FISICA

A.A. 2025-2026
Ingegneria Gestionale
6° prova del 25 marzo 2026

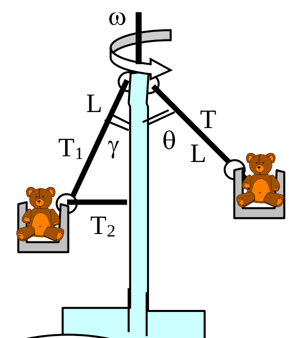
Lo studente descriva il procedimento e la soluzione degli esercizi proposti inviandoli all'indirizzo corsofisicagestionalesapienza@gmail.com entro martedì 31 Marzo.

1. Un auto viaggia alla velocità di 120 km/h ed affronta una curva di raggio di curvatura R=100 m ed inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo θ=10°. Determinare quale debba essere il valore minimo del coefficiente di attrito statico fra piano stradale e pneumatici affinché l'auto non sbandi.

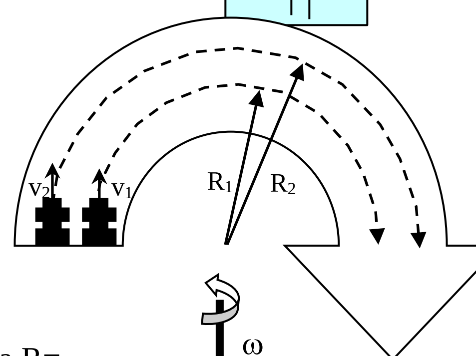
2. Un treno corre in curva a 130 km/h ed un pendolo semplice, che a terra oscillerebbe con un periodo T_o=1s, finisce per oscillare dentro il treno 121 volte in 2 minuti. Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria circolare descritta dal treno. (si trascuri la forza di Coriolis)

3. Se il giorno sulla terra durasse solo 1 ora quale sarebbe il valore dell'accelerazione di gravità all'equatore? [massa della Terra M_T=5.97 10^{24} kg, raggio terrestre R_T=6300 km, G=6.67 10^{-11} Nm^2kg^{-2}]

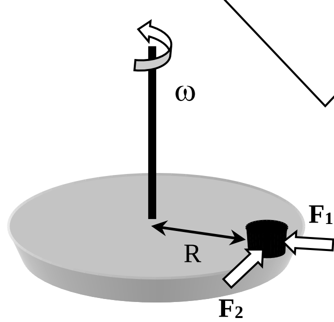
4. Un dispositivo "*rotor*" di un luna park è costituito da un cilindro cavo di raggio R=4 m. Un uomo viene appoggiato alla parete laterale del cilindro che viene successivamente posto in rotazione intorno al proprio asse con velocità angolare ω. Conoscendo il coefficiente di attrito statico fra l'uomo e la parete (μ=0.4), determinare la minima velocità angolare da imprimere al *rotor* in grado di garantire l'equilibrio ossia la perfetta adesione dell'uomo alla parete anche quando viene tolta la piattaforma sulla quale l'uomo poggiava inizialmente i piedi.



5. Una giostra ruota uniformemente intorno ad un asse verticale compiendo 1 giro in 5 secondi. Un piccolo animale di massa m=10 kg è seduto su di un seggiolino vincolato all'albero rotante per il tramite di una fune di massa trascurabile e di lunghezza L=10 m. Calcolare l'angolo di inclinazione della fune θ (rispetto alla verticale) e la relativa tensione T. **Facoltativo (2):** ripetere l'esercizio ipotizzando che il seggiolino sia vincolato per il tramite di due funi: la prima sempre di lunghezza L inclinata di un angolo γ=30° rispetto alla verticale, la seconda di lunghezza L/2 disposta orizzontalmente come in figura. Calcolare le tensioni delle due funi, rispettivamente T_1, T_2



6. Due automobili da corsa arrivano affiancate prima di una curva semicircolare, che entrambe percorrono a velocità costante lungo due traiettorie di raggio rispettivamente R_1=200m, R_2=220m. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra ruote ed asfalto vale μ_s=0.75 per entrambe le auto, si calcoli la massima velocità con cui ognuna delle macchine può percorrere la curva senza slittare e si determini quale automobile, in queste condizioni, arrivi prima al termine della curva e con quanto anticipo.



