# FISICA APPLICATA

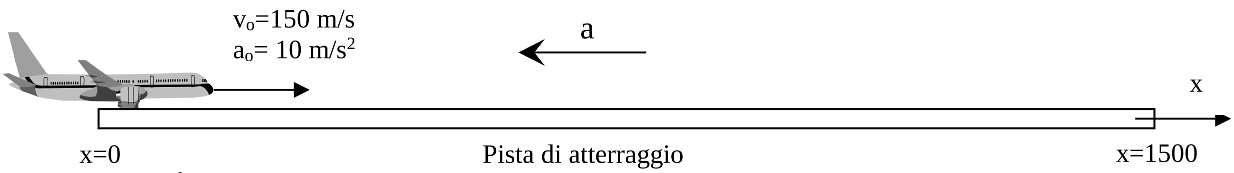
A.A. 2016-2017

*3°appello del 3 Febbraio 2017*

## PROBLEMI

**1.** Un aereo atterra ad una velocità orizzontale di 15*0 m/s* e, per fermarsi, è costretto a decelerare bruscamente con accelerazione uniforme di valore assoluto $a_o=10m/s^2$. (a) Dall'istante in cui esso tocca il suolo, qual è l'intervallo di tempo necessario per fermarsi? (b) Può questo aereo atterrare su una piccola isola tropicale, che possiede un aeroporto con una pista lunga *2 Km*?

**1. Soluz.** Il moto è rettilineo uniformemente ritardato con decelerazione $a_o$ di valore assoluto $a_o=10m/s^2$. Il velivolo tocca il suolo all'istante iniziale $t=0$, in un punto che facciamo coincidere con l'origine del sistema di riferimento $x(t=0)=x_o=0$ con una velocità iniziale positiva $v_o = 150\, m/s$ . Le equazioni della cinematica si ottengono integrando l'espressione dell'accelerazione come segue




$$\begin{cases} a(t) = -a_o \\ v(t) = v_o - a_o \cdot t \\ x(t) = x_o + v_o \cdot t - \dfrac{a_o}{2} \cdot t^2 \end{cases} \quad \text{con i seguenti valori iniziali} \quad \begin{cases} a_o = 10\, m/s^2 \\ v_o = 150\, m/s \\ x_o = 0 \end{cases}$$

Il tempo di arresto $t^*$ si trova annullando l'equazione della velocità $v(t)=v_o - a_o t^*=0$ da cui si ricava $t_{fin} = v_o / a_o = 150/10 = 15s$ . Dall'equazione dello spazio si ricava lo spazio di frenata come $s = v_o t^* - a_o t^{*2}/2 = v_o^2/a_o - v_o^2/2a_o = v_o^2/2a_o = 1125m$. Essendo la pista leggermente più lunga (2000m) dello spazio di frenata tale aereo potrebbe riuscire ad atterrare!

**2.** Un punto materiale di massa m=1kg è posto inizialmente in quiete sulla sommità di un cuneo liscio inclinato di un angolo $\alpha_1=20°$ rispetto all'orizzontale e ad una altezza h=2m rispetto alla base del cuneo. Il punto materiale viene lasciato libero di muoversi e scivolando a valle percorre un tratto orizzontale fino a risalire un secondo cuneo, inclinato di $\alpha_2=30°$ rispetto all'orizzontale, scabro con coefficiente di attrito $\mu_d=0.1$. Calcolare l'accelerazione durante la discesa del primo cuneo, la velocità raggiunta in piano, la decelerazione avuta in salita sul secondo cuneo, e la quota massima raggiunta in risalita.

