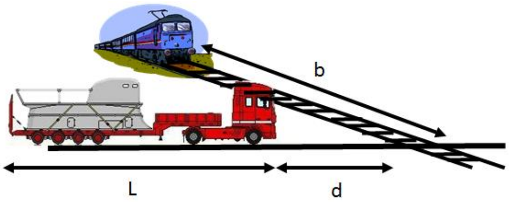
FISICA

A.A. 2023-2024
Ingegneria Gestionale
2° prova del 7 Marzo 2024

Lo studente descriva il procedimento e la soluzione degli esercizi proposti. Gli elaborati verranno ritirati Martedì 12 Marzo e saranno valutati ai fini del superamento dell'esame finale.

1. Un aereo atterra ad una velocità orizzontale di 300 *km/h* e, per fermarsi, è costretto a decelerare bruscamente con accelerazione uniforme di valore assoluto $a_o = 10\ m/s^2$. (a) Dall'istante in cui esso tocca il suolo, qual è l'intervallo di tempo necessario per fermarsi? (b) Qual'è lo spazio di frenata? Quanto spezio ha percorso dopo aver ridotto a 100 km/h la sua velocità?

2. Ad un passaggio a livello non custodito il conducente di un tir, inizialmente fermo in attesa del passaggio del treno, decide di passare prima del treno prendendosi un grave rischio. Il conducente dopo aver visto il treno a 500 m dal punto di intersezione tra la linea ferrata e la strada, dopo 4 s lo vede a 350 m, e a quel punto, assumendo costante la velocità del treno, decide di partire di moto uniformemente accelerato con $a=1 m/s^2$ per almeno 15 s. Sapendo che il tir è lungo L=20 m e che la testa del tir si trova a d=10m prima dell'intersezione, determinare se il tir viene incidentato o se invece riesce a passare nella sua interezza indicando in questo caso a che distanza passa il treno dalla coda del tir.

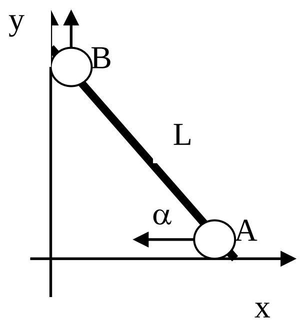


3. Un'auto ed un treno si muovono lungo percorsi paralleli alla medesima velocità v_o=120 *km/h*. Alla comparsa del segnale rosso di un semaforo, la macchina frena venendo così sottoposta ad una decelerazione uniforme di valore assoluto $a_o = 2.5\ m/s^2$ fino all'arresto. L'auto rimane ferma per 45 secondi, quindi accelera uniformemente con $a_o = 2.5\ m/s^2$ fino a riacquistare la velocità $v_o = 120\ km/h$. Assumendo che il treno abbia sempre mantenuto la velocità v_o=120 *km/h* si determini a che distanza rimarranno definitivamente auto e treno dopo che l'auto raggiunge nuovamente la velocità di crociera v_o?

4. Dal soffione di un box doccia posizionato ad una altezza H=2.00 m dal suolo cadono delle gocce d'acqua a intervalli regolari. Assumendo che tutte le gocce seguano lo stesso tragitto in verticale dal soffione al suolo, e sapendo che la quinta goccia si sta stacca dal soffione esattamente quando la prima goccia tocca il suolo, determinare a quell'istante (1) la quota rispetto al suolo della seconda goccia e (2) la distanza fra la terza e la quarta goccia.

5. In un bar, un avventore lancia lungo il banco un boccale vuoto di birra perché venga riempito nuovamente. Il barista, momentaneamente distratto, non vede il boccale che cade al suolo ad una distanza di 1.4 m dalla base del banco. Se l'altezza del banco è di 0.8 m, calcolare (a) la velocità del boccale al momento del distacco dal banco, (b) la direzione della velocità (rispetto all'orizzontale) del boccale nell'istante precedente all'impatto con il suolo.

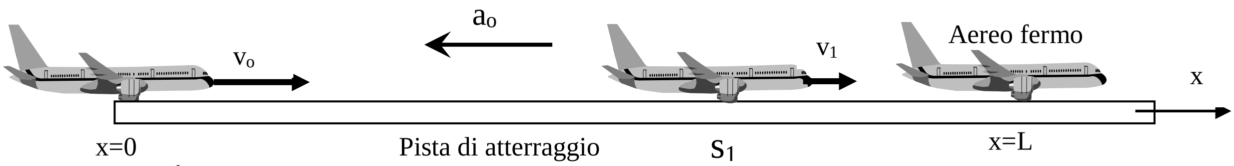
6. Due oggetti *A* e *B* sono collegati ad un'asta rigida che ha una lunghezza *L*. Gli oggetti sono vincolati a muoversi lungo la guida perpendicolare come mostrato in figura. Se A viene spostato verso sinistra con una velocità costante v_A, qual'è la corrispondente velocità di *B* quando $\alpha = 50°$?