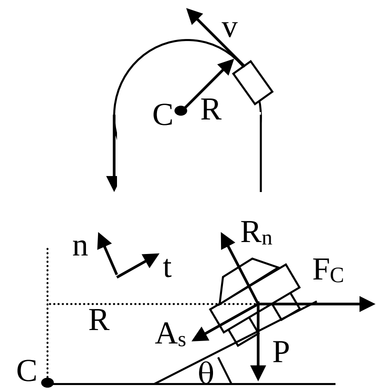
7. Una moneta di massa m=10g è collocata su un disco rotante ad una distanza R= 15 cm dall'asse. I coefficienti di attrito tra la moneta ed il disco sono 0.7 (statico) e 0.6 (dinamico). Determinare la velocità angolare massima consentita affinché la moneta non slitti sul disco. Determinare la nuova massima velocità angolare nel caso la monetina venisse sottoposta ad una forza costante F_1=0.1 N diretta lungo il raggio. **Facoltativo**: determinare la massima velocità angolare nel caso la monetina venisse sottoposta ad una forza costante F_2=0.03 N diretta tangenzialmente al bordo del disco.

FISICA

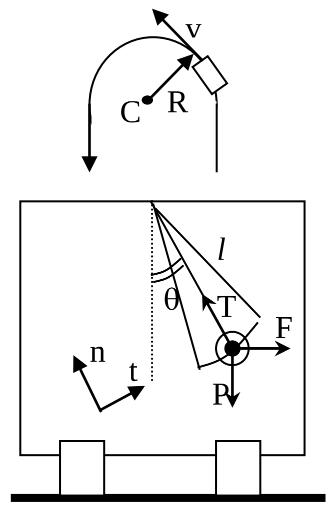
A.A. 2025-2026

Ingegneria Gestionale

Soluzioni della 6° prova



1. Nel sistema di riferimento non inerziale solidale al guidatore, la macchina è soggetta a *4* forze: la forza peso $P=mg$ diretta lungo la verticale, la reazione normale R_n lungo la normale n, la forza centrifuga $F_c=mv^2/R$ lungo la radiale, la forza di attrito statico A_s lungo l'asse tangenziale t. Nel sistema solidale al guidatore l'auto è ferma e le 4 forze si equilibrano $\vec{P}+\vec{F}_c+\vec{R}_n+\vec{A}_s=0$. Proiettando l'equazione lungo gli assi n,t otteniamo: imponendo l'equilibrio lungo n si ottiene il valore di $R_n = P\cos\theta + F_c \sin\theta$, mentre lungo t si ottiene l'attrito richiesto $A_s = F_c\cos\theta - P\sin\theta$. A posteriori imponiamo che l'attrito richiesto sia inferiore a quello massimo $A_s \le A_{\max} = \mu_s R_n$ da cui
$\mu_s \ge A_s/R_n = (F_c\cos\theta - P\sin\theta)/(F_c\sin\theta + P\cos\theta) = (v^2/R - gtg\theta)/(v^2 tg\theta/R + g)$ ossia $\mu_\sigma \ge 0.8$
valore molto elevato! Se la curva fosse stata inclinata di 30° il valore sarebbe stato $\mu_s \ge 0.336$



2. Nel sistema di riferimento non inerziale solidale al treno, il pendolo è soggetto a 3 forze: la forza peso $P=mg$ diretta lungo la verticale, la tensione del filo T lungo la normale n, la forza centrifuga $F_c=mv^2/R$ lungo l'orizzontale. Queste forze si equilibrano $\vec{P}+\vec{F}_c+\vec{T}=0$ per un determinato angolo θ_{eq}. Il valore di θ_{eq} si ricava proiettando le forze lungo l'asse tangenziale t ($F_c\cos\theta - P\sin\theta = ma_t$) ed imponendo per la statica $a_t=0$ da cui $tg\theta_{eq} = F_c/P = v^2/gR$. Nel caso dinamico invece $a_t = l\cdot d^2\theta/dt^2$ e l'equazione per la dinamica può scriversi come segue

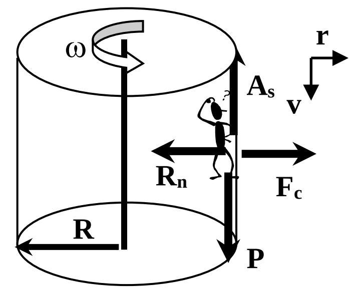
$$P\left(\frac{F_c}{P}\cos\theta - \sin\theta\right) = P\left(\frac{\sin\theta_{eq}}{\cos\theta_{eq}}\cos\theta - \sin\theta\right) = -\frac{mg}{\cos\theta_{eq}}\sin(\theta-\theta_{eq}) = ml\, d^2\theta/dt^2$$

