



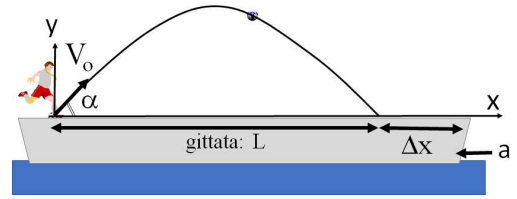
FISICA

A.A. 2013-2014

Ingegneria Gestionale

3° appello del 16 Settembre 2014

1. Un ragazzo a bordo di una nave da crociera, decide di lanciare un pallone con una velocità $V_0=20$ m/s (velocità relativa alla nave) per ottenere una gittata di 30 m, calibrando opportunamente l'angolo α rispetto all'orizzontale e facendo cadere la palla ad una distanza $\Delta x=5$ m dal bordo della nave. Durante il lancio tuttavia la nave manovra in modo da decelerare con $a=1$ m/s² (come in fig).



Indicare se la sfera cadrà dentro o fuori bordo e fornire la nuova gittata osservata dalla nave. (Nel calcolo si risolve prendendo in considerazione l'angolo α minimo fra quelli possibili)

1. **Equazioni della cinematica** in condizioni normali ossia in assenza di decelerazione della nave

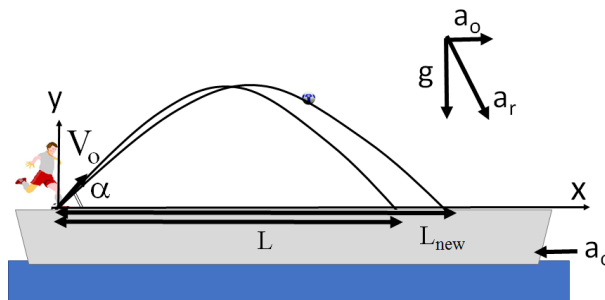
$$\text{Lungo l'asse } x \quad \begin{cases} x(t) = v_o \cos(\alpha) \cdot t \\ v_x(t) = v_o \cos(\alpha) \\ a_x = 0 \end{cases}, \text{ e lungo l'asse } y \quad \begin{cases} y(t) = v_o \sin(\alpha) \cdot t - gt^2/2 \\ v_y(t) = v_o \sin(\alpha) - gt \\ a_y = -g \end{cases}$$

Calcolo della gittata:

il tempo di volo si ottiene imponendo $y(t^*)=0$ da cui $t^* = \frac{2v_o \sin(\alpha)}{g}$

la gittata L si ottiene dalla $L=x(t^*)=v_o t^* \cos \alpha = \frac{2v_o^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_o^2 \sin(2\alpha)}{g}$

da cui si ottengono due possibili angoli di tiro: $\alpha_{1,2} = \arcsen\left[\frac{gL}{v_o^2}\right]/2 = 23^\circ 39'$ ($66^\circ 21'$ è scartata)



Equazioni della cinematica in presenza di decelerazione della nave. Nel sistema non inerziale la forza apparente sul pallone causa un termine aggiuntivo di accelerazione orizzontale a_o che inclina l'accelerazione relativa a_r percepita sulla nave

$$\text{Lungo l'asse } x \quad \begin{cases} x(t) = v_o \cos(\alpha) \cdot t + a_o t^2/2 \\ v_x(t) = v_o \cos(\alpha) + a_o t \\ a_x = +a_o \end{cases}, \text{ e lungo l'asse } y \quad \begin{cases} y(t) = v_o \sin(\alpha) \cdot t - gt^2/2 \\ v_y(t) = v_o \sin(\alpha) - gt \\ a_y = -g \end{cases}$$

Calcolo della nuova gittata:

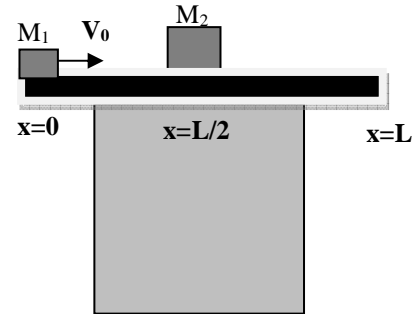
il tempo di volo si ottiene sempre imponendo $y(t^*)=0$ da cui $t^* = \frac{2v_o \sin(\alpha)}{g}$ (stessa espressione)

la nuova gittata L_{new} si ottiene dalla

$$L_{new} = x(t^*) = v_o t^* \cos \alpha + a_o \frac{t^{*2}}{2} = \frac{2v_o^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + \frac{2v_o^2 a_o \sin^2 \alpha}{g^2} = L \cdot \left(1 + \frac{a_o}{g} \tan \alpha \right) = 31.3 \text{ m}$$

ossia con palla che cade dentro il bordo della nave per $\Delta x - (L_{new} - L) = 3.7 \text{ m}$

