FISICA APPLICATA

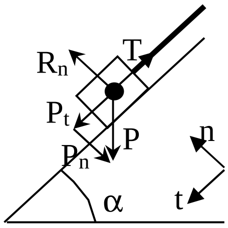
A.A. 2016-2017

4°prova – Testo e Soluzioni

PROBLEMI DI DINAMICA

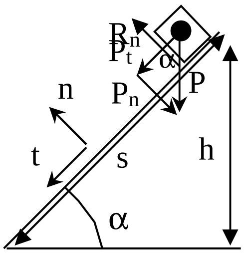
Piano Inclinato

1. Su di un piano inclinato liscio inclinato di 35° rispetto all'orizzontale, un corpo di massa m=5kg è trattenuto in equilibrio da una forza applicata parallelamente al piano inclinato. Calcolare il valore di tale forza e della reazione normale. Determinare inoltre, nel caso tale forza venga ridotta del 50%, il tempo necessario affinché il corpo discenda dalla quota h=2 m fino a terra, il valore dell'accelerazione di discesa ed il valore della velocità con cui l'oggetto tocca terra.



1. Le forze agenti sulla massa sono 3: la forza peso $P=mg$ diretta verticalmente, la reazione normale del piano inclinato R_n diretta lungo la normale n, e la tensione di sostegno della fune diretta lungo il piano inclinato opposta all'asse t.
Applicando il II principio e proiettando le forze sui due assi t ed n si ottiene il sistema
$\begin{matrix} \hat{n} \\ \hat{t} \end{matrix} \begin{cases} R_n - P_N = ma_N = 0 \\ P_t - T = ma_t = 0 \end{cases}$ dove la forza peso viene decomposta secondo le sue proiezioni lungo gli assi t ($P_t = P\sin\alpha$) ed n ($P_n = P\cos\alpha$). Dalla seconda ricaviamo il valore della tensione $T = P_t = mg\sin\alpha$ =28.1 N. Se la tensione viene ridotta del 50% al nuovo valore $T^* = P_t/2 = 14.1$ N, il blocco non può più rimanere in quiete e scivola a valle con accelerazione $a_t = \dfrac{P_t - T^*}{m} = \dfrac{P - T/2}{m} = \dfrac{P_t}{2m} = \dfrac{g}{2}\sin\alpha =$ 2.81 m/s^2

2. Un blocco scivola lungo un piano liscio avente una inclinazione di θ=25°. Se il blocco parte da fermo dalla sommità e la lunghezza del piano inclinato è s=3m, trovare l'accelerazione del blocco e la sua velocità quando raggiunge il fondo

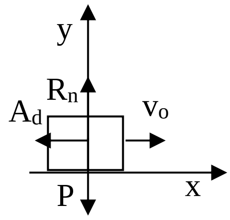


2. **Studio della dinamica**: in assenza di attrito le forze agenti sul blocco sono 2: la forza peso $P=mg$ diretta verticalmente e la reazione normale del piano inclinato R_n diretta lungo la normale n. Applicando il II principio e proiettando le forze sui due assi t ed n si ottiene $\begin{matrix} \hat{n} \\ \hat{t} \end{matrix} \begin{cases} R_n - P_n = ma_n = 0 \\ P_t = ma_t \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} R_n = P_n = mg\cos\alpha \\ a_t = gsin\alpha \end{matrix}$ dove la forza peso è stata decomposta secondo le sue proiezioni lungo gli assi t ($P_t = Psin\alpha$) ed n ($P_n = Pcos\alpha$). **Studio della cinematica**: l'accelerazione di caduta è $a_t = gsin\alpha$ *=4.14 m/s*^{2} (moto unif. accelerato). Integrando la velocità vale $v(t) = a_t t$ (velocità iniziale nulla). Integrando lo spazio percorso è $s(t) = a_t t^2/2$. L'istante t^* al quale il blocco raggiunge la base del piano inclinato si ottiene imponendo $s(t^*) = a_t t^{*2}/2 = s$ da cui $t^* = \sqrt{2s/a_t}$; allora il blocco raggiunge la velocità $v_{fin} = v(t^*) = a_t t^* = \sqrt{2sa_t} = \sqrt{2sgsin\alpha} = \sqrt{2gh}$ *=4.98 m/s* (h è l'altezza iniziale del blocco).