FISICA

A.A. 2023-2024
Ingegneria Gestionale
Soluzioni 2°prova

1. Il moto è rettilineo uniformemente ritardato con accelerazione costante negativa $a(t)=-a_o$ di valore assoluto $a_o=10m/s^2$. Il velivolo tocca il suolo all'istante iniziale t=0, in un punto che facciamo coincidere con l'origine del sistema di riferimento $x(t=0)=x_o=0$ con una velocità iniziale positiva $v(t=0)=v_o=300\,km/h$. Le equazioni della cinematica si ottengono integrando l'espressione dell'accelerazione come segue

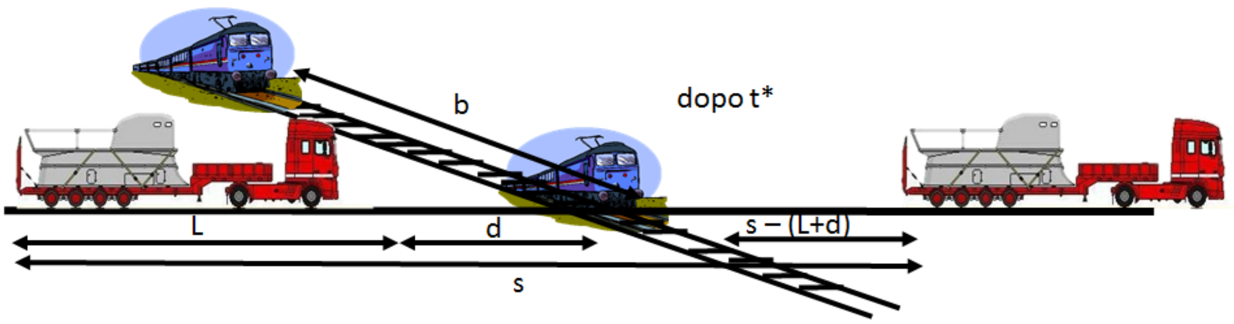


$$\begin{cases} a(t)=-a_o \\ v(t)=v_o-a_o\cdot t \\ x(t)=x_o+v_o\cdot t-\dfrac{a_o}{2}\cdot t^2 \end{cases} \quad \text{con i seguenti valori iniziali} \quad \begin{cases} a_o=10\,m/s^2 \\ v_o=83.3\,m/s \\ x_o=0 \end{cases}$$

Il tempo di arresto *t** si trova annullando l'equazione della velocità $v(t^*)=v_o - a_ot^*=0$ da cui si ricava $t^*=v_o/a_o$ =**8.3 s**. Dall'equazione dello spazio si ricava lo spazio di frenata come $L=x(t^*)=v_ot^*-a_ot^{2*}/2=v_o^2/a_o-v_o^2/2a_o=v_o^2/2a_o=$ **347 m**. L'aereo riduce la sua velocità a v_1=100 km/h al tempo $t_1=(v_o-v_1)/a_o=5.56$ s, avendo percorso lo spazio $s_1=x(t_1)=v_o\dfrac{v_o-v_1}{a_o}-\dfrac{(v_o-v_1)^2}{2a_o}=\dfrac{v_o^2-v_1^2}{2a_o}=$ **309 m**

2. La valutazione della velocità (costante) del treno si ottiene misurando lo spazio percorso diviso il tempo impiegato a percorrelo: $v=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{500-350}{4}\dfrac{m}{s}=37.5\dfrac{m}{s}$

Viene azionato il cronometro quando il treno si trova alla distanza b=350m dalla intersezione. il treno muovendosi alla velocità di v=37.5 m/s per raggiungere l'intersezione impiega un tempo $t^*=\dfrac{b}{v}=\dfrac{350}{37.5}\dfrac{m}{m/s}=9.33s$



Circa il cinematismo del tir si decide di individuare come punto rappresentativo quello del paraurti posteriore. Se il paraurti posteriore, che dista inizialmente d+L=30m dall'intersezione, riesce a oltrepassare la linea ferrata entro il tempo t*=9.33 s, allora il tir non verrà danneggiato dal treno.

