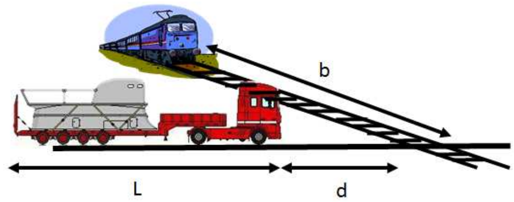
FISICA

A.A. 2015-2016
Ingegneria Gestionale
5°appello del 18 Gennaio 2017
Esame completo

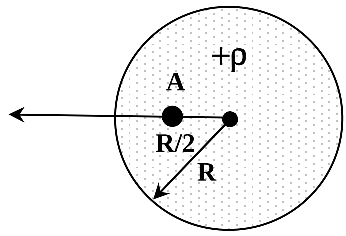
1. Ad un passaggio a livello non custodito il conducente di un tir, inizialmente fermo in attesa del passaggio del treno, decide di passare prima del treno prendendosi un grave rischio. Il conducente dopo aver visto il treno a 500 m dal punto di intersezione tra la linea ferrata e la strada, dopo 4 s lo vede a 350 m, e a quel punto, assumendo costante la velocità del treno, decide di partire di moto uniformemente accelerato con $a=1 m/s^2$ per almeno 15 s. Sapendo che il tir è lungo L=20 m e che la testa del tir si trova a d=10m prima dell'intersezione, determinare se il tir viene incidentato o se invece riesce a passare nella sua interezza indicando in questo caso a che distanza passa il treno dalla coda del tir.



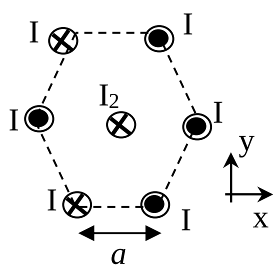
2. Un pendolo semplice di massa m=4kg e di lunghezza L=50cm viene lasciato libero di oscillare con un angolo di oscillazione massimo rispetto alla verticale $\theta_{max}=42°$. Conoscendo il valore massimo della tensione cui può essere sottoposto il filo $T_{max}=48$ N, determinare per quale valore dell'angolo di inclinazione il filo si spezza e determinare la velocità del pendolo .

3. Una tazza di the contiene 100 ml di acqua calda alla temperatura di 90°C. Per abbassare la temperatura rapidamente si inseriscono 2 cubetti di ghiaccio a 0°C ciascuno di 10 ml. A quel temperatura si porta il the? **Facoltativo:** Quanta altro the (alla temperatura originaria di 90°C) bisogna aggiungere per riportare la temperatura complessiva ad 80°C [densità dell'acqua $\delta_A=1000$ kg/m^3, densità del ghiaccio $\delta_G=920$ kg/m^3, calore specifico dell'acqua C=1kcal/kg °C, calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda=80$ kcal/kg]

4. Una carica q=2μC, di massa m=20g viene posizionata all'interno di una sfera di raggio R=70cm avente densità di carica volumetrica $\rho=k\cdot r$, nel punto A alla distanza R/2 dal centro della sfera. Assumendo che la carica q sia inizialmente ferma, determinarne, durante il suo moto di allontanamento, la velocità raggiunta quando esce dalla sfera [densità volumetrica della sfera $\rho=k\cdot r$ con $k=20 \mu C/m^4$].



5. Sei fili indefiniti paralleli percorsi dalla corrente I=2mA sono posti ai vertici di un esagono regolare di lato *a*=1mm come indicato in figura. Si calcoli l'intensità, la direzione ed il verso della forza per unità di lunghezza agente sul filo indefinito posto al centro dell'esagono percorso dalla corrente $I_2=3mA$.



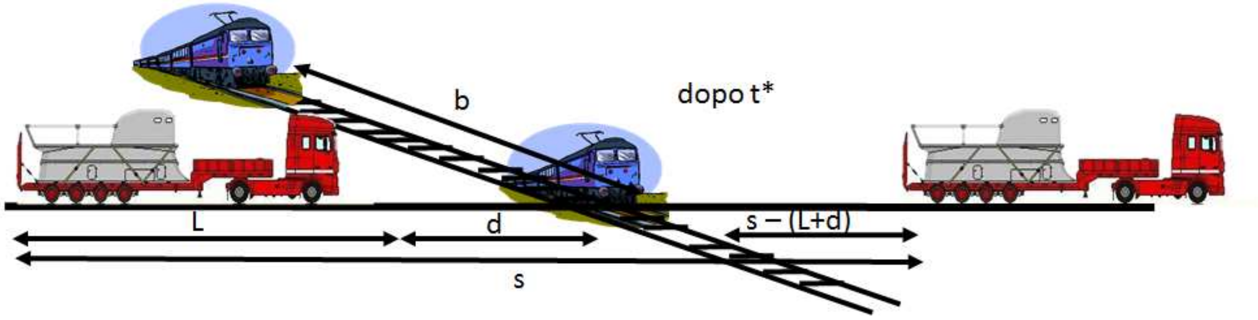
FISICA

A.A. 2015-2016
Ingegneria Gestionale
5°appello del 18 Gennaio 2017
Soluzioni

1. La valutazione della velocità (costante) del treno si ottiene misurando lo spazio percorso diviso il tempo impiegato a percorrelo: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{500-350}{4}\frac{m}{s} = 37.5\frac{m}{s}$