Forza di Attrito

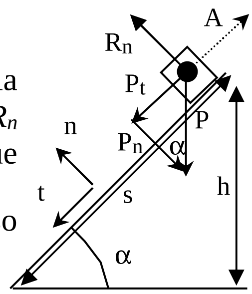
3. Un pattinatore su ghiaccio lanciato alla velocità di 10 m/s su di un piano ghiacciato orizzontale si arresta lentamente nello spazio di 120 m a causa delle forze di attrito tra pattini e ghiaccio. Determinare il coefficiente di attrito dinamico tra pattini e ghiaccio.

3. Studio della dinamica: sul pattinatore agiscono 3 forze, la forza peso P la reazione normale R_n e l'attrito dinamico A_d. Il peso e la reazione normale si equilibrano lungo l'asse y ($R_n=P=mg$). Lungo l'asse x rimane solo l'attrito dinamico $ma_x = -A_d = -\mu_d R_n = -\mu_d mg$, che è responsabile di una decelerazione costante $a_x=-\mu_d g$ (moto uniformemente ritardato). **Studio della cinematica**: integrando l'accelerazione si ottiene la velocità $v(t) = v_o - \mu_d gt$ (dove v_o è la velocità iniziale).



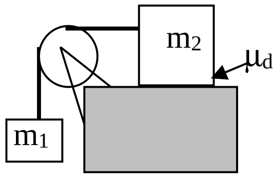
Integrando ulteriormente si ottiene lo spazio percorso $x(t) = v_o t - \mu_d g t^2/2$. L'istante di arresto si ottiene annullando la velocità $v(t^*)=v_o-\mu_d g t^*=0$ da cui $t^* = v_o/\mu_d g$; a quell'istante il pattinatore ha percorso lo spazio $s = x(t^*) = v_o^2/(2\mu_d g)$. Il valore di μ_d si ottiene invertendo l'espressione trovata $\mu_d = v_o^2/2gs = 0.043$.

4. Un blocco scivola lungo un piano liscio avente una inclinazione di θ=25°. Se il blocco parte da fermo dalla sommità e la lunghezza del piano inclinato è s=3m, trovare l'accelerazione del blocco e la sua velocità quando raggiunge il fondo. Ripetere l'esercizio supponendo che sul piano inclinato ci sia attrito (statico $\mu_s = 0.25$, dinamico $\mu_d = 0.20$).