2. Due blocchi si trovano sulla sommità di un tavolo scabro di lunghezza $L=2\text{m}$. Il primo di massa $M_1=1\text{kg}$ si trova su un bordo del tavolo, mentre il blocco di massa $M_2=2\text{kg}$ è al centro del tavolo. Il primo blocco viene lanciato alla velocità V_o in modo da urtare elasticamente il secondo blocco mettendolo in moto e facendolo cadere dal bordo opposto. Sapendo che entrambi i blocchi sono soggetti ad una forza di attrito dinamico con coefficiente $\mu_d=0.2$, determinare qual è la velocità minima di lancio V_o a tal scopo. **Facoltativo:** determinare la velocità massima di lancio al di sotto della quale il primo blocco non cade mai fuori dai bordi.



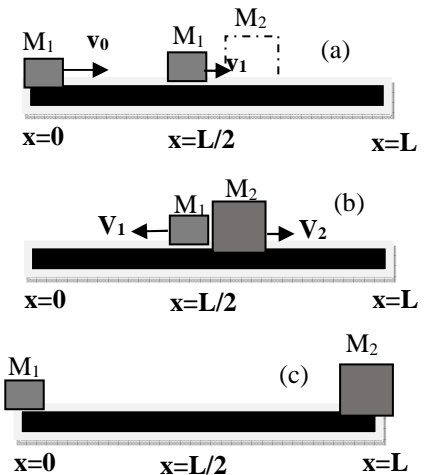
2. L'energia cinetica iniziale dal primo blocco viene parzialmente persa a causa dell'attrito nel momento dell'urto con il secondo blocco in $x=L/2$ (figura a).

$$L_{NC} = \int_0^{L/2} \vec{A}_d \cdot d\vec{s} = -A_d \frac{L}{2} = -\mu_d m_1 g \frac{L}{2} = \Delta E_m = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_o^2$$

da cui $v_1 = \sqrt{v_o^2 - \mu_d g L}$

Nell'urto elastico le velocità dopo l'urto in $x=L/2$ si calcolano a partire dalle velocità prima dell'urto tenendo conto che la seconda massa è inizialmente ferma (figura b)

$$\begin{cases} V_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_2 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \sqrt{v_o^2 - \mu_d g L} \\ V_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \sqrt{v_o^2 - \mu_d g L} \end{cases}$$



Infine la massa m_2 dopo l'urto procede rallentando per l'attrito fino a raggiungere il bordo in $x=L$ arrestandosi (questo per calcolare la velocità minima v_{omin}). La diminuzione di energia cinetica è qui giustificata dal lavoro dell'attrito dinamico (figura c)

$$L_{NC} = \int_{L/2}^L \vec{A}_d \cdot d\vec{s} = -A_d \frac{L}{2} = -\mu_d m_2 g \frac{L}{2} = \Delta E_m = 0 - \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

da cui $V_2 = \sqrt{\mu_d g L}$ che combinata con la precedente $V_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \sqrt{v_o^2 - \mu_d g L}$

permette di calcolare la velocità minima di lancio $v_o \geq v_{omin} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{m_1 + m_2}{2m_1} \right)^2 \right] \mu_d g L} = 3.57 \text{ m/s}$

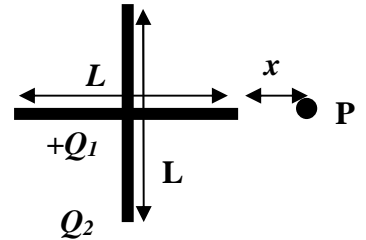
Facoltativo: dopo l'urto la massa m_1 procede a ritroso rallentando per l'attrito fino a raggiungere il bordo in $x=0$ arrestandosi (questo per calcolare la velocità massima $v_{o\max}$). La diminuzione di energia cinetica è qui giustificata dal lavoro dell'attrito dinamico

$$L_{NC} = \int_{L/2}^0 \vec{A}_d \cdot d\vec{s} = -A_d \frac{L}{2} = -\mu_d m_1 g \frac{L}{2} = \Delta E_m = 0 - \frac{1}{2} m_2 V_1^2$$

da cui $V_1 = \sqrt{\mu_d g L}$ che combinata con la precedente $V_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \sqrt{v_o^2 - \mu_d g L}$

