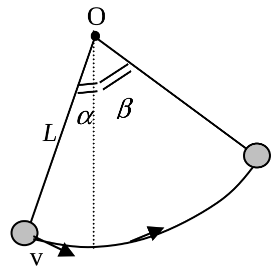
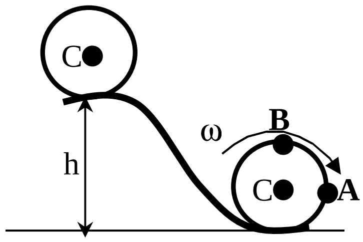
FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
3° appello del 15 Settembre 2015
Esame completo

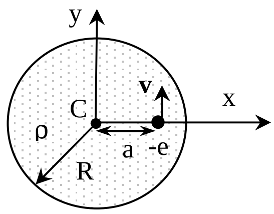


1. Un pendolo semplice è costituito da massa m=2kg collegata ad un filo di di lunghezza L=1m incardinato nel punto O. Esso transita nel punto A corrispondente ad una inclinazione di α=15° alla velocità di 3m/s. Determinare quale velocità massima assumerà durante il moto, a quale tensione massima sarà sottoposto il filo e quale sarà l'angolo di oscillazione massimo β.

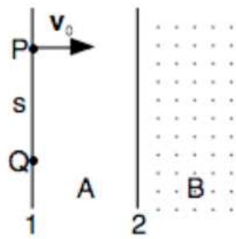


2. Un cilindro pieno di raggio *R=10cm,* di profondità L=30cm e densità volumetrica ρ*=2000 kg/m*^{3}, è fermo sulla sommità di una guida ad altezza *h*=2m. Sapendo che esso rotola senza strisciare sino a valle lungo la guida calcolare le rispettive velocità finali nel centro di massa C, nel punto A più avanzato, e nel punto più alto B del cilindro. Per il momento di inerzia del cilindro si assuma $I_{cil} = mR^2/2$).

3. Una tazza di the si trova alla temperatura di t_1=90°C, potenzialmente pericolosa per tutta la bocca qualora venisse sorseggiato in queste condizioni. Si decide quindi di aggiungere un cubetto di m_2=5g di ghiaccio alla temperatura di t_2=0°C. Sapendo che nella tazza di the c'era originariamente un contenuto d'acqua di massa m_2=100g, determinare a quale temperatura scende la tazza dopo lo scioglimento del cubetto ed opportuno mescolamento. [Nota: il contenuto nella tazza ha medesimo calore specifico dell'acqua (C=1kcal/kg °C), il calore latente di fusione del ghiaccio q_f=80kcal/kg. Si trascuri la capacità termica della tazza vuota]



4. Un cilindro di lunghezza infinita e di raggio R è carico con densità volumetrica uniforme ρ=1μC/m^3. All'interno del cilindro si trova un elettrone sull'asse x, a distanza a=1cm dall'asse del cilindro. Calcolare la velocità con cui esso deve essere lanciato verso l'asse y per poter descrivere una orbita circolare di raggio a [la massa dell'elettrone m_e=9.1·10^{-31} kg, la sua carica –e = -1.6 ·10^{-19} C]

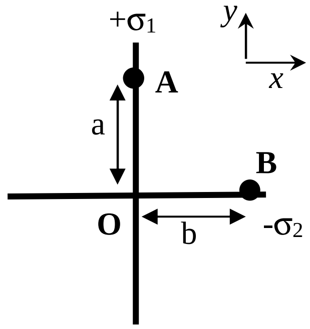


5. Due griglie metalliche estese, alle quali è applicata un d.d.p. costante V_1- V_2 = +5 kV, delimitano le due regioni di spazio A e B in figura. Nella regione B vi è un campo magnetico uniforme B perpendicolare al piano del foglio. In un punto P della prima griglia viene immesso un protone (m = 1.7*10^{-27} kg, q = 1.6*10^{-19} C) con velocità vo = 10^6 m/s diretta come mostrato. Il protone attraversa la regione A, entra nella B e ritorna nella regione A, arrivando alla nel punto Q ad una distanza s = 5 cm da P. Determinare: il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche durante lo spostamento del protone dalla prima alla seconda griglia, l'energia cinetica del protone in Q, il modulo ed il verso di B. **Facoltativo:** determinare la distanza tra i punti P e Q se la d.d.p. tra le griglie fosse invertita a parità delle altre condizioni.

