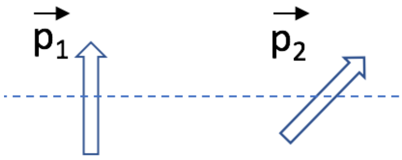
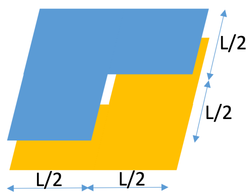
4° ESERCITAZIONE – venerdì 18 ottobre 2019 (e altri esercizi di elettrostatica)

4.1) Un dipolo elettrico di momento $p = 10^{-15}$ Cm si trova all'interno di un doppio strato di carica complessivamente neutro. Fra le due superfici, che distano d = 2 cm, c'è una differenza di potenziale $\Delta V = 20$ V. Determinare la densità di carica sulle superfici e il lavoro che occorre compiere per ruotare di 90° il dipolo a partire dalla posizione di equilibrio.
>>> soluzione: 8,9 nC/m^2; 1 pJ



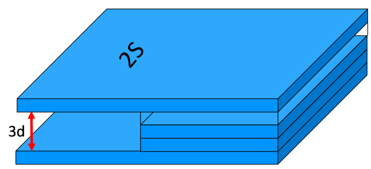
4.2) Due dipoli elettrici di momenti p_1 e p_2 sono posti a distanza d. Il primo è orientato perpendicolarmente alla distanza, l'altro è inclinato di $\theta = 45°$ come in figura. Determinare il momento meccanico che agisce sul dipolo p_2.
>>> soluzione: $M = p_1 p_2/(4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 d^3)$ entrante nel foglio

4.3) Su una bolla di sapone di raggio R = 7 cm è presente una carica q = 0,2 μC.
Calcolare la pressione elettrostatica Pe.s. che agisce sulla superficie della bolla. La bolla viene immersa fra due lamine piane orizzontali distanti d = 20 cm con densità di carica uguale in modulo ma una positiva e una negativa.
Affinché la bolla stia ferma al centro delle lamine è necessario che fra di esse ci sia una differenza di potenziale V = 100 kV. Calcolare la massa della bolla.
>>> soluzione: Pe.s. = 0,6 Pa; m = 10 mg

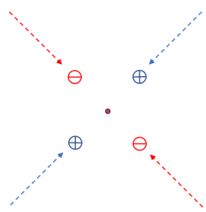


4.4) Un condensatore è costituito da due armature sagomate a forma di L disposte come in figura a distanza d = 0,89 mm. Determinare, trascurando gli effetti di bordo, quanta carica è presente sull'armatura positiva quando al condensatore viene applicata una tensione di 10 V (L = 4 cm).
>>> soluzione: 80 pC

4.5) La struttura riportata in figura è costituita da lastre di conduttore spesse d, due di superficie S e due di superficie 2S.
Trascurando gli effetti di bordo determinare il valore della capacità presente fra le due superfici delle lastre di area 2S che distano 3d.
>>> soluzione: $(4/3)\ \varepsilon_0 S/d$



4.6) Calcolare il lavoro che occorre compiere per spostare quattro cariche puntiformi dall'infinito fino ai vertici di un quadrato di lato d = 1 cm muovendole, nel piano, lungo traiettorie rettilinee fra loro perpendicolari (vedi figura). Due cariche sono positive (q = +1 nC) e due hanno la stessa carica, in modulo, ma di segno opposto.
>>> soluzione: $(-4 + \sqrt{2})\ q^2/(4\pi\varepsilon_0\ d)$



4.7) Tre condensatori (di capacità $C_1 = 2$ nF; $C_2 = 3$ nF; C_3 incognito) sono posti in serie. Alle estremità della serie viene applicata una differenza di potenziale Vs = 24 V. Determinare il valore di C_3 per cui ai suoi capi è presente una tensione di $V_3 = 8$ V
>>> soluzione: $C_3 = 2,4$ nF

ALTRI ESERCIZI

4.8) Quattro cariche (1 nC) sono poste ai vertici di un quadrato di lato L = 10 cm. Hanno i segni riportati in figura: determinare l'intensità della forza esercitata su ognuna di esse.

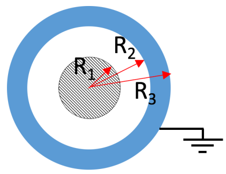
>>> soluzione: $1/(4\pi\varepsilon_0)\ q^2/L^2\ (1/2 - \sqrt{2})$

4.9) Un condensatore cilindrico di lunghezza L = 50 cm e raggi a = 2 mm e b = 6 mm è riempito di aria. Sapendo che si innesca una scarica se il campo elettrico in aria supera il valore della rigidità dielettrica E_R = 3 MV/m, determinare la massima differenza di potenziale applicabile fra le armature.

>>> soluzione: ΔV_{MAX} = 6,6 kV

4.10) Un lungo tubo conduttore ha diametro interno d = 8 cm, diametro esterno D. Lungo il suo asse è teso un filo isolante con densità di carica lineare λ = 6,67 10^{-10} C/m. Sapendo che il campo elettrico misurato sulla superficie esterna del tubo è Es = 120 V/m, determinare il diametro esterno D del tubo.