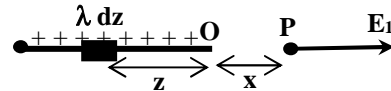
permette di calcolare la velocità massima $v_o \leq v_{o\max} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} \right)^2 \right] \mu_d g L} = 6.26 \text{ m/s}$

3. Una carica positiva $Q_1 = 10 \mu\text{C}$ è distribuita con densità lineare uniforme su un segmento di lunghezza $L = 5\text{m}$. Una carica negativa Q_2 è disposta uniformemente su un segmento sempre di lunghezza L posto perpendicolarmente al primo in modo da formare una croce. Sapendo che il campo elettrico complessivo si annulla nel punto P sul prolungamento del segmento positivo ed alla distanza $x = 1\text{m}$ da esso, determinare il valore della carica negativa Q_2 .



3. Campo elettrico generato nel punto P dal segmento orizzontale

Il campo elettrico elementare è $dE = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_o (z+x)^2}$



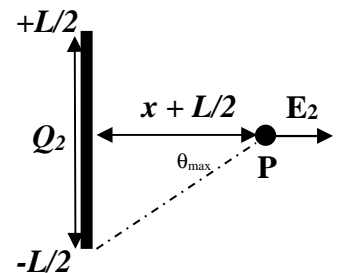
$$E_1 = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \int_0^L \frac{dz}{(z+x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[-\frac{1}{z+x} \right]_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{L+x} \right] = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_o x(L+x)} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_o x(L+x)}$$

Campo elettrico generato nel punto P dal segmento verticale

Sfruttando le simmetrie si dimostra che il campo elettrico nel punto P vale

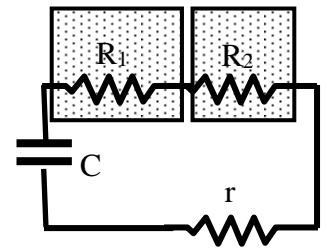
$$E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o (x+L/2)} \sin \theta_{\max} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o (x+L/2)} \frac{L/2}{\sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}$$

$$= \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_o (x+L/2) \sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}$$



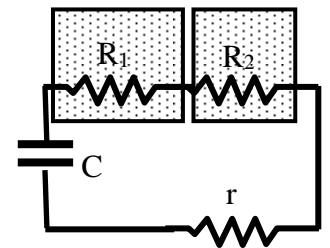
Imponendo $E_1 + E_2 = 0$ da cui $Q_2 = -Q_1 \frac{(x+L/2) \sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}{x(L+x)} = -25.1 \mu\text{C}$

4. Il dispositivo in figura si compone di un circuito resistivo alimentato da un condensatore di capacità $C=1 \text{ mF}$ avente energia iniziale $E=125 \text{ kJ}$. I due resistori principali $R_1=3.5 \text{ k}\Omega$, $R_2=1 \text{ k}\Omega$, sono utilizzati come scaldatori per aumentare la temperatura di due bollitori contenenti rispettivamente $M_1=500\text{g}$ e $M_2=200\text{g}$ di acqua distillata. La resistenza interna del circuito $r=500 \text{ }\Omega$ tiene in conto di tutti gli effetti resistivi di fili e generatore. Determinare dopo quanti secondi la massa M_1 contenuta nel primo bollitore si porta dalla temperatura ambiente di 20°C (cui si trova inizialmente l'intero sistema) alla temperatura di 60°C . Determinare a quell'istante a quale temperatura si viene a trovare la massa d'acqua M_2 nel secondo bollitore (calore specifico acqua $C=4187 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, si trascurino le perdite termiche nei bollitori)



4. Il condensatore inizialmente carico si scarica sulle tre resistenze in serie la carica elettrica $q(t) = q_0 \exp[-t/\tau]$ ove $\tau = (R_1 + R_2 + r)C = 5 \text{ s}$

L'energia nel condensatore $E_c = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_0^2 \exp[-2t/\tau]}{2C} = E \exp[-2t/\tau]$;