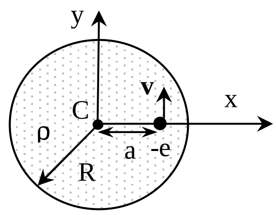
FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
SECONDO ESONERO
3° appello del 15 Settembre 2015

1. Uno strato piano uniformemente carico con densità $+\sigma_1$=10μC/m^2 disposta lungo il piano xz, è ortogonale ad un secondo strato piano uniformemente carico con densità negativa $-\sigma_2$ disposta lungo il piano yz (i due strati hanno l'asse z per intersezione). Una carica q=2μC di massa m=100g si trova inizialmente ferma nel punto A(0^+, a) (a=20cm) che si trova sul lato destro dello strato positivo. Determinare per quale valore di σ_2 la posizione del punto di impatto è B(b,0^+) (b=15cm) sullo strato negativo. Determinare anche la velocità di impatto w_B.

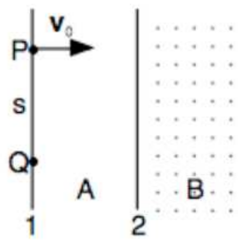


2. Un cilindro di lunghezza infinita e di raggio R è carico con densità volumetrica uniforme ρ=1μC/m^3. All'interno del cilindro si trova un elettrone sull'asse x, a distanza a=1cm dall'asse del cilindro. Calcolare la velocità con cui esso deve essere lanciato verso l'asse y per poter descrivere una orbita circolare di raggio a [la massa dell'elettrone $m_e=9.1\cdot10^{-31}$ kg, la sua carica $-e = -1.6\cdot10^{-19}$ C]

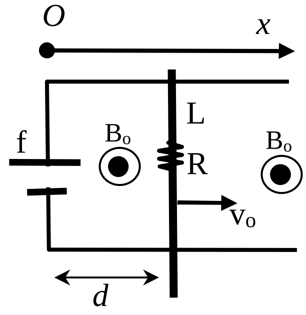


3. Una tazza di the si trova alla temperatura di t_1=90°C, potenzialmente pericolosa per tutta la bocca qualora venisse sorseggiato in queste condizioni. Si decide quindi di aggiungere un cubetto di m_2=5g di ghiaccio alla temperatura di t_2=0°C. Sapendo che nella tazza di the c'era originariamente un contenuto d'acqua di massa m_2=100g, determinare a quale temperatura scende la tazza dopo lo scioglimento del cubetto ed opportuno mescolamento. [Nota: il contenuto nella tazza ha medesimo calore specifico dell'acqua (C=1kcal/kg °C), il calore latente di fusione del ghiaccio q_f=80kcal/kg. Si trascuri la capacità termica della tazza vuota]

4. Due griglie metalliche estese, alle quali è applicata un d.d.p. costante V_1- V_2 = +5 kV, delimitano le due regioni di spazio A e B in figura. Nella regione B vi è un campo magnetico uniforme B perpendicolare al piano del foglio. In un punto P della prima griglia viene immesso un protone (m = $1.7*10^{-27}$ kg, q = $1.6*10^{-19}$ C) con velocità vo = 10^6 m/s diretta come mostrato. Il protone attraversa la regione A, entra nella B e ritorna nella regione A, arrivando alla nel punto Q ad una distanza s = 5 cm da P. Determinare: il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche durante lo spostamento del protone dalla prima alla seconda griglia, l'energia cinetica del protone in Q, il modulo ed il verso di B. **Facoltativo:** determinare la distanza tra i punti P e Q se la d.d.p. tra le griglie fosse invertita a parità delle altre condizioni.



