



FISICA APPLICATA

A.A. 2016-2017

3° prova – Testo e Soluzioni

PROBLEMI DI CINEMATICA

1. Un orologio segna le 6. Dopo quanti minuti le lancetta dei minuti si sovrappone a quella delle ore?

1Un orologio segna le 6. Dopo quanti minuti le lancetta dei minuti si sovrappone a quella delle ore?

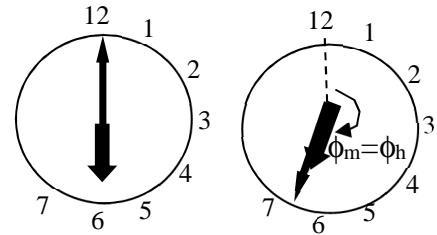
Entrambe le lancette descrivono un moto circolare uniforme ma con differente velocità angolare:

lancetta minuti

lancetta ore

$$\begin{cases} \omega_m = 2\pi/T_m \\ \theta_m = \omega_m \cdot t \end{cases}$$

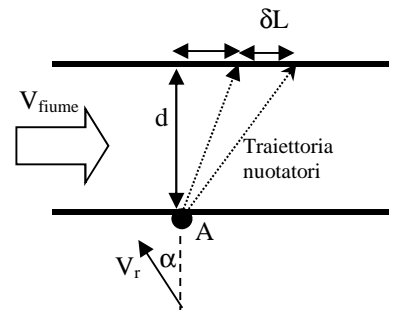
$$\begin{cases} \omega_h = 2\pi/T_h \\ \theta_h = \pi + \omega_h \cdot t \end{cases}$$



ove T rappresenta il periodo di rotazione della lancetta. Le lancette si incontrano quando formano il medesimo angolo con la verticale $\theta_h = \theta_m$ ossia

$$\omega_m t = \omega_h t + \pi \quad \text{da cui} \quad t = \frac{\pi}{\omega_m - \omega_h} = \frac{T_m \cdot T_h}{2(T_h - T_m)} = 1964 \text{ s} = 32' 44''$$

2. Due buoni nuotatori decidono di attraversare un fiume in una regione dove le due sponde sono distanti $d=15\text{m}$, partendo entrambi dal punto A. Per compensare gli effetti della corrente i due nuotatori nuotano con una velocità rispetto all'acqua inclinata di un angolo $\alpha=10^\circ$ controcorrente (come riportato in figura). Sapendo che il primo nuotatore si muove con una velocità relativa $V_{rA}=3\text{m/s}$, mentre il secondo si muove con velocità ridotta $V_{rB}=2\text{m/s}$, e sapendo che i due nuotatori giungono in punti diversi a distanza $\delta L=50\text{m}$.

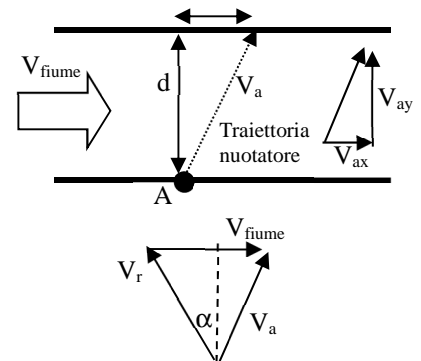


2. Traiettoria del singolo nuotatore

La velocità assoluta nel sistema fisso solidale alla terra è data dalla somma

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{fiume} + \vec{V}_r \quad \text{che scomposta lungo x,y dà luogo alle}$$

$$\begin{cases} x) \left\{ \begin{aligned} V_{ax} &= V_{fiume} + V_{rx} = V_{fiume} - V_r \sin \alpha \\ y) \left\{ \begin{aligned} V_{ay} &= V_{ry} = V_r \cos \alpha \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \quad \text{e} \quad \begin{cases} x(t) = V_{ax} t = (V_{fiume} - V_r \sin \alpha) t \\ y(t) = V_{ay} t = V_r t \cos \alpha \end{cases}$$



il tempo di attraversamento si ottiene dalla $y(t^*) = d$ da cui $t^* = \frac{d}{V_r \cos \alpha}$

e la posizione di arrivo $L = x(t^*) = d \left(\frac{V_{fiume}}{V_r \cos \alpha} - tg \alpha \right)$

I due nuotatori hanno velocità diverse ed arrivano quindi in punti diversi:

$$\delta L = L_2 - L_1 = \frac{dV_{fiume}}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{V_{rB}} - \frac{1}{V_{rA}} \right) \quad \text{da cui} \quad V_{fiume} = \frac{\delta L \cdot \cos \alpha}{d} \frac{V_{rA} \cdot V_{rB}}{V_{rA} - V_{rB}} = \mathbf{19.7 \text{ m/s}}$$