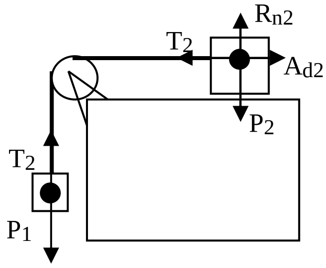


4. Studio della dinamica: in assenza di attrito le forze agenti sul blocco sono 2: la forza peso $P=mg$ diretta verticalmente e la reazione normale del piano inclinato R_n diretta lungo la normale n. Applicando il II principio e proiettando le forze sui due assi t ed n si ottiene $\begin{matrix}\hat{n} \\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n - P_n = ma_n = 0 \\ P_t = ma_t \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} R_n = P_n = mg\cos\alpha \\ a_t = g sin\alpha \end{matrix}$ dove la forza peso è stata decomposta secondo le sue proiezioni lungo gli assi t ($P_t=Psin\alpha$) ed n ($P_n=Pcos\alpha$). **Studio della cinematica**: l'accelerazione di caduta è $a_t = g sin\alpha$ =4.14 m/s^2 (moto unif. accelerato). Integrando la velocità vale $v(t) = a_t t$ (velocità iniziale nulla). Integrando lo spazio percorso è $s(t) = a_t t^2/2$. L'istante t^* al quale il blocco raggiunge la base del piano inclinato si ottiene imponendo $s(t^*)=a_t t^{*2}/2=s$ da cui $t^* = \sqrt{2s/a_t}$; allora il blocco raggiunge la velocità $v_{fin} = v(t^*) = a_t t^* = \sqrt{2sa_t} = \sqrt{2sg sin\alpha} = \sqrt{2gh}$ =4.98 m/s (h è l'altezza iniziale del blocco). La presenza dell'attrito modifica il sistema delle equazioni in $\begin{matrix}\hat{n} \\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n - P_n = 0 \\ P_t - A = ma_t \end{cases}$. Dalla prima si ricava $R_n=P_n=mgcos\alpha$, mentre dalla seconda si chiarisce la natura dell'attrito (statico o dinamico). **Ipotesi statica**: Supponiamo che il corpo sia in quiete ($a_t=0$). Il valore dell'attrito necessario per garantire questo stato è $A_s=P_t=mgsin\alpha$. L'ipotesi è corretta se l'attrito richiesto risulta inferiore a quello massimo disponibile $A=P_t=mgsin\alpha\leq\mu_s R_n=\mu_s mgcos\alpha$ da cui $tg(\alpha) \leq \mu_s$ che porta all'assurdo $tg(25°) = 0.466 \leq 0.25$. L'ipotesi statica non è soddisfatta. Il corpo si muove con una accelerazione $a_t = (P_t - A_d)/m$ dove l'attrito dinamico vale $A_d = \mu_d R_n = \mu_d mg\cos\alpha$. Combinando le due espressioni si ottiene una accelerazione costante di valore $a_t = g(sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)$=2.37 m/s^2 (moto uniformemente accelerato). Le espressioni della velocità generica $v(t)=a_t t$, dello spazio percorso $s(t)=a_t t^2/2$, dell'istante t^* di fine corsa $t^*=\sqrt{2s/a_t}$ e della velocità finale $v_{fin}=v(t^*)=a_t t^*=\sqrt{2sa_t}$ sono analoghe al caso senza attrito. L'unica differenza è nel valore inferiore di a_t che porta alla velocità finale $v_{fin}=\sqrt{2sg(\sin\alpha-\mu_d\cos\alpha)}=3.77$ *m/s.*

Forza di Attrito e Tensione della Fune



5. Un blocco di massa $m_1=9kg$ è legato tramite una fune ed una puleggia ad un blocco di massa $m_2=5kg$ posto su di un piano orizzontale (vedi figura). Il coefficiente di attrito dinamico fra il secondo blocco ed il piano orizzontale è $\mu_d=0.2$. Determinare la tensione della fune.



5. La prima massa è soggetta alla forza peso $P_1=m_1g$ e alla tensione della fune T che la sostiene parzialmente. Dal II principio si ottiene $m_1a=P_1-T$ dove a rappresenta l'accelerazione di caduta cui è soggetta la prima massa. Sulla seconda massa agiscono invece 4 forze: in verticale si equilibrano la forza peso $P_2=m_2g$ e la reazione normale del piano di appoggio $R_{n2}=P_2=m_2g$; in orizzontale la tensione della fune T è diretta lungo l'asse del moto ed è maggiore dell'attrito dinamico $A_{d2}=\mu_dR_{n2}=\mu_dm_2g$ che tende a contrastare il moto. Dal II principio si ottiene $m_2a=T-A_{d2}=T-\mu_dm_2g$ dove a è l'accelerazione orizzontale della seconda massa che deve coincidere con quella di caduta della prima massa (il sistema fune-masse viaggia alla stessa velocità). Dalla prima equazione dividendo per m_1 si trova $\boldsymbol{a=g-T/m_1}$ mentre dalla seconda dividendo per m_2 si ha $a=T/m_2-\mu_dg$ che eguagliate danno il valore della tensione $T=(1+\mu_d)\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}g=37.8N$.