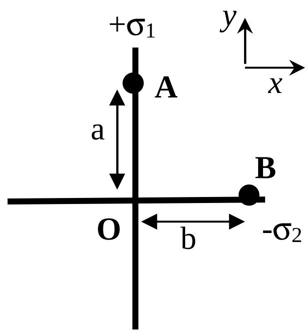
5. Una barretta metallica di lunghezza L=20cm è libera di spostarsi lungo una guida metallica giacente su un piano orizzontale in modo da formare un circuito elettrico di forma rettangolare con resistenza R=5Ω , chiusa su una batteria f=2V. Nella regione piana è presente un vettore induzione magnetica uniforme verticale di induzione B_o=2T. Assumendo di muovere la barretta, inizialmente posizionata x_o=d=10cm, di moto rettilineo uniforme con velocità v_o lungo l'asse x determinare per quale velocità si ottiene una corrente di I=1A. In tali condizioni determinare la forza agente sulla barretta.



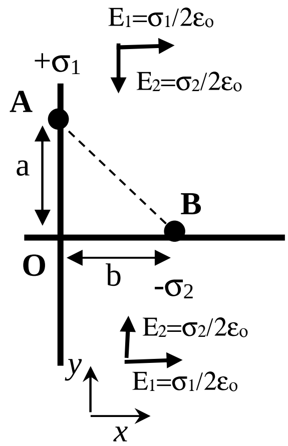
FISICA

A.A. 2014-2015
Ingegneria Gestionale
Soluzioni

1. Uno strato piano uniformemente carico con densità $+\sigma_1=10\mu C/m^2$ disposta lungo il piano xz, è ortogonale ad un secondo strato piano uniformemente carico con densità negativa $-\sigma_2$ disposta lungo il piano yz (i due strati hanno l'asse z per intersezione). Una carica $q=2\mu C$ di massa m=100g si trova inizialmente ferma nel punto $A(0^+, a)$ (a=20cm) che si trova sul lato destro dello strato positivo. Determinare per quale valore di σ_2 la posizione del punto di impatto è $B(b,0^+)$ (b=15cm) sullo strato negativo. Determinare anche la velocità di impatto w_B.



1. Soluzione. Equazioni della cinematica della carica q



$$\begin{cases} x = qE_1 t^2/2m \\ w_x = qE_1 t/m \\ a_x = qE_1/m \end{cases} \qquad \begin{cases} y = a - qE_2 t^2/2m \\ w_y = -qE_2 t/m \\ a_y = -qE_2/m \end{cases}$$

Il tempo di volo si ottiene imponendo y=0

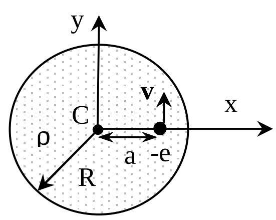
$$t = \sqrt{\frac{2ma}{qE_2}} \quad \text{da cui si ottiene} \quad b = x(t) = a\,E_1/E_2 = a\,\sigma_1/\sigma_2$$

invertendo questa relazione si ottiene: $\sigma_2 = \sigma_1\left(\frac{a}{b}\right) =$ **13.3 μC/m²**

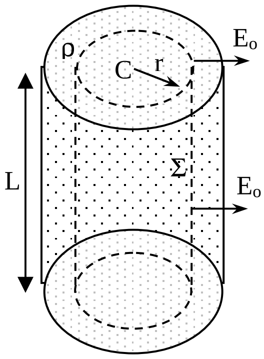
Le componenti della **velocità di impatto** sono

$$\begin{cases} w_{Bx} = \sqrt{\dfrac{2qa}{m}\dfrac{E_1^2}{E_2}} = \sqrt{\dfrac{q\sigma_1 b}{m\varepsilon_o}} \\ w_{By} = -w_{Bx}\dfrac{E_2}{E_1} = -w_{Bx}\dfrac{a}{b} \end{cases} \quad \text{di modulo} \quad w_B = \sqrt{\frac{q\sigma_1 b}{m\varepsilon_o}\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)} = \textbf{3.07 m/s}$$