>>> soluzione: D = 20 cm



4.11) Al centro del guscio sferico conduttore di raggi R_2 = 4 cm e R_3 = 5 cm riportato in figura c'è una sfera conduttrice concentrica di raggio R_1 = 2 cm con carica Q = + 4 nC. Determinare il valore del potenziale nell'origine.

>>> soluzione: V(0) = 0,9 kV

4.12) Un condensatore sferico nel vuoto di raggio interno a = 6 mm e raggio esterno b = 8 mm è carico alla differenza di potenziale ΔV_0 = 5 kV. A metà strada fra le armature c = 7 mm si trova un elettrone inizialmente fermo che accelera verso l'esterno. Calcolare l'energia cinetica con la quale arriva all'armatura esterna.

>>> soluzione: K = 3,4 x 10^{-16} J

4.13) Due lunghi conduttori rettilinei paralleli di raggio a = 5 mm distanti d = 10 cm (distanza centro-centro) sono immersi in aria e carichi con una densità lineare $+\lambda$ e $-\lambda$.
Qual è la massima differenza di potenziale che può essere applicata fra loro prima che avvenga una scarica?
Essendo d >> a si può assumere che il campo generato da ciascun filo abbia simmetria radiale.
{suggerimento: calcolare il campo elettrico lungo la congiungente dei fili. Ricavare λ massimo per avere E_{MAX} = 3 MV/m e utilizzarla per calcolare ΔV_{MAX}}

>>> soluzione: ΔV_{MAX} = 84 kV

4.14) Preso un condensatore con capacità C = 300 pF si vuole ottenere un sistema equivalente con:
a) capacità = 3C. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C
b) capacità = C/3. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C

4.1) $\sigma = \varepsilon_0 \, \Delta V/d$; $L = p \, \Delta V/d$

4.3) $\sigma = 3{,}2 \ \mu C/m^2$ $mg = q \, \Delta V/d$

4.4) $C = \varepsilon_0 \, 2(L/2)^2/d$

4.6) $L = \Delta U = 1/2 \, \Sigma qV = ½ \{4 \, [1/(4\pi\varepsilon_0)(-q^2/d + q^2/(\sqrt{2}d) - q^2/d)]\}$

4.7) $C_3 = (Vs/V_3 - 1)/[1/C_1 + 1/C_2]$

4.8) la somma vettoriale delle forze esercitate su ogni carica è diretta verso il centro del quadrato

4.9) $E_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\varepsilon_0 a)$ $\Delta V_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\varepsilon_0) \ln[b/a]$

4.10) $D = \lambda/(\pi\varepsilon_0 Es)$

4.11) $V = Q/(4\pi\varepsilon_0) \ (1/R_1 - 1/R_2)$

4.12) $K = 3/7 \, e\Delta V$

4.13) $E_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\varepsilon_0) \, d/[a(d-a)]$ $\Delta V_{MAX} = \lambda_{MAX}/(\pi\varepsilon_0) \ln[(d-a)/a] = 2E_{MAX} \, [a(d-a)/d] \ \ln[(d-a)/a]$

$E_{MAX} = E(a) = \lambda/2\pi\varepsilon_0 \, [1/a + 1/(d-a)]$ $\Delta V = V_+ - V_- = \int_{d-a \rightarrow a} -E(x) \, dx = \lambda/2\pi\varepsilon_0 \ln [x/(d-x)]|_a^{d-a}$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

4.4) di tutta la superficie solo su due quadrati di lato L/2 si ha induzione elettrostatica completa

4.7) $Q = C_3V_3$ $1/Cs = 1/C_1+1/C_2+1/C_3 = Vs/Q = Vs/(C_3V_3) \rightarrow 1/C_3\ (Vs/V_3 -1) = 1/C_1+1/C_2$

4.9) la scarica si innesca dove il campo ha il valore massimo: nelle vicinanze dell'armatura interna

4.11) $V(0) = V(R_1)$; $V(R_2) = V(R_3) = 0$ V

4.12) $V_{bc} = Q/(4\pi\varepsilon_0)\ [1/b-1/c]$ $V_{ba}= \Delta V = Q/(4\pi\varepsilon_0)\ [1/b-1/a]$ $V_{bc} = \Delta V\ [1/b-1/c]/[1/b-1/a] = 3/7\ \Delta V$

4.13) I fili sono conduttori per cui $E(-a<x<a) = 0$ e $E(d-a<x<d+a) = 0$

la scarica si innesca nelle vicinanze dei fili dove il campo ha il valore massimo: $E_1(a)$ e $E_2(d-a)$

$2\pi x L\ E_1(x) = +\lambda L/\varepsilon_0$ $2\pi(d-x)L\ E_2(x) = +\lambda L/\varepsilon_0$ $E = E_1 + E_2 = \lambda/2\pi\varepsilon_0\ [1/x+1/(d-x)]$