**2. Soluz.** Durante la discesa le forze agenti sono la forza peso e la reazione del piano inclinato. Proiettandole sugli assi normale e tangenziale (lungo il moto) si ottiene:

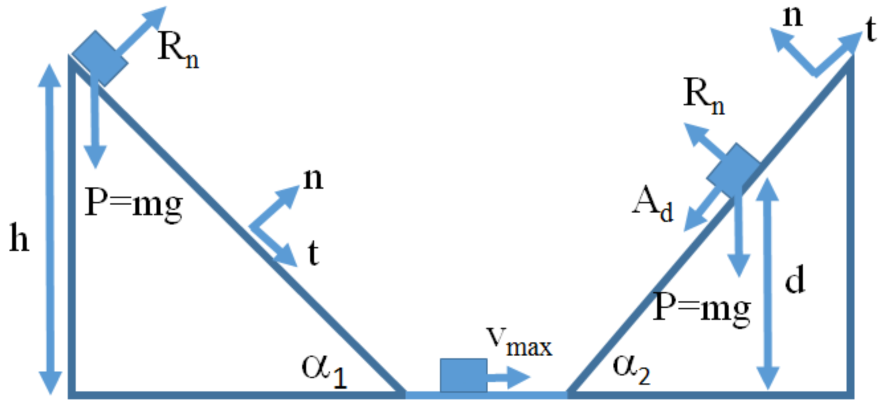
$$\begin{matrix}\hat{n} \\ \hat{t}\end{matrix} \begin{cases} R_n - P\cos\alpha = 0 \\ P\sin\alpha = m a_t \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{matrix}\hat{n} \\ \hat{t}\end{matrix} \begin{cases} R_n = P\cos\alpha_1 = mg\cos\alpha_1 \\ a_t = \dfrac{P\sin\alpha_1}{m} = \dfrac{mg\sin\alpha_1}{m} = g\sin\alpha_1 \end{cases} \quad \text{da cui } \mathbf{a=3.35\ m/s^2}$$

Durante la salita le forze agenti sono la forza peso e la reazione e l'attrito dinamico del piano inclinato. Proiettandole sugli assi normale e tangenziale (lungo il moto) si ottiene:

$$\begin{matrix}\hat{n}\\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n - P\cos\alpha = 0 \\ -P\sin\alpha - A_d = ma_t \end{cases} \quad \text{da cui}$$

$$\begin{matrix}\hat{n}\\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n = P\cos\alpha_2 = mg\cos\alpha_2 \\ a_t = \dfrac{-P\sin\alpha_2 - A_d}{m} = \dfrac{-mg\sin\alpha_2 - \mu_d mg\cos\alpha_2}{m} = -g(\sin\alpha_2 + \mu_d\cos\alpha_2) \end{cases}$$

da cui la decelerazione risulta **a= - 5.75 m/s²**




La velocità massima è raggiunta in piano dove tutta l'energia potenziale iniziale $U_1$=mgh si trasforma in energia cinetica $K_2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$. Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene $U_1=K_2$ da cui $v_{\max} = \sqrt{2gh} =$ **6.26 m/s**

La quota massima raggiunta sul secondo cuneo si ottiene invece considerando nel bilancio energetico la perdita di energia in salita dovuta all'attrito

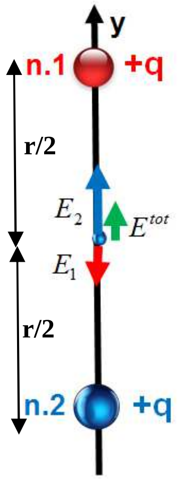
$$L_A = -A_d\Delta s = -A_d\frac{d}{\sin\alpha_2} = -\mu_d R_n\frac{d}{\sin\alpha_2} = -\mu_d mg\cos\alpha_2\frac{d}{\sin\alpha_2} = -\mu_d mgd\cot\alpha_2$$

In questo caso il lavoro delle forze non conservative fa diminuire l'energia meccanica $L_A = E_3 - E_1$ da cui $-\mu_d mgd\cot\alpha_2 = mgd - mgh$

da cui la quota massima $d = \dfrac{h}{1+\mu_d\cot\alpha_2} =$ **1.7 m**

**3.** Definire il campo elettrico generato da due cariche puntiformi positive di valore $q_1$=50 μC $q_2$=200 μC distanti r=2mm. Trovare in campo elettrico nel punto centrale. Trovare la forza cui è soggetta una carica di prova q=1μC e di massa m=100g. Determinare l'accelerazione in partenza.