2. Un cilindro di lunghezza infinita e di raggio R è carico con densità volumetrica uniforme $\rho=1\mu C/m^3$. All'interno del cilindro si trova un elettrone sull'asse x, a distanza a=1cm dall'asse del cilindro. Calcolare la velocità con cui esso deve essere lanciato verso l'asse y per poter descrivere una orbita circolare di raggio a [la massa dell'elettrone $m_e=9.1\cdot10^{-31}$ kg, la sua carica $-e = -1.6\cdot10^{-19}$ C]



2. Soluzione. Il campo elettrico interno al cilindro può essere calcolato applicando la legge di Gauss alla superficie cilindrica Σ concentrica, di lunghezza L e di raggio r<R

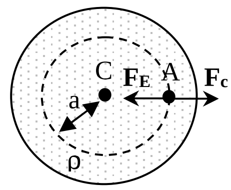


$$\Phi_\Sigma\left(\vec{E}_o\right) = \int \vec{E}_o \cdot \hat{n}_{ext} dS = 2\pi r L = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_o} = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_o}$$

da cui si ricava il campo elettrico interno $E_{o\,\text{int}} = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_o} r$

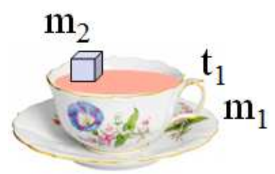
L'elettrone quindi è soggetto ad una forza attrattiva elettrostatica $\mathbf{F_E}$ diretta verso il centro C. A tale forza centripeta deve opporsi la forza centrifuga $\mathbf{F_c}$ dipendente dalla velocità orbitale. Quando le due forze si bilanciano la traiettoria diviene circolare

$$F_E = F_c \quad \text{ossia} \quad eE_{\text{int}} = m\frac{v^2}{a}, \quad \text{e quindi} \quad v = \sqrt{\frac{ea}{m}E_{\text{int}}} = \sqrt{\frac{e\rho a^2}{2m\varepsilon_o}} = \mathbf{9.97 \cdot 10^5\ m/s}$$



3. Una tazza di the si trova alla temperatura di t_1=90°C, potenzialmente pericolosa per tutta la bocca qualora venisse sorseggiato in queste condizioni. Si decide quindi di aggiungere un cubetto di m_2=5g di ghiaccio alla temperatura di t_2=0°C. Sapendo che nella tazza di the c'era originariamente un contenuto d'acqua di massa m_2=100g, determinare a quale temperatura scende la tazza dopo lo scioglimento del cubetto ed opportuno mescolamento. [Nota: il contenuto nella tazza ha medesimo calore specifico dell'acqua (C=1kcal/kg °C), il calore latente di fusione del ghiaccio q_f=80kcal/kg. Si trascuri la capacità termica della tazza vuota]

3. Soluzione. In condizioni di equilibrio termico il sistema raggiunge una comune temperatura t_f che si ottiene dal bilancio termico tra il the in tazza e il cubetto di ghiaccio aggiunto:



L'acqua nella tazza cede parte del suo calore secondo l'equazione

$$Q_1 = m_1 C\left(t_f - t_1\right) \leq 0 \quad \text{(calore ceduto)}$$

Il cubetto di ghiaccio deve assorbire dapprima una quantità di calore latente solo per sciogliersi $m_2 \cdot q_f$ rimanendo alla temperatura di fusione 0°C, ed una seconda quantità di calore per portarsi ad alta temperatura finale $m_2 C\left(t_f - 0\right)$