Il calore sviluppato sulle resistenze è naturalmente collegato alla riduzione di energia sul condensatore

$$Q = E_c(0) - E_c(t) = E(1 - \exp[-2t/\tau])$$

Il calore sviluppato sulle singole resistenze si ottiene dalla

$$Q_1 = Q \frac{R_1}{(r + R_1 + R_2)} ; \quad Q_2 = Q \frac{R_2}{(r + R_1 + R_2)} \quad \text{in rapporto} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

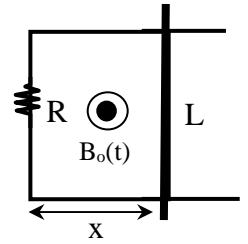
Il calore necessario per portare il primo bollitore alla temperatura $T_1=60^\circ\text{C}$ si ottiene dalla equazione calorimetrica

$$Q_1 = M_1 C (T_1 - T_{amb}) = 83.7 \text{ kJ} \quad \text{da cui il tempo} \quad t^* = \frac{\tau}{2} \ln \left[\frac{1}{1 - \frac{Q_1}{E} \left(\frac{r + R_1 + R_2}{R_1} \right)} \right] = 7.87 \text{ s}$$

Dal raffronto tra i calori sviluppati tra i due bollitori $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{M_2 C (T_2 - T_{amb})}{M_1 C (T_1 - T_{amb})}$

si ottiene la temperatura del secondo bollitore al tempo τ : $T_2 = T_{amb} + \left(\frac{M_1 R_2}{M_2 R_1} \right) (T_1 - T_{amb}) = 48.6 \text{ }^\circ\text{C}$

5. Una barretta metallica di lunghezza $L=10$ cm e di massa $m=10$ g è libera di muoversi strisciando con attrito lungo una guida metallica giacente su un piano orizzontale in modo da formare un circuito elettrico planare di forma rettangolare di lati L ed $x=5$ cm. Tale circuito, di resistenza elettrica costante $R=2 \Omega$, giace in una regione dove è applicato un vettore induzione magnetica uniforme diretto in verticale di intensità variabile nel tempo con legge $B(t) = B_0 \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$ dove $B_0=3\text{Wb/m}^2$ e $t_0=0.2\text{s}$, capace di

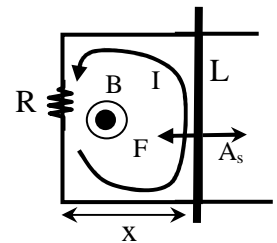


generare una corrente indotta nel circuito ed una forza che tende a fare muovere la barretta. Determinare qual è il valore minimo richiesto per il coefficiente di attrito statico della barra tale da impedirne il movimento. Determinare la direzione ed il verso della forza di attrito

5. La spira rettangolare è disposta sul piano orizzontale. Il verso di percorrenza della corrente è antiorario così che la normale alla spira sia diretta come il vettore induzione magnetica lungo la verticale nel verso uscente dal piano

$$\Phi_c = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \int B dS = B(t) \cdot L \cdot x(t)$$

Applicando la legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la forza elettromotrice indotta nella spira



$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -L \left(\frac{dB}{dt} \cdot x + B \cdot \frac{dx}{dt} \right) = -L \frac{dB}{dt} \cdot x = -\frac{LB_0 x}{t_0} \quad (\text{poiché la barra è ferma})$$

la corrente indotta nel circuito $i = -\frac{L \cdot B_0 \cdot x}{R \cdot t_0}$ (senso inverso alla figura)

la forza elettromagnetica resistente $F = iLB = \frac{(LB_0)^2 x}{R \cdot t_0} \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$ (nella direzione opposta all'asse x)

Tale forza deve essere controbilanciata dalla forza di attrito statico purché al disotto del suo valore massimo $F = \frac{(LB_0)^2 x}{R \cdot t_0} \left(1 + \frac{t}{t_0}\right) = A_s \leq A_{\max} = \mu_s mg$ da cui $\mu_s \geq \frac{L^2 B_0^2 x}{m \cdot g \cdot R \cdot t_0} \left(1 + \frac{t}{t_0}\right) = \mathbf{0.115}$

(il valore viene calcolato per $t=0$. Al trascorrere del tempo il campo magnetico si intensifica e tale valore aumenta quindi proporzionalmente)