Viene azionato il cronometro quando il treno si trova alla distanza b=350m dalla intersezione. il treno muovendosi alla velocità di v=37.5 m/s per raggiungere l'intersezione impiega un tempo

$t^* = \frac{b}{v} = \frac{350}{37.5}\frac{m}{m/s} = 9.33s$

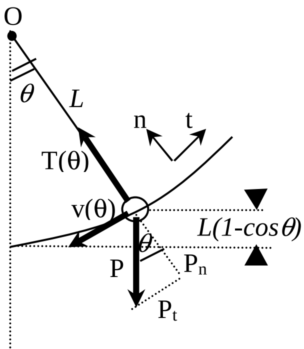


Circa il cinematismo del tir si decide di individuare come punto rappresentativo quello del paraurti posteriore. Se il paraurti posteriore, che dista inizialmente d+L=30m dall'intersezione, riesce a oltrepassare la linea ferrata entro il tempo t*=9.33 s, allora il tir non verrà danneggiato dal treno. Quando sopraggiunge il treno (t*=9.33s) lo spazio percorso dal paraurti posteriore è $s = \frac{1}{2}a\cdot(t^*)^2 = \frac{1}{2}\left(1\frac{m}{s^2}\right)(9.33s)^2 = 43.56m$ che è fortunatamente superiore alla distanza richiesta d+L=30m, con un margine di 13.56 m che rappresenta la distanza minima cui transita il treno dalla coda del tir.

2. Calcolo della tensione del filo

Scomponendo le forze lungo gli assi n,t quando il pendolo è inclinato di un angolo generico θ

$$\begin{matrix} \hat{n} \\ \hat{t} \end{matrix}\begin{cases} T - P_n = ma_n = m\frac{v^2}{L} \\ -P_t = ma_t = m\frac{d^2 s}{dt^2} \end{cases}$$ dove $P_n = mg\cos\theta$, $P_t = mg\sin\theta$



Da cui la **tensione del filo** è $T(\theta) = mg\cos\theta + mv(\theta)^2/L$
è quindi legata all'inclinazione ma anche alla velocità del pendolo.

Calcolo della velocità v(θ) e della tensione del filo T(θ)

Il pendolo si trova ad una quota h=L(1-cosθ) rispetto al livello di riferimento. L'energia potenziale $U_1 = mgL(1-\cos\theta)$, e l'energia cinetica $T_1 = mv^2/2$ contribuiscono all'energia meccanica complessiva $E_{m1} = mgL(1-\cos\theta) + mv^2/2$. Tale energia, costante durante tutta l'oscillazione, può essere determinata nel punto di massima oscillazione θ_{max} quando il pendolo si ferma per invertire il suo moto $E_m = mgL(1-\cos\theta_{max})$. Eguagliando i termini si trova

$v(\theta)=\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\theta_{\max})}$ e la tensione del filo $T(\theta)=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_{\max})$.

L'angolo al quale si registra la rottura del pendolo si ottiene quindi dall'equazione

$$T(\theta_{rot})=mg(3\cos\theta_{rot}-2\cos\theta_{\max})=T_A \quad \text{da cui } \theta_{rot}=\arccos\left(\frac{T_A}{3mg}+\frac{2}{3}\cos\theta_{\max}\right)=\mathbf{25°22'}$$

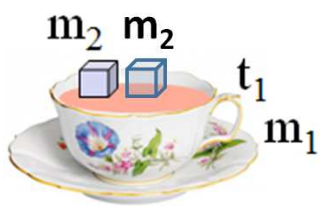
e la velocità è quindi $v(\theta_{rot})=\sqrt{2gL(\cos\theta_{rot}-\cos\theta_{\max})}=$ **1.25 m/s**

3. E' prima opportuno calcolare le masse di acqua e di ghiaccio in gioco: il quantitativo di the $m_1=\delta_A V_1=0.1$ kg, ed la massa di un cubetto di ghiaccio $m_2=\delta_G V_2=0.0092$ kg,
In condizioni di equilibrio termico il sistema raggiunge una comune temperatura t_f che si ottiene dal bilancio termico tra il the in tazza e i cubetti di ghiaccio aggiunti:

L'acqua nella tazza cede parte del suo calore secondo l'equazione

$$Q_1=m_1C(t_f-t_1)\le 0 \quad \text{(calore ceduto)}$$

I due cubetti di ghiaccio devono assorbire dapprima una quantità di calore latente solo per sciogliersi $2\cdot m_2\cdot q_f$ rimanendo alla temperatura di fusione 0°C, ed una seconda quantità di calore per portarsi ad alta temperatura finale $2m_2C(t_f-0)$
In sintesi il cubetto deve assorbire la seguente quantità di calore



$$Q_2=2m_2q_f+2m_2C(t_f)\ge 0 \quad \text{(calore assorbito)}$$

Se non esistono ulteriori scambi di energia con l'esterno la somma algebrica delle quantità di calore si deve annullare (bilanciamento termico)

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1C(t_f-t_1)+2m_2q_f+2m_2C(t_f)=0$$

$$\text{da cui } t_f=\frac{m_1Ct_1-2m_2q_f}{m_1C+2m_2C}=\frac{0.100\cdot 1\cdot 90-2\cdot 0.0092\cdot 80}{0.100+2\cdot 0.00092}\left(\frac{kcal\cdot °C}{kcal}\right)=\mathbf{63.58\ °C}$$

Facoltativo: per riportare il the alla temperatura finale di **80°C** è necessario aggiungere una massa m_3 di the caldo a 90°C che ceda $Q_3=m_3C(t_f-t_1)\le 0$ in modo che il bilancio sia

$$Q_1+Q_2+Q_3=0\Rightarrow (m_1+m_3)C(t_f-t_1)+2m_2q_f+2m_2C(t_f)=0$$

$$m_3=2m_2\frac{Ct_f+q_f}{C(t_1-t_f)}-m_1=2m_2\frac{80+80}{90-80}-m_1=\mathbf{0.194\ kg = 194\ ml}$$

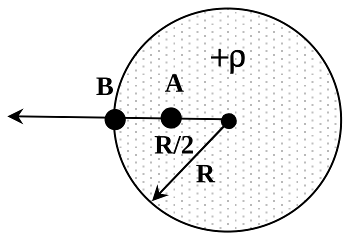
4. Viene applicata la conservazione dell'energia meccanica nei punti A, B da cui $qV_A+0=qV_B+K_B$ (ove si è imposta l'energia cinetica iniziale nulla K_A=0) . Da questa condizione si ottiene l'espressione della velocità nel punto B; $w_B=\sqrt{2q(V_A-V_B)/m}$

Calcolo del potenziale V nel punto di partenza A e di arrivo B

Applicando la legge di Gauss si ottiene il campo elettrico $\begin{cases} r < R & E_{\text{int}} = k\, r^2 / 4\varepsilon_o \\ r > R & E_{ext} = k\, R^4 / 4\varepsilon_o r^2 \end{cases}$

Scegliendo il riferimento all'infinito, la differenza di potenziale fra i punti A e B si calcola come

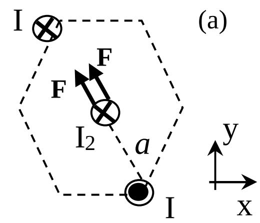
$$V_A - V_B = \int_{R/2}^{R} E_{\text{int}}\, dr = \frac{k}{4\varepsilon_o} \int_{R/2}^{R} r^2 dr = \frac{k}{4\varepsilon_o} \left[\frac{r^3}{3} \right]_{R/2}^{R} = \frac{7}{96} \frac{kR^3}{\varepsilon_o}$$



da cui la velocità raggiunta in B vale

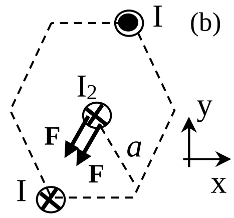
$w_B = \sqrt{7qkR^3 / 48m\varepsilon_o}$ **= 3.36 m/s**

5. Calcolo delle forze agenti



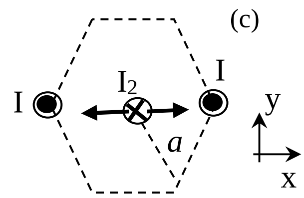
Le forze per unità di lunghezza agenti sul filo centrale causate da ciascun filo posto sull'esagono hanno intensità comune

$\frac{F}{L} = \frac{\mu_o I \cdot I_2}{2\pi a} =$ **1.2*10^-9 N/m**



con direzione lungo la congiungente i fili

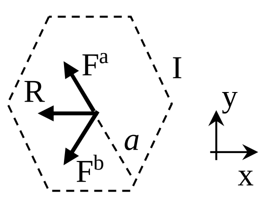
Nel caso mostrato in figura (a), dove sono raffigurati solo i fili ai vertici opposti dell'esagono, le forze si sommano $F^{(a)} = 2F$



Anche nel caso mostrato in figura (b) le forze si sommano $F^{(b)} = 2F$

Viceversa le forze si annullano nel caso dei fili mostrati in figura (c).

La risultante delle forze giace quindi sull'asse x (in senso opposto) ed è di intensità



$\frac{R}{L} = \frac{F^{(a)}}{L} \cos(\pi/3) + \frac{F^{(b)}}{L} \cos(\pi/3) = 2\frac{F}{L} =$ **2.4*10^-9 N/m**