In sintesi il cubetto deve assorbire la seguente quantità di calore

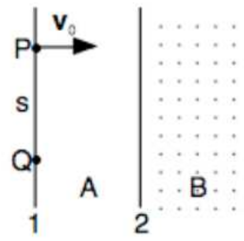
$$Q_2 = m_2 q_f + m_2 C\left(t_f\right) \geq 0 \quad \text{(calore assorbito)}$$

Se non esistono ulteriori scambi di energia con l'esterno la somma algebrica delle quantità di calore si deve annullare (bilanciamento termico)

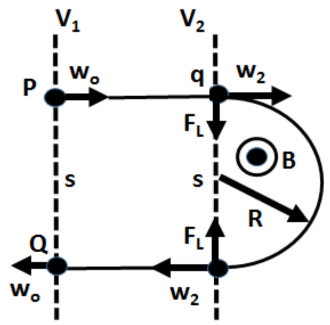
$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 C\left(t_f - t_1\right) + m_2 q_f + m_2 C\left(t_f\right) = 0$$

da cui $t_f = \dfrac{m_1 C t_1 - m_2 q_f}{m_1 C + m_2 C} = \dfrac{0.100 \cdot 1 \cdot 90 - 0.005 \cdot 80}{0.100 + 0.005}\left(\dfrac{kcal \cdot °C}{kcal}\right) = \mathbf{81.9\ °C}$

4. Due griglie metalliche estese, alle quali è applicata un d.d.p. costante V_1- V_2 = +5 kV, delimitano le due regioni di spazio A e B in figura. Nella regione B vi è un campo magnetico uniforme B perpendicolare al piano del foglio. In un punto P della prima griglia viene immesso un protone (m = $1.7*10^{-27}$ kg, q = $1.6*10^{-19}$ C) con velocità vo = 10^6 m/s diretta come mostrato. Il protone attraversa la regione A, entra nella B e ritorna nella regione A, arrivando alla nel punto Q ad una distanza s = 5 cm da P. Determinare: il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche durante lo spostamento del protone dalla prima alla seconda griglia, l'energia cinetica del protone in Q, il modulo ed il verso di B. **Facoltativo:** determinare la distanza tra i punti P e Q se la d.d.p. tra le griglie fosse invertita a parità delle altre condizioni.



4. Soluzione.
La velocità del protone quando attraversa la griglia a potenziale V_2 si ottiene imponendo la conservazione dell'energia



$$\frac{1}{2}mw_o^2 + qV_1 = \frac{1}{2}mw_2^2 + qV_2 \quad \text{da cui} \quad w_2 = \sqrt{v_o^2 + \frac{2q}{m}(V_1 - V_2)} = \mathbf{1.39 \cdot 10^6\ m/s}$$

Superata la seconda griglia la traiettoria del protone viene incurvata dal campo magnetico. Essendo il campo uniforme la traiettoria è una semicirconferenza. La forza di Lorentz produce una accelerazione centripeta

$$F_L = ma_N \quad \text{ossia} \quad qw_2B = m\frac{w_2^2}{R} \quad \text{da cui il raggio di curvatura} \quad R = \frac{mw_2}{qB}$$

mentre la distanza tra il punto di partenza e quello di arrivo vale $s = PQ = 2R = 2\frac{mw_2}{qB}$

da cui l'intensità del **vettore induzione magnetica** $B = 2\frac{mw_2}{qs} = \mathbf{0.59\ T}$

L'energia cinetica nel punto P è uguale a quella del punto Q $K_P = K_Q = \frac{1}{2}mv_o^2 = \mathbf{8.5 \cdot 10^{-16}\ J}$