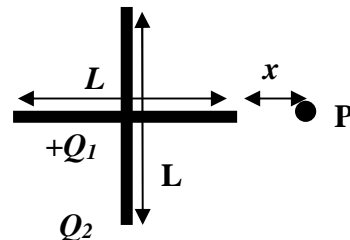
FISICA

A.A. 2013-2014

Ingegneria Gestionale
SECONDO ESONERO

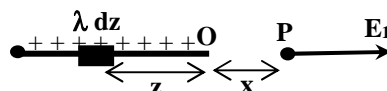
3° appello del 16 Settembre 2014

1. Una carica positiva $Q_1 = 10 \mu\text{C}$ è distribuita con densità lineare uniforme su un segmento di lunghezza $L = 5\text{m}$. Una carica negativa Q_2 è disposta uniformemente su un segmento sempre di lunghezza L posto perpendicolarmente al primo in modo da formare una croce. Sapendo che il campo elettrico complessivo si annulla nel punto P sul prolungamento del segmento positivo ed alla distanza $x = 1\text{m}$ da esso, determinare il valore della carica negativa Q_2 .



1. Campo elettrico generato nel punto P dal segmento orizzontale

Il campo elettrico elementare è $dE = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0(z+x)^2}$



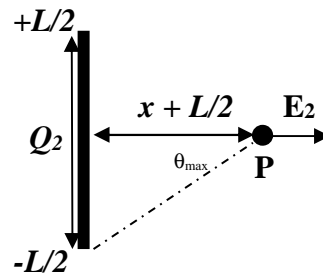
$$E_1 = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dz}{(z+x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{z+x} \right]_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{L+x} \right] = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 x(L+x)} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 x(L+x)}$$

Campo elettrico generato nel punto P dal segmento verticale

Sfruttando le simmetrie si dimostra che il campo elettrico nel punto P vale

$$E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(x+L/2)} \sin \theta_{\max} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(x+L/2)} \frac{L/2}{\sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}$$

$$= \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0(x+L/2)\sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}$$

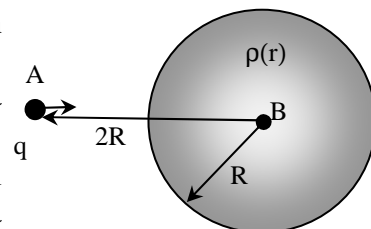


Imponendo $E_1 + E_2 = 0$ da cui $Q_2 = -Q_1 \frac{(x+L/2)\sqrt{(x+L/2)^2 + (L/2)^2}}{x(L+x)} = -25.1 \mu\text{C}$

2. Sia data una sfera di centro in B e di raggio $R = 1\text{m}$ disposta nel vuoto. All'interno di tale sfera sia distribuita una carica con densità volumetrica non

uniforme in accordo alla legge $\rho(r) = \rho_0 \left[1 + 3 \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right]$ dove r rappresenta la

distanza del generico punto dal centro B , essendo $\rho_0 = 5 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Determinate il lavoro che occorre spendere contro le forze del campo per spostare la carica $q = 1 \mu\text{C}$ dal punto A distante $2R$ dal centro della sfera al centro B .



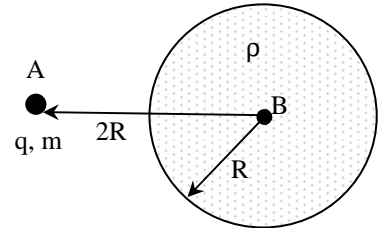
2. Applicando la legge di Gauss, il flusso del campo elettrico uscente da una superficie sferica centrata in B e di raggio generico r vale sempre $\Phi(\vec{E}_o) = \int_{\Sigma} \vec{E}_o \cdot \hat{n}_{ext} dS = 4\pi r^2 E_o = Q_{int} / \epsilon_o$ dove

$$Q_{int} = \int \rho d\tau = \begin{cases} r < R & \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi \rho_o \left(\frac{r^3}{3} + \frac{3r^6}{6R^3} \right) \\ r > R & \int_0^R \rho(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi \rho_o \left(\frac{5}{6} R^3 \right) \end{cases} \text{ ed il campo } \mathbf{E}_o \begin{cases} r < R & E_{int} = \frac{\rho_o}{\epsilon_o} \left(\frac{r}{3} + \frac{r^4}{2R^3} \right) \\ r > R & E_{ext} = \frac{\rho_o}{\epsilon_o} \frac{5R^3}{6r^2} \end{cases}$$

