalla semispira

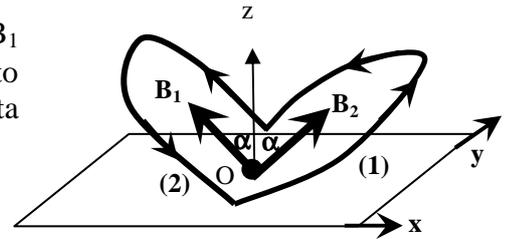
Il campo magnetico generato da una semispira nel suo centro O vale la metà di quello generato da una spirata circolare completa. Direzione e verso sono calcolati con la regola della mano destra

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_o I}{2R}$$



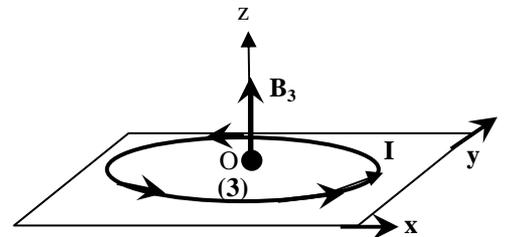
Le due semispire oblique (1) e (2) generano due vettori induzione  $B_1$  e  $B_2$  con medesima intensità ma inclinati di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse verticale z. Per ragioni di simmetria la risultante è diretta lungo l'asse z

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = (2 \cos \alpha) \frac{1}{2} \frac{\mu_o I}{2R} \hat{k} = \frac{\mu_o I}{4R} \hat{k}$$



La spirata circolare (3) produce un vettore induzione  $B_3$

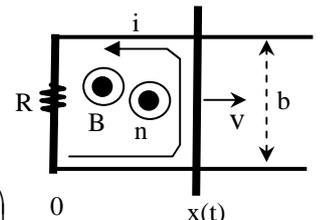
lungo l'asse z  $\vec{B}_3 = \frac{\mu_o I}{2R} \hat{k}$



La combinazione dei campi fornisce

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{3}{4} \frac{\mu_o I}{R} \hat{k} \quad \text{di intensità } \mathbf{141 \mu T}$$

5. Dopo aver scelto una opportuna orientazione per la spirata rettangolare in modo che la normale alla spirata  $\hat{n}$  abbia la stessa direzione e verso di  $\vec{B}$ , si calcola il flusso concatenato con la spirata  $\Phi_c$ :



$$\Phi_c = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \int B dS = \int_0^{x(t)} B(x,t) dx \int_0^L dy = L \int_0^{x(t)} k(x-ct) \cdot dx = kL \left( \frac{x(t)^2}{2} - c \cdot t \cdot x(t) \right)$$

Applicando la legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la forza elettromotrice indotta nella spirata

$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[ kL \left( \frac{x(t)^2}{2} - ct \cdot x(t) \right) \right] = -kL \left[ x \cdot \frac{dx}{dt} - c \cdot x - ct \frac{dx}{dt} \right] = kL [cx - v(x-ct)]$$

con corrente indotta  $i = \frac{f_i}{R} = \frac{kL}{R} [(c-v)x + vct]$  (nel verso indicato in figura)

al tempo  $t=0$  l'espressione diviene  $i_o = \frac{kL(c-v)x_o}{R} = \mathbf{3 \cdot 10^6 A}$