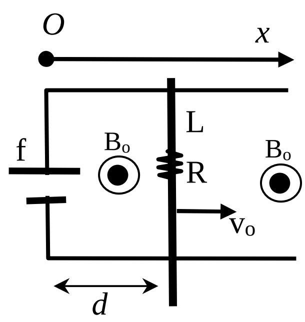
Il **lavoro** fatto dal campo elettrico per portare la carica dalla prima alla seconda griglia

$$L_{12} = q(V_1 - V_2) = \mathbf{8 \cdot 10^{-16}\ J}$$

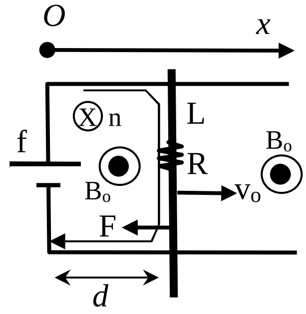
Facoltativo: in caso di inversione della d.d.p la velocità $w_2^* = \sqrt{v_o^2 - \frac{2q}{m}(V_1 - V_2)} = \mathbf{2.42 \cdot 10^5\ m/s}$

mentre la distanza tra il punto di partenza e quello di arrivo $s^* = PQ^* = 2\frac{mw_2^*}{qB} = \mathbf{8.7\ mm}$

5. Una barretta metallica di lunghezza L=20cm è libera di spostarsi lungo una guida metallica giacente su un piano orizzontale in modo da formare un circuito elettrico di forma rettangolare con resistenza R=5Ω , chiusa su una batteria f=2V. Nella regione piana è presente un vettore induzione magnetica uniforme verticale di induzione B_o=2T. Assumendo di muovere la barretta, inizialmente posizionata x_o=d=10cm, di moto rettilineo uniforme con velocità v_o lungo l'asse x determinare per quale velocità si ottiene una corrente di I=1A. In tali condizioni determinare la forza agente sulla barretta.



5. Soluzione. Seguendo l'orientazione della corrente imposta dal generatore di tensione f la normale alla spira $\hat{n}$ ha verso opposto rispetto a $\vec{B}_o$, il flusso concatenato con la spira Φ_C è quindi:



$$\Phi_c = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = -\int B dS = -B_o \int_0^x dx \int_0^L dy = -B_o L \cdot x(t)$$

Applicando la legge di Faraday-Neuman-Lenz si calcola la forza elettromotrice indotta nella spira $f_i = -\frac{d\Phi_c}{dt} = +B_o L \cdot v_o$ fornendo una forza elettro motrice indotta costante ed equiversa rispetto ad f

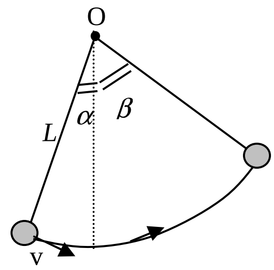
La corrente indotta nel circuito è quindi data da $I = \frac{f + f_i}{R} = \frac{f + B_o L \cdot v_o}{R}$

da cui la **velocità di trascinamento** la barra deve essere $v_o = \frac{I \cdot R - f}{B_o \cdot L} =$ **7.5 m/s**

La forza frenante sulla barretta è ovviamente $F = ILB_o =$ **0.4 N** (opposta asse x)

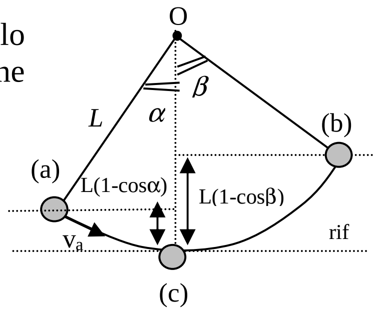
Esercizi di Meccanica

1. Un pendolo semplice è costituito da massa m=2kg collegata ad un filo di di lunghezza L=1m incardinato nel punto O. Esso transita nel punto A corrispondente ad una inclinazione di α=15° alla velocità di 3m/s. Determinare quale velocità massima assumerà durante il moto, a quale tensione massima sarà sottoposto il filo e quale sarà l'angolo di oscillazione massimo β.



