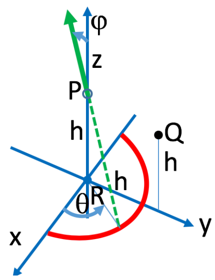
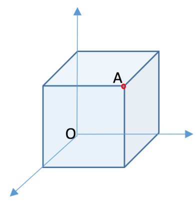
3° ESERCITAZIONE – venerdì 11 ottobre 2019 (e altri esercizi di elettrostatica)

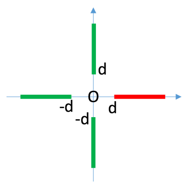


1) Un anello carico di forma semicircolare e raggio R = 3 cm, con densità di carica λ = 10 nC/m giace su un semipiano x-y come indicato in figura.
Una carica Q = -0,3 nC giace nel punto Q = {0, h, h} con h = 4 cm.
Calcolare il potenziale elettrico generato dall'intero sistema nel punto P = {0, 0, h} ipotizzando $V_\infty = 0$.
>>> soluzione: 102 V

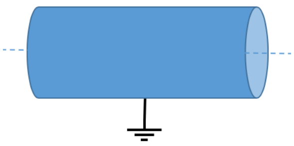


2) Nello spazio è presente un campo elettrico **E** = c z^3 **k** con c = 10 MV/m^4.
Facendo riferimento al cubo di lato d = 5 cm in figura determinare la differenza di potenziale $\Delta V = V_A - V_O$.
>>> soluzione: $V_A - V_O$ = -15,6V

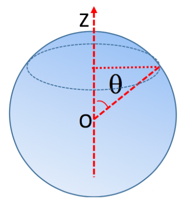
3) Una carica elettrica nel vuoto è uniformemente distribuita su i piani di coordinate x = 0 (con densità di carica $-\sigma$) e x = d (con densità di carica 2σ). Determinare l'espressione del potenziale V(x) per ogni x e graficarla
>>> soluzione: $V(x<0) = ½ \sigma x/\varepsilon_0$; $V(0<x<d) = 3/2\ \sigma x/\varepsilon_0$; $V(x>d) = 3/2\ \sigma d/\varepsilon_0 - ½\ \sigma(x-d)/\varepsilon_0$



4) I quattro segmenti lunghi L riportati in figura distano d dal cento O. Tre sono uniformemente carichi con densità lineare λ, il quarto segmento ha densità $-\lambda$.
Determinare la differenza di potenziale V(0)-V(∞).
>>> soluzione: $V = \lambda/(2\pi\varepsilon_0) \ln[(L+d)/d]$

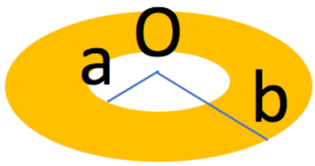


5) Un lungo cilindro di raggio R è uniformemente carico con densità ρ. La superficie laterale del cilindro è a potenziale nullo. Ricavare l'espressione del potenziale in tutto lo spazio in funzione della distanza r dall'asse del cilindro.
>>> soluzione: $V(r<R) = \rho\ (R^2-r^2)/(4\varepsilon_0)$; $V(r>R) = \rho R^2/(2\varepsilon_0) \ln(R/r)$



6) Su una sfera di raggio R = 10 cm centrata nell'origine è distribuita simmetricamente rispetto all'asse Z una densità di carica $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos(\theta)$ con σ_0 = 10 nC/m^2. Determinare il valore del campo elettrico nell'origine, il valore Q_+ della carica complessiva sulla semisfera con z>0, il valore Q_- della carica complessiva sulla semisfera con z<0 e della differenza di potenziale fra l'origine e un punto all'infinito.
>>> soluzione: **E**(0,0,0) = -**k**$\sigma_0/(3\varepsilon_0)$; $Q_+ = \pi\sigma_0 R^2$; $Q_- = -\pi\sigma_0 R^2$; 0