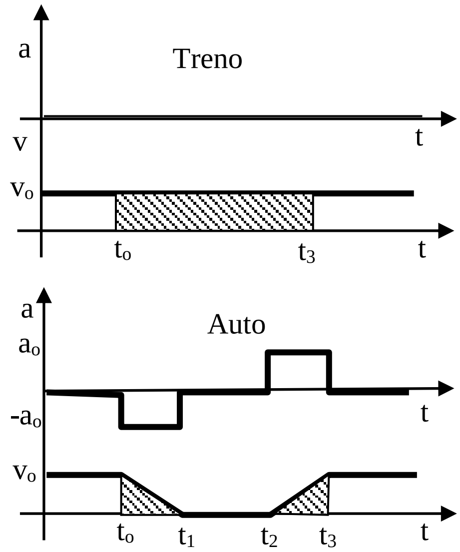
Quando sopraggiunge il treno ($t^*=9.33s$) lo spazio percorso dal paraurti posteriore è $s=\frac{1}{2}a\cdot(t^*)^2=\frac{1}{2}\left(1\frac{m}{s^2}\right)(9.33s)^2=43.56m$ che è fortunatamente superiore alla distanza richiesta d+L=30m, con un margine di 13.56 m che rappresenta la distanza minima cui transita il treno dalla coda del tir.

3. Il moto del treno è rettilineo uniforme mentre quello dell'autovettura è rettilineo vario. Se si indicano con t_o, t_1, t_2, t_3 gli istanti di tempo in cui l'auto rispettivamente comincia a decelerare (t_o), si ferma (t_1), comincia ad accelerare (t_2), riprende il moto rettilineo uniforme (t_3), si possono tracciare i grafici di accelerazione e velocità e scrivere le relazioni cinematiche

$$\begin{cases} \forall t < t_o, & v_{treno}(t) = v_{auto}(t) = v_o \\ t_o \le t < t_1, & v_{auto}(t) = v_o - a_o(t-t_o) \\ t_1 \le t < t_2, & v_{auto}(t) = 0 \\ t_2 \le t < t_3, & v_{auto}(t) = a_0(t-t_2) \\ t \ge t_3, & v_{auto}(t) = v_o \end{cases}$$

DATI

$$\begin{cases} v_o = 33.3m/s \\ a_o = 2.5m/s \\ \Delta T = t_2 - t_1 = 45s \end{cases}$$



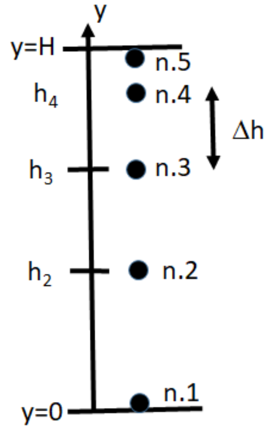
Gli intervalli di tempo si ricavano come segue:
l'intervallo di frenata t_1-t_o: dall'annullamento della velocità dell'auto in t_1 si ha $v(t_1)=v_o-a_o*(t_1-t_o)=0$ da cui $t_1-t_o=v_o/a_o$
l'intervallo in cui accelera t_3-t_2: dal raggiungimento della velocità di regime in t_3 si ha $v(t_3)=v_o=a_o*(t_3-t_2)=0$ da cui $t_3-t_2=v_o/a_o$. Lo spazio percorso nell'intervallo da t_o a t_3,
si ottiene dal grafico delle velocità misurando l'area tratteggiata.

L'auto percorre uno spazio pari ai due triangoli $\Delta s_{auto}=\frac{1}{2}(t_1-t_o)v_o+\frac{1}{2}(t_3-t_2)v_o=\frac{v_0^2}{a_o}=444m$

Nel frattempo il treno ha percorso lo spazio pari al rettangolo tratteggiato $\Delta s_{treno}=(t_3-t_0)v_o=\left(\frac{v_o}{a_0}+\Delta T+\frac{v_0}{a_0}\right)v_0=2389m$. La differenza degli spazi percorsi *è quindi*

$$x_{treno}(t_3)-x_{auto}(t_3)=1944m$$

4. Il moto della prima goccia è descritto dall'equazione $y_1=H-\frac{1}{2}gt^2$



da cui il tempo di volo della goccia $t^*=\sqrt{\frac{2H}{g}}=$ **0.64 s**

L'intervallo con cui scendono le gocce è $\Delta t=\frac{t^*}{4}=\sqrt{\frac{H}{8g}}=$ **0.16 s**