Introducendo l'angolo differenza $\tilde{\theta} = \theta - \theta_{eq}$, per cui $d^2\tilde{\theta}/dt^2 = d^2\theta/dt^2$,
possiamo ritrovare l'equazione differenziale del pendolo in $\tilde{\theta}$ che per piccole oscillazioni $\sin\tilde{\theta} \cong \tilde{\theta}$, si riscrive $d^2\tilde{\theta}/dt^2 + \left(\frac{g}{l\cos\theta_{eq}}\right)\tilde{\theta}$, che dà luogo ad oscillazioni con periodo $\tilde{T} = 2\pi\sqrt{l\cos\theta_{eq}/g} = T_o\sqrt{\cos\theta_{eq}} = T_o\Big/\sqrt[4]{1+tg^2\theta_{eq}}$ dove sono dati $T_o=1s$ e $\tilde{T}=0.992s$ ossia i periodi rispettivamente senza e con forza centrifuga. Invertendo l'ultima relazione si ottiene $tg\theta_{eq} = \sqrt{(T/\tilde{T})^4 - 1}$ da cui si ottiene $R = v^2/(g\cdot tg\theta_{eq}) = v^2\Big/\left(g\cdot\sqrt{(T/\tilde{T})^4-1}\right) = 724$ m.

3. All'equatore la forza di attrazione gravitazionale $F_G = GM_T m/R_T^2$ viene contrastata dalla forza centrifuga $F_c=m\omega^2R_T$. La risultante F_G-F_c dà luogo all'accelerazione di gravità avvertita all'equatore $g' = GM_T/R_T^2 - \omega^2 R_T \cong 9.78$ m/s^2 diretta verso il centro della Terra (essendo $\omega = 2\pi/86400$ rad/s, ed R_T=6370 km). Se il giorno durasse solo 1 ora la velocità angolare avrebbe un valore molto più alto

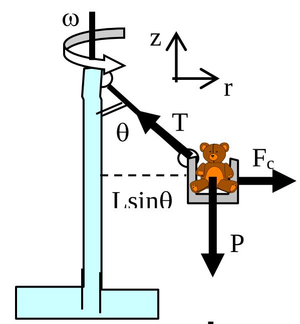
$\omega = 2\pi/3600$ rad/s ed il conseguente valore dell'accelerazione di gravità sarebbe g'= 9.59 m/s^2 ma diretta verso l'esterno!!!

4. Quando il dispositivo *Rotor* è posto in rotazione a velocità angolare ω, il sistema solidale all'uomo appoggiato alla parete è non inerziale. Le forze che agiscono sull'uomo sono le seguenti: lungo l'asse radiale r la forza centrifuga $F_c = m\omega^2 R$ che tende a schiacciare l'uomo sulla parete e la reazione della parete R_n a controbilanciare; lungo la verticale v la forza peso P diretta verso il basso, l'attrito statico A_s fornito dalla parete a contrastare il peso e la reazione del pavimento che però viene tolta dopo breve tempo.



L'uomo si trova in equilibrio se $\begin{matrix}\hat{r} \\ \hat{v}\end{matrix}\begin{cases} F_c - R_n = 0 \\ P - A_s = 0 \end{cases}$ da cui si ricava il valore $R_n = F_c = m\omega^2 R$.

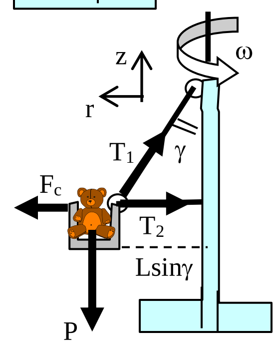
Dalla seconda si ricava invece l'attrito richiesto per impedire il moto $A_s = P = mg$ che deve essere inferiore o al limite uguale a quello massimo consentito $A_s = P = mg \le A_{\max} = \mu_s R_n = \mu_s m\omega^2 R$. Da questa disequazione si ricava facilmente $\omega \ge \sqrt{g/\mu_s R}$ =2.47 rad/s.