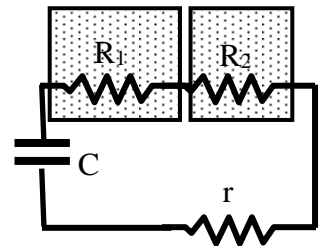
$$\text{da cui } V_B - V_A = \int_0^R E_{int} dr + \int_R^{2R} E_{ext} dr = \frac{\rho_o}{\epsilon_o} \left[\left[\frac{R^2}{6} + \frac{R^5}{10R^3} \right] + \frac{5R^3}{6} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right] \right] = \frac{41\rho_o R^2}{60\epsilon_o}$$

Il lavoro fatto dall'esterno per spostare la carica da A a B

$$L_{AB}^{ext} = L_{BA}^{el} = q(V_B - V_A) = \frac{41}{60} \frac{q\rho_o R^2}{\epsilon_o} = \mathbf{0.386 \text{ J}}$$

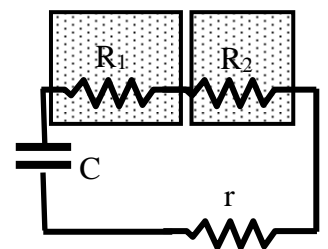


3. Il dispositivo in figura si compone di un circuito resistivo alimentato da un condensatore di capacit  $C=1 \text{ mF}$ avente energia iniziale $E=125 \text{ kJ}$. I due resistori principali $R_1=3.5 \text{ k}\Omega$, $R_2=1 \text{ k}\Omega$, sono utilizzati come scaldatori per aumentare la temperatura di due bollitori contenenti rispettivamente $M_1=500\text{g}$ e $M_2=200\text{g}$ di acqua distillata. La resistenza interna del circuito $r=500 \Omega$ tiene in conto di tutti gli effetti resistivi di fili e generatore. Determinare dopo quanti secondi la massa M_1 contenuta nel primo bollitore si porta dalla temperatura ambiente di 20°C (cui si trova inizialmente l'intero sistema) alla temperatura di 60°C . Determinare a quell'istante a quale temperatura si viene a trovare la massa d'acqua M_2 nel secondo bollitore (calore specifico acqua $C=4187 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, si trascurino le perdite termiche nei bollitori)



3. Il condensatore inizialmente carico si scarica sulle tre resistenze in serie la carica elettrica $q(t) = q_o \exp[-t/\tau]$ ove $\tau = (R_1 + R_2 + r)C = 5 \text{ s}$

$$\text{L'energia nel condensatore } E_C = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_o^2 \exp[-2t/\tau]}{2C} = E \exp[-2t/\tau];$$



Il **calore sviluppato** sulle resistenze   naturalmente collegato alla riduzione di energia sul condensatore

$$Q = E_C(0) - E_C(t) = E(1 - \exp[-2t/\tau])$$

Il calore sviluppato sulle singole resistenze si ottiene dalla

$$Q_1 = Q \frac{R_1}{(r + R_1 + R_2)} ; \quad Q_2 = Q \frac{R_2}{(r + R_1 + R_2)} \quad \text{in rapporto} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

Il calore necessario per portare il primo bollitore alla temperatura $T_1=60^\circ\text{C}$ si ottiene dalla equazione calorimetrica

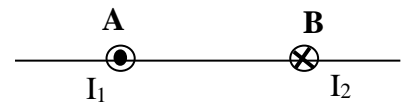
$$Q_1 = M_1 C (T_1 - T_{amb}) = \mathbf{83.7 \text{ kJ}}$$

da cui il tempo $t^* = \frac{\tau}{2} \ln \left[\frac{1}{1 - \frac{Q_1}{E} \left(\frac{r + R_1 + R_2}{R_1} \right)} \right] = \mathbf{7.87 \text{ s}}$

Dal raffronto tra i calori sviluppati tra i due bollitori $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{M_2 C (T_2 - T_{amb})}{M_1 C (T_1 - T_{amb})}$

si ottiene la temperatura del secondo bollitore al tempo τ : $T_2 = T_{amb} + \left(\frac{M_1 R_2}{M_2 R_1} \right) (T_1 - T_{amb}) = \mathbf{48.6^\circ\text{C}}$