Soluzione

La velocità massima e la tensione massima sono raggiunte quando il pendolo transita nel punto (c) in posizione verticale. Imponendo la conservazione dell'energia meccanica tra (a) e (c) si ottiene



$$U_A + T_A = U_C + T_C \quad \text{ossia} \quad \frac{1}{2} m v_a^2 + mgL(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2} m v_c^2$$

da cui la **velocità massima** risulta $v_c = \sqrt{v_a^2 + 2gL(1 - \cos\alpha)} =$ **3.11 m/s**

La **tensione massima** si ottiene quando il pendolo è nella posizione verticale (c)

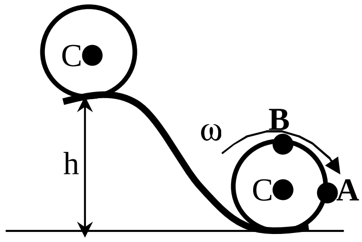
$$T_{\max} = mg + \frac{m v_c^2}{L} = \frac{m v_a^2}{L} + mg(3 - 2\cos\alpha) = \mathbf{38.94\ N}$$

L'angolo massimo si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica.

$$U_A + T_A = U_B + T_B \quad \text{ossia} \quad \frac{1}{2} m v_a^2 + mgL(1 - \cos\alpha) = mgL(1 - \cos\beta)$$

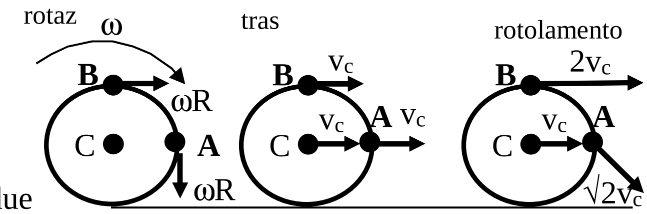
da cui l'**oscillazione massima** è $\beta = \arccos\left[\cos\alpha - \frac{v_a^2}{2gL}\right] =$ **59°33'**

2. Un cilindro pieno di raggio *R=10cm,* di profondità L=30cm e densità volumetrica ρ*=2000 kg/m*^{3}, è fermo sulla sommità di una guida ad altezza *h*=2m. Sapendo che esso rotola senza strisciare sino a valle lungo la guida calcolare le rispettive velocità finali nel centro di massa C, nel punto A più avanzato, e nel punto più alto B del cilindro. Per il momento di inerzia del cilindro si assuma $I_{cil} = mR^2/2$).



Soluzione

L'energia meccanica quando il cilindro è sulla sommità è chiaramente tutta dovuta alla energia potenziale essendo nulla quella cinetica: **E$_{m1}$=mgh**



Quando il cilindro scende a valle l'energia potenziale si trasforma integralmente in energia cinetica che consta di due termini dovuti rispettivamente al moto di traslazione e quello di rotazione

E$_{m2}$=K$_{rot}$+ K$_{trasl}$ $= \frac{1}{2} I_c \omega^2 + \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} I_c \left(\frac{v_c}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} m \left(1 + \frac{I_c}{mR^2} \right) v_c^2$

dove per la condizione di rotolamento si è imposto $v_c = \omega R$

Imponendo la conservazione dell'energia si ottiene $mgh = \frac{1}{2} m \left(1 + \frac{I_c}{mR^2} \right) v_c^2$

da cui si ricava la velocità di traslazione $v_c = \sqrt{\frac{2gh}{1 + I_c/mR^2}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + 1/2}} = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$ **=5.11 m/s**

Componendo le velocità di traslazione con quella di rotazione (vedi figura) si ottiene

V$_C$=5.11 m/s, V$_B$=10.2 m/s, V$_A$=7.23 m/s,

Si noti come R, L ρ *fossero dei dati non utili per la soluzione del problema*