5. Applicando il 2° principio della dinamica e proiettando le forze lungo gli assi r,z

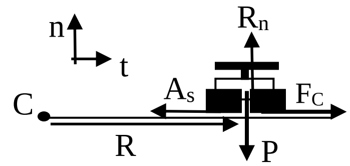
$$\begin{matrix} r) \\ z) \end{matrix}\begin{cases} F_c - T\sin\theta = 0 \\ T\cos\theta - P = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T\sin\theta = F_c = m\omega^2 L\sin\theta \\ T\cos\theta = mg \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T = m\omega^2 L = 158 \quad N \\ \theta = \arccos\left(g/\omega^2 L\right) = 51°38' \end{cases}$$

Facoltativo:
riapplicando il 2° principio della dinamica e proiettando le forze lungo gli assi r,z



$$\begin{matrix} r) \\ z) \end{matrix}\begin{cases} F_c - T_1\sin\gamma - T_2 = 0 \\ \quad T_1\cos\gamma - P = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_2 = F_c - T_1\sin\gamma = \left(\omega^2 L - g/\cos\gamma\right)m\sin\gamma = 22.4 \quad N \\ T_1 = mg/\cos\gamma = 113 \quad N \end{cases}$$

6. Nel sistema di riferimento non inerziale solidale al guidatore, ciascuna vettura è soggetta a *4* forze che si equilibrano: la forza peso $P=mg$ diretta lungo la verticale, la reazione normale R_n lungo la normale n, la forza centrifuga $F_c=mv^2/R$ lungo la radiale, la forza di attrito statico A_s lungo l'asse tangenziale t. Proiettando lungo gli assi n,t otteniamo:



$$\begin{matrix}\hat{n}\\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n - P = 0 \\ F_c - A_s = 0 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{matrix}\hat{n}\\ \hat{t}\end{matrix}\begin{cases} R_n = mg \\ A_s = mv^2/R \le \mu_s R_n = \mu_s mg \end{cases}$$

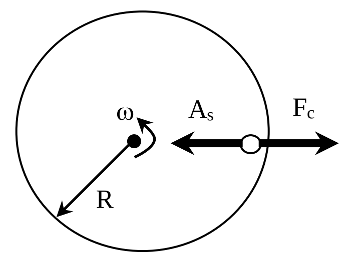
da cui si ricavano l'espressione della massima velocità con cui impostare la curva $v_{\max} = \sqrt{\mu_s g R}$

ed il tempo minimo necessario per percorrere metà circonferenza a tale velocità $t = \dfrac{\pi R}{v_{\max}} = \pi\sqrt{\dfrac{R}{\mu_s g}}$

Dall'espressione ottenuta tale tempo cresce con il raggio di curvatura della traiettoria circolare. L'autovettura che arriva per prima è quindi la n.1 che descrive la circonferenza di raggio minore R_1.

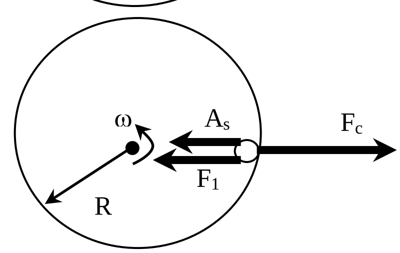
L'anticipo della autovettura n.1 rispetto alla n.2 è quindi $\Delta t = t_2 - t_1 = \dfrac{\pi}{\sqrt{\mu_s g}}\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right) = \mathbf{0.8\ s}$.

Le due velocità massime sono infine $\mathbf{v_{max1}=38.3\ m/s}$, $\mathbf{v_{max2}=40.2\ m/s}$



7. Nel primo caso la moneta rimane fissa sul disco sin quando la forza centrifuga viene esattamente controbilanciata dall'attrito statico

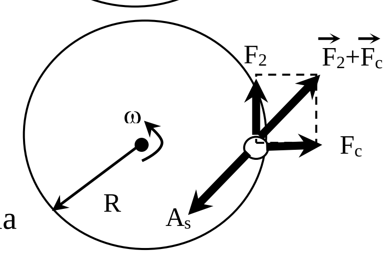
$$F_c = m\omega^2 R = A_s \le A_{\max} = \mu_s mg \quad \text{da cui} \quad \omega \le \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu_s g}{R}} = \mathbf{6.76\ rad/s}$$



Nel secondo caso compare anche la forza F_1 nel verso dell'attrito.
La forza centrifuga può quindi essere molto maggiore

$$F_c = m\omega^2 R = A_s + F_1 \le \mu_s mg + F_1 \quad \text{da cui}$$

$$\omega \le \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu_s mg + F_1}{mR}} = \mathbf{10.6\ rad/s}$$



Facoltativo: in questo caso le forze non sono più collineari. Imponendo la condizione di equilibrio, si trova una relazione fra i moduli quadri delle forze

$$A_s^2 = F_c^2 + F_2^2 \le A_{\max}^2 \quad \text{da cui} \quad F_c \le \sqrt{A_{\max}^2 - F_2^2} \quad \text{da cui} \quad \omega \le \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{(\mu_s mg)^2 - F_2^2}}{mR}} = \mathbf{6.41\ rad/s}$$