La **seconda goccia** parte ritardata di Δt ed il suo moto è descritto da $y_2(t)=H-\frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2$

al momento t* la sua altezza rispetto al suolo è

$$h_2 = y_2(t^*) = H - \frac{1}{2}g(t^* - \Delta t)^2 = H - \frac{1}{2}g\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2 = \frac{7}{16}H = \mathbf{87.5\ cm}$$

La **terza goccia** parte ritardata di 2Δt ed il suo moto è descritto da $y_3(t) = H - \frac{1}{2}g(t - 2\Delta t)^2$

al momento t* la sua altezza rispetto al suolo è

$$h_3 = y_3(t^*) = H - \frac{1}{2}g(t^* - 2\Delta t)^2 = H - \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2 = \frac{3}{4}H = \mathbf{150\ cm}$$

La **quarta goccia** parte ritardata di 3Δt ed il suo moto è descritto da $y_4(t) = H - \frac{1}{2}g(t - 3\Delta t)^2$

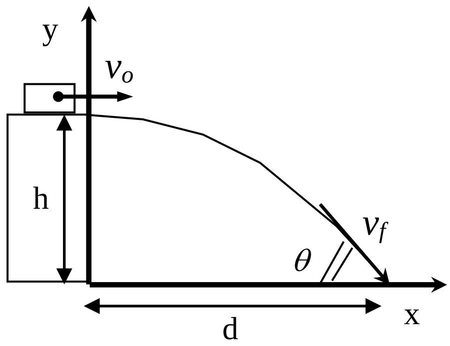
al momento t* la sua altezza rispetto al suolo è

$$h_4 = y_4(t^*) = H - \frac{1}{2}g(t^* - 3\Delta t)^2 = H - \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2 = \frac{15}{16}H = \mathbf{187.5\ cm}$$

La distanza fra la quarta e la terza goccia è $h_4 - h_3 = \frac{3}{16}H = \mathbf{37.5\ cm}$

5. Il moto del boccale è di tipo parabolico. Fissando gli assi *x* ed *y* come in figura i due moti componenti sono rispettivamente rettilineo uniforme (x) ed uniformemente accelerato (y)

$$\begin{cases} x(t) = v_o t \\ v_x = v_o \\ a_x = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad \begin{cases} y(t) = h - gt^2/2 \\ v_y(t) = -gt \\ a_y = -g \end{cases}$$

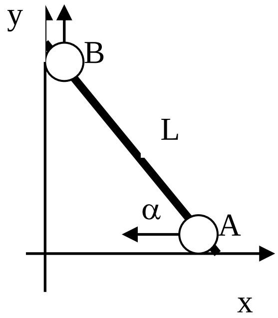


Il tempo di volo *t** si ottiene dalla *y(t)* imponendo *y(t*)=0* da cui $t^* = \sqrt{2h/g}$, mentre la distanza *d* si ottiene dalla *x(t)* imponendo $x(t^*) = d = v_o t^*$ dalla quale si ricava la velocità $v_o = d/t^* = d\sqrt{g/2h} = 3.46\,m/s$. Per determinare la velocità finale dobbiamo calcolare le sue componenti al tempo *t**

che sono $\begin{cases} v_x = v_o = d\sqrt{g/2h} \\ v_y(t^*) = -gt^* = -\sqrt{2hg} \end{cases}$ (si noti come $v_y<0$ vista

l'orientazione dell'asse. L'angolo di caduta è $\theta = \arctan\left(\frac{|v_{y,fin}|}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{2h}{d}\right) = 0.85\,rad \equiv 48°49'$

6. Il moto dei due oggetti A e B è vincolato dall'asta rigida che li collega. In particolare i due moti rettilinei avvengono sugli assi x ed y con equazioni orarie



$$x(t) = x_o - v_o t \qquad y(t) = \sqrt{L^2 - x^2(t)}$$

da cui le velocità

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = -v_o \qquad v_y(t) = \dot{y}(t) = \frac{-1}{2\sqrt{L^2 - x^2(t)}}\frac{dx^2(t)}{dt}$$

svolgendo la derivata si ottiene $v_y(t) = -\frac{2}{2}\frac{x(t)\cdot\dot{x}(t)}{\sqrt{L^2 - x^2(t)}} = -\frac{x(t)}{y(t)}v_x(t) = -\frac{v_x(t)}{tg(\alpha(t))}$

che nel nostro caso, essendo $v_x=-v_o$, $t=0$, $\alpha(0)=50°$, dà luogo a $v_y(0) = 0.84v_o$.