**3. Soluz.** Il campo elettrico per una carica puntiforme vale $E = k\frac{q}{d^2}$ dove d è la distanza tra punto e sorgente. In questo caso le due cariche emettono un campo elettrico discorde che va sottratto




$$E_{tot} = E_2 - E_1 = k_o\frac{q_2}{(r/2)^2} - k_o\frac{q_2}{(r/2)^2} = 4k_o\frac{q_2 - q_1}{r^2} = 4\cdot 9\cdot 10^9\frac{(200-50)\cdot 10^{-6}}{(2\cdot 10^{-3})^2} = \mathbf{1.35\ 10^{12}\ V/m}$$

La forza è $F = qE_{tot} =$ **1.35 10⁶ N,** da cui la accelerazione $a = \frac{F}{m}$ =**1.35 10⁷ m/s²**

**Domande orali**

**1a)** Sommare i due vettori $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j}$ e $\hat{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ calcolando, il modulo della risultante, l'angolo di inclinazione rispetto all'asse x, e le due componenti lungo x e d y.

**1a)** Soluz. $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (\hat{i} - 3\hat{j}) + (2\hat{i} + 4\hat{j}) = (1+2)\hat{i} + (-3+4)\hat{j} = 3\hat{i} + \hat{j}$

Componenti $\begin{cases} R_x = 3 \\ R_y = 1 \end{cases}$ Modulo e inclinazione $\begin{cases} R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{10} = 3.16 \\ \alpha = \arctan(R_y/R_x) = 18°26' \end{cases}$

**1b)** Moltiplicare scalarmente e vettorialmente i vettori $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ e $\hat{B} = \hat{i} - 3\hat{j}$

**1b)** $(2\hat{i} + 3\hat{j}) \bullet (\hat{i} - 3\hat{j}) = 2\cdot 1\cdot\hat{i}\cdot\hat{i} - 3\cdot 3\cdot\hat{j}\cdot\hat{j} = 2\cdot 1 - 3\cdot 3 = -7$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}\hat{k} = [-3\cdot 2 - (3\cdot 1)]\hat{k} = -9\hat{k}$$

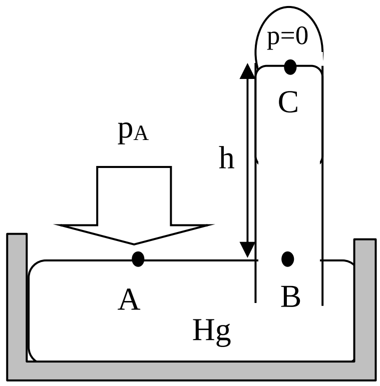
**2.** Dimostrare il teorema del lavoro e dell'energia cinetica:

$$L_{tot} = \vec{F}_{tot}\cdot\Delta\vec{s} = (m\vec{a})\cdot(\vec{v}\Delta t) = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\cdot\vec{v}\Delta t = m\Delta\vec{v}\cdot\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\cdot\left(\frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2}\right) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = K_2 - K_1$$

dove alla velocità è stato sostituito il valor medio $\vec{v} = \vec{v}_{media} = \left(\frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2}\right)$

**3.** Discutere l'esperienza di Torricelli

**3.** L'esperienza di Torricelli utilizza una vasca riempita con mercurio, ed una provetta dove è stato praticato preventivamente il vuoto che viene immersa capovolta nella vasca. L'esperienza prevede che a causa della pressione atmosferica che insiste sulla superficie libera della vasca (**A**) si innalzi nella provetta una colonnina di mercurio alta h (**C**) rispetto al pelo libero della vasca. Tale dislivello può essere usato per la misura della pressione atmosferica.



Applicando la legge di Stevino nel tratto **BC** si ha :
$p_B = \rho_{Hg} gh + p_C$ dove $p_c$=0 poiché nella provetta era praticato il vuoto

Nel tratto **AB** in orizzontale non v'è differenza di pressione per cui: $p_A = p_B$

Combinando le equazioni si calcola la pressione atmosferica che incide nel punto A

$p_{atm} = p_A = p_B = \rho_{Hg} gh$ da cui l'altezza della colonna $h = \frac{p_{atm}}{\rho_{Hg} g} = \frac{101300 \frac{kg}{m \cdot s^2}}{13600 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.8 \frac{m}{s^2}} = 0.76m$