PROBLEMI DI DINAMICA

1. Calcolare l'accelerazione della gravità sulla superficie lunare a partire dalla conoscenza del raggio lunare 1735 km, e della massa lunare di 7.347×10^{22} kg [la costante di gravitazione universale vale $G=6.67 \times 10^{-11}$ $\text{m}^3/\text{kg s}^2$]

1. Calcolare l'accelerazione della gravità sulla superficie lunare a partire dalla conoscenza del raggio lunare 1735 km, e della massa lunare di 7.347×10^{22} kg [la costante di gravitazione universale vale $G=6.67 \times 10^{-11}$ $\text{m}^3/\text{kg s}^2$]

La forza gravitazionale sulla superficie lunare rappresenta la forza peso sulla Luna

$$F_G = G \frac{M_L m}{R_L^2} = mg_L \quad \text{da cui} \quad g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \frac{7.347 \times 10^{22} \text{kg}}{(1.735 \times 10^6)^2 \text{m}^2} = \mathbf{1.6 \text{ m/s}^2}$$

una accelerazione di gravità 6 volte inferiore a quella terrestre!

2. Quale forza media è richiesta per fermare una automobile di 1000 kg per 7 s che viaggiava originariamente a 90km/h

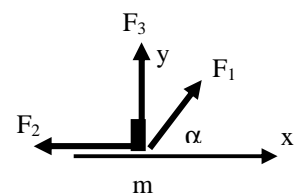
2. Quale forza media è richiesta per fermare una automobile di 1000 kg per 7 s che viaggiava originariamente a 90km/h

Dal teorema dell'impulso e della variazione della quantità di moto

$$F \Delta t = I = \Delta p = mv_f - mv_o = -mv_o \quad \text{da cui} \quad F = -mv_o / \Delta t = -\frac{1000 \text{ kg} \frac{90 \text{ m}}{3.6 \text{ s}}}{7 \text{ s}} = -3571 \text{ N}$$

(il segno meno indica che la forza è frenante ossia contraria al moto)

3. Una massa di $m=4\text{kg}$ è soggetta a tre forze di intensità rispettivamente $F_1=20\text{N}$, $F_2=25\text{N}$, $F_3=20\text{N}$ con direzioni e versi indicati in figura ($\alpha=30^\circ$). Calcolare le componenti dell'accelerazione lungo x,y, la relativa intensità e la direzione rispetto all'asse x,



3. L'accelerazione si ottiene applicando il 2° principio della dinamica. La risultante delle forze si ottiene sommando vettorialmente le tre forze $\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$

Scomponendo le forze sugli assi x ed y si ha
$$\begin{cases} x) R_x = F_1 \cos \alpha - F_2 = -7.7N \\ y) R_y = F_3 + F_1 \sin \alpha = 30N \end{cases}$$

Mentre le componenti dell'accelerazione lungo x ed y
$$\begin{cases} x) a_x = \frac{R_x}{m} = -1.9 \text{ m/s}^2 \\ y) a_y = \frac{R_y}{m} = 7.5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

che danno una accelerazione complessiva $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 7.74 \text{ m/s}^2$
con inclinazione rispetto al semiasse delle ascisse $\theta = \arctan(R_y | R_x) = +104^\circ$

4. Un punto materiale di massa $m=4\text{kg}$ che si muove lungo l'asse x con velocità 4m/s , riceve un impulso diretto lungo x di intensità 12kgm/s . Determinare la nuova velocità dopo l'erogazione dell'impulso. Ripetere l'esercizio ipotizzando che l'impulso sia erogato lungo l'asse delle y.

4. Un punto materiale di massa $m=4\text{kg}$ che si muove lungo l'asse x con velocità 4 m/s , riceve un impulso diretto lungo x di intensità 12kgm/s . Determinare la nuova velocità dopo l'erogazione dell'impulso. Ripetere l'esercizio ipotizzando che l'impulso sia erogato lungo l'asse delle y.

Caso a) $I = \Delta p = mv_1 - mv_0$ da cui $v_1 = v_0 + I/m = 7 \text{ m/s}$

Caso b) $\vec{I} = \Delta \vec{p} = m\vec{v}_1 - m\vec{v}_0$ da cui $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{I}/m = \begin{cases} v_{1,x} = v_0 \\ v_{1,y} = I/m \end{cases}$

Da cui $v_1 = \sqrt{v_{1,x}^2 + v_{1,y}^2} = \sqrt{v_0^2 + (I/m)^2} = 5 \text{ m/s}$