ALTRI ESERCIZI



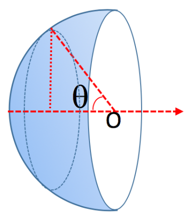
7) Una carica positiva è distribuita nel vuoto su una corona circolare di raggio interno a ed esterno b, con densità superficiale $\sigma = kr^2$, dove r è la distanza dal centro e k è una costante.
Ricavare l'espressione del potenziale V(0) nel centro della distribuzione nell'ipotesi V(∞) = 0.
>>> soluzione: $k(b^3-a^3)/6\varepsilon_0$

8) Due piani paralleli indefiniti uniformemente carichi con densità σ_1 = + 0,89 nC/m^2 e $\sigma_2 = -½\ \sigma_1$ sono posti a distanza d = 1 cm. Determinare la differenza di potenziale fra i due piani.
>>> soluzione: $V_2 - V_1$ = -0,75 V

9) Graficare gli andamenti della densità di carica, della componente x del campo elettrico e del potenziale originati da uno strato piano di carica uniformemente distribuito con densità ρ fra il piano di coordinate $x = -d/2$ e quello di coordinate $x = +d/2$.
Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V(d/2)-V(-d/2)$ fra le due superfici che delimitano la carica elettrica?
{sugg. utilizzare il teorema di Gauss scegliendo un cilindro con basi parallele allo strato di carica ed equidistanti dal piano x = 0}
>>> soluzione: $E_x(-d/2<x<d/2) = \rho x/\varepsilon_0$; $\Delta V = 0$ V

10) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume $\rho(r)= k/r$ (r distanza dall'asse). Dopo aver verificato che l'intensità del campo elettrico vale: $E(r<R) = k/\varepsilon_0$ e $E(r>R) = kR/(r\varepsilon_0)$ determinare il valore del potenziale $V(r>R)$ ponendolo nullo sull'asse.
>>> soluzione: $V(r>R) = - kR/\varepsilon_0 [1+\ln(r/R)]$

11) Si consideri una carica –Q uniformemente distribuita <u>in</u> una sfera di raggio R al cui centro è posta una carica puntiforme +Q. Determinare l'andamento del potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera assumendolo nullo a grande distanza.
>>> soluzione: $V(r>R) = 0$; $V(r<R) = 1/(4\pi\varepsilon_0) [1/r-1/R+(r^2-R^2)/2R^3]$



12) Su una semisfera di raggio R = 10 cm centrata nell'origine è distribuita una densità di carica $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos(\theta)$ con $\sigma_0 = 10$ nC/m^2. Una carica puntiforme q = 1 nC è ferma nell'origine. Determinare l'energia cinetica che acquista allontanandosi infinitamente dalla semisfera.
>>> soluzione: $K=q\sigma_0R/4\varepsilon_0$

ULTERIORI SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO

1) $V(0,0,h) = \lambda R\pi/[4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{½}]+Q/(4\pi\varepsilon_0 h)$

4) considerando il solo tratto negativo: $dV_i = -\lambda\, dx/(4\pi\varepsilon_0 x)$ con $d<x<d+L$.

I quattro contributi sono uguali in modulo → $V(0) = (3-1)\ \lambda/4\pi\varepsilon_0)\ \ln[(L+d)/d]$

5) $E(r<R) = \rho r/(2\varepsilon_0)$; $E(r>R) = \rho R^2/(2\varepsilon_0 r)$

6) $E_z(0)= -\sigma_0/(6\varepsilon_0)\ \cos^3\theta|_{\text{fra 0 e }\pi}$; $Q_+ = \pi\sigma_0 R^2\ \sin^2\theta|_{\text{fra 0 e }\pi/2}$; $Q_- = \pi\sigma_0 R^2\ \sin^2\theta|_{\text{fra }\pi/2\text{ e }\pi}$; $V(0) = Q/(4\pi\varepsilon_0 R)$

8) $V_2-V_1 = -¾\ \sigma d/\varepsilon_0$

11) $E(r<R) = Q/(4\pi\varepsilon_0)(1/r^2-r/R^3)$; $E(r>R) = 0$