

4° ESERCITAZIONE – mercoledì 17 ottobre 2018 (e altri esercizi di elettrostatica)

1) Un dipolo elettrico di momento $p = 10^{-15}$ Cm si trova all'interno di un doppio strato di carica complessivamente neutro. Fra le due superfici, che distano $d = 2$ cm, c'è una differenza di potenziale $\Delta V = 20$ V. Determinare la densità di carica sulle superfici e il lavoro che occorre compiere per ruotare di 90° il dipolo a partire dalla posizione di equilibrio.

>>> soluzione: $8,9$ nC/m²; 1 pJ



2) Due dipoli elettrici di momenti p_1 e p_2 sono posti a distanza d . Il primo è orientato perpendicolarmente alla distanza, l'altro è inclinato di $\theta = 45^\circ$ come in figura. Determinare il momento meccanico che agisce sul dipolo p_2 , e l'energia elettrostatica che avrebbe il sistema se fosse nella configurazione di equilibrio stabile.

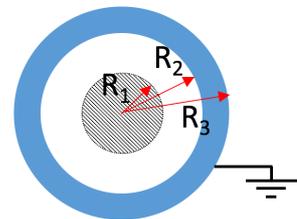
>>> soluzione: $M = p_1 p_2 / (4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 d^3)$ entrante nel foglio; $U = -2 p_1 p_2 / (4\pi\epsilon_0 d^3)$

3) Un lungo cilindro conduttore ha diametro interno $d = 8$ cm, diametro esterno D . Lungo il suo asse è teso un filo isolante con densità di carica lineare $\lambda = 6,67 \cdot 10^{-10}$ C/m. Sapendo che il campo elettrico misurato sulla superficie esterna del cilindro è $E_s = 120$ V/m, determinare il diametro esterno D del cilindro.

>>> soluzione: $D = 10$ cm

4) Al centro del guscio sferico conduttore di raggi $R_2 = 4$ cm e $R_3 = 5$ cm riportato in figura c'è una sfera concentrica di raggio $R_1 = 2$ cm con carica $Q = +4$ nC. Determinare il valore del potenziale nell'origine.

>>> soluzione: $V(0) = 0,9$ kV



5) Due lunghi conduttori rettilinei paralleli di raggio $a = 5$ mm distanti $d = 10$ cm (distanza centro-centro) sono immersi in aria e carichi con una densità lineare $+\lambda$ e $-\lambda$.

Qual è la massima differenza di potenziale che può essere applicata fra loro prima che avvenga una scarica? Essendo $d \gg a$ si può assumere che il campo generato da ciascun filo abbia simmetria radiale.

{suggerimento: calcolare il campo elettrico lungo la congiungente dei fili. Ricavare λ massimo per avere $E_{MAX} = 3$ MV/m e utilizzarla per calcolare ΔV_{MAX} }

>>> soluzione: $\Delta V_{MAX} = 84$ kV

6) Su una bolla di sapone di raggio $R = 7$ cm è presente una carica $q = 0,2$ μ C.

Calcolare la pressione elettrostatica $P_{e.s.}$ che agisce sulla superficie della bolla. La bolla viene immersa fra due lamine piane orizzontali distanti $d = 20$ cm con densità di carica uguale in modulo ma una positiva e una negativa.

Affinché la bolla stia ferma al centro delle lamine è necessario che fra di esse ci sia una differenza di potenziale $V = 100$ kV. Calcolare la massa della bolla.

>>> soluzione: $P_{e.s.} = 0,6$ Pa; $m = 10$ mg

7) Un condensatore sferico nel vuoto di raggio interno $a = 6$ mm e raggio esterno $b = 8$ mm è carico alla differenza di potenziale $\Delta V_0 = 5$ kV. A metà strada fra le armature $c = 7$ mm si trova un elettrone inizialmente fermo che accelera verso l'esterno. Calcolare l'energia cinetica con la quale arriva all'armatura esterna.

>>> soluzione: $K = 24/7$ pJ

8) Un condensatore cilindrico di lunghezza $L = 50$ cm e raggi $a = 2$ mm e $b = 6$ mm è riempito di aria. Sapendo che si innesca una scarica se il campo elettrico in aria supera il valore della rigidità dielettrica $E_R = 3$ MV/m, determinare la massima differenza di potenziale applicabile fra le armature.

>>> soluzione: $\Delta V_{MAX} = 6,6$ kV

9) Preso un condensatore con capacità $C = 300$ pF si vuole ottenere un sistema equivalente con:

- capacità = $3C$. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C
- capacità = $C/3$. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C

10) Tre condensatori (di capacità $C_1 = 2$ nF; $C_2 = 3$ nF; C_3 incognito) sono posti in serie. Alle estremità della serie viene applicata una differenza di potenziale $V_s = 24$ V. Determinare il valore di C_3 per cui ai suoi capi è presente una tensione di $V_3 = 8$ V

[$C_3 = 2,4$ nF]

1) $\sigma = \epsilon_0 \Delta V/d$; $L = p \Delta V/d$

3) $D = \lambda/(2\pi\epsilon_0 Es)$

4) $V = Q/(4\pi\epsilon_0) (1/R_1 - 1/R_2)$

5) $E_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\epsilon_0) d/[a(d-a)]$ $\Delta V_{MAX} = \lambda_{MAX}/(\pi\epsilon_0) \ln[(d-a)/a] = 2E_{MAX} [a(d-a)/d] \ln[(d-a)/a]$

6) $\sigma = 3,2 \mu C/m^2$ $mg = q \Delta V/d$

7) $K = 3/7 e\Delta V$

8) $E_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\epsilon_0 a)$ $\Delta V_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\epsilon_0) \ln[b/a]$

10) $C_3 = (V_s/V_3 - 1)/[1/C_1 + 1/C_2]$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

2) $\theta = 180^\circ$

4) $V(0) = V(R_1)$; $V(R_2) = V(R_3) = 0$ V

5) I fili sono conduttori per cui $E(-a < x < a) = 0$ e $E(d-a < x < d+a) = 0$

$2\pi xL E_1(x) = +\lambda L/\epsilon_0$ $2\pi(d-x)L E_2(x) = +\lambda L/\epsilon_0$ $E = E_1 + E_2 = \lambda/2\pi\epsilon_0 [1/x + 1/(d-x)]$

$E_{MAX} = E(a) = \lambda/2\pi\epsilon_0 [1/a + 1/(d-a)]$ $\Delta V = V_+ - V_- = \int_{d-a}^a -E(x) dx = \lambda/2\pi\epsilon_0 \ln [x/(d-x)] \Big|_a^{d-a}$

7) $V_{bc} = Q/(4\pi\epsilon_0) [1/b - 1/c]$ $V_{ba} = \Delta V = Q/(4\pi\epsilon_0) [1/b - 1/a]$ $V_{bc} = \Delta V [1/b - 1/c]/[1/b - 1/a] = 3/7 \Delta V$

10) $Q = C_3 V_3$ $1/C_s = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 = V_s/Q = V_s/(C_3 V_3) \rightarrow 1/C_3 (V_s/V_3 - 1) = 1/C_1 + 1/C_2$