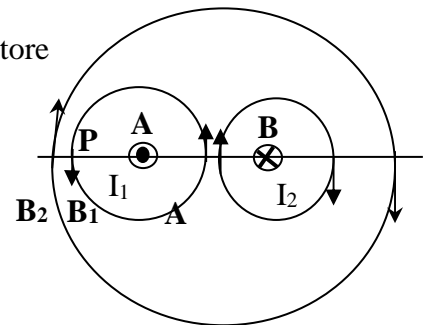
4. Due fili indefiniti rettilinei paralleli sono disposti in sezione come indicato in figura. Essi sono percorsi da differenti intensità di corrente dirette in senso opposto. Si determini sulla retta passante per A e B, il punto P dove il vettore di induzione magnetica complessivo si annulla, indicando le distanze AP e BP [Dati: $I_1=10\text{mA}$, $I_2=15\text{mA}$, $AB=8\text{mm}$].



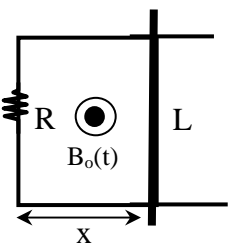
4. Il punto di equilibrio P è necessariamente esterno al segmento AB in tal caso chiamando x la distanza AP si ottiene per il vettore induzione

$$B_{tot} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_1}{AP} - \frac{I_2}{BP} \right) = 0 \quad \text{ove } BP = AB + AP$$

da cui $AP = AB \frac{I_1}{I_2 - I_1} = \mathbf{16 \text{ mm}}$



5. Una barretta metallica di lunghezza $L=10 \text{ cm}$ e di massa $m=10 \text{ g}$ è libera di muoversi strisciando con attrito lungo una guida metallica giacente su un piano orizzontale in modo da formare un circuito elettrico planare di forma rettangolare di lati L ed $x=5\text{cm}$. Tale circuito, di resistenza elettrica costante $R=2 \Omega$, giace in una regione dove è applicato un vettore induzione magnetica uniforme diretto in verticale di intensità variabile nel tempo con legge $B(t) = B_0 \left(1 + \frac{t}{t_0} \right)$ dove $B_0=3\text{Wb/m}^2$ e $t_0=0.2\text{s}$, capace di

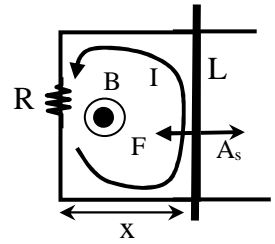


generare una corrente indotta nel circuito ed una forza che tende a fare muovere la barretta. Determinare qual è il valore minimo richiesto per il coefficiente di attrito statico della barra tale da impedirne il movimento. Determinare la direzione ed il verso della forza di attrito

5. La spira rettangolare è disposta sul piano orizzontale. Il verso di percorrenza della corrente è antiorario così che la normale alla spira sia diretta come il vettore induzione magnetica lungo la verticale nel verso uscente dal piano

$$\Phi_c = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \int B dS = B(t) \cdot L \cdot x(t)$$

Applicando la legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la forza elettromotrice indotta nella spira



$$f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -L \left(\frac{dB}{dt} \cdot x + B \cdot \frac{dx}{dt} \right) = -L \frac{dB}{dt} \cdot x = -\frac{LB_o x}{t_o} \quad (\text{poiché la barra è ferma})$$

la corrente indotta nel circuito $i = -\frac{L \cdot B_o \cdot x}{R \cdot t_o}$ (senso inverso alla figura)

la forza elettromagnetica resistente $F = iLB = \frac{(LB_o)^2 x}{R \cdot t_o} \left(1 + \frac{t}{t_o} \right)$ (nella direzione opposta all'asse x)

Tale forza deve essere controbilanciata dalla forza di attrito statico purché al disotto del suo valore

$$\text{massimo } F = \frac{(LB_o)^2 x}{R \cdot t_o} \left(1 + \frac{t}{t_o} \right) = A_s \leq A_{\max} = \mu_s mg \quad \text{da cui } \mu_s \geq \frac{L^2 B_o^2 x}{m \cdot g \cdot R \cdot t_o} \left(1 + \frac{t}{t_o} \right) = \mathbf{0.115}$$

(il valore viene calcolato per $t=0$. Al trascorrere del tempo il campo magnetico si intensifica e tale valore aumenta quindi proporzionalmente)