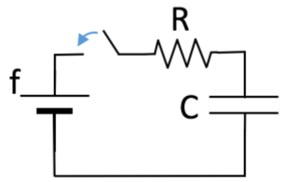
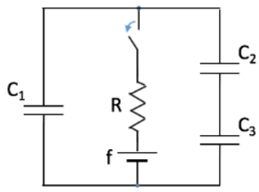
7° ESERCITAZIONE – venerdì 13 novembre 2020

7.1) Calcolare l'energia immagazzinata nella capacità nell'istante in cui si uguagliano, dopo la chiusura dell'interruttore, le differenze di potenziale ai capi di R e di C. La capacità è inizialmente scarica.
Dati: $C = 0{,}8\ \mu F$, $R = 50\ \Omega$, $f = 100\ V$
>>> soluzione: 1 mJ

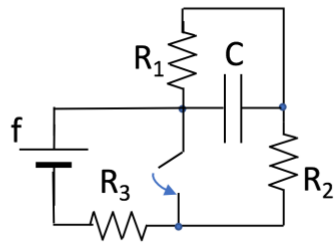


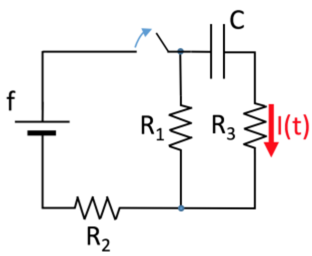
7.2) I tre condensatori del circuito in figura, costituiti da armature piane parallele della stessa superficie poste nel vuoto alla stessa distanza, hanno capacità C = 1 nF.



Quando il sistema è in equilibrio viene aperto l'interruttore. Raggiunta la nuova condizione di equilibrio il condensatore C_2 viene riempito completamente di isolante ($\varepsilon_r = 4$).
Calcolare l'energia elettrostatica finale [$R = 100\ \Omega$; $f = 40\ V$].
>>> soluzione: 1 μJ

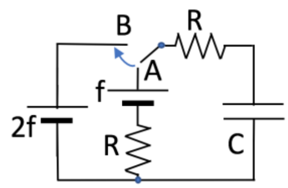
7.3) Il circuito in figura è in condizioni stazionarie quando, all'istante t= 0, viene chiuso l'interruttore. Determinare l'espressione della differenza di potenziale $\Delta V_C(t)$ ai capi del condensatore.
Dati: $R_1 = R$; $R_2 = 2R$; $R_3 = 3R$ con $R = 100\ \Omega$; $f = 12\ V$; $C = 30\ nF$.
Si suggerisce di disegnare il circuito nelle condizioni stazionarie iniziale e finale.
>>> soluzione: $V_c(t) = (2\ V)\ e^{-t/2\mu s}$

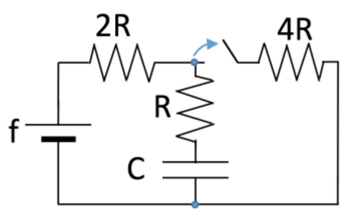




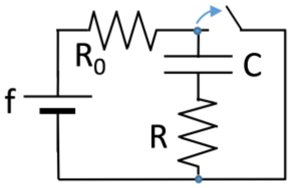
7.4) Il circuito in figura è a regime quando, all'istante t = 0, l'interruttore viene aperto. Ricavare l'andamento I(t) della corrente che scorre in R_3 per t > 0
>>> soluzione: $-f\ R_1/[(R_1+R_2)(R_1+R_3)]\ e^{-t/(R1+R3)C}$

7.5) Il circuito in figura è a regime col deviatore in posizione A. All'istante t = 0 commuta nella posizione B. Determinare l'espressione della differenza di potenziale $V_c(t)$ ai capi del condensatore per t > 0.
>>> soluzione: $V_C(t) = 2f - f\ e^{-t/RC}$



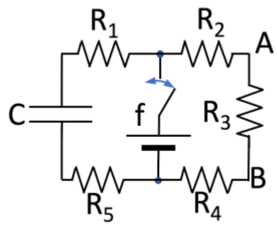


7.6) Il circuito in figura è a regime quando, all'istante t = 0, viene aperto l'interruttore. Determinare l'espressione della carica del condensatore in funzione del tempo
>>> soluzione: $Q(t) = fC\ [1-1/3\ e^{-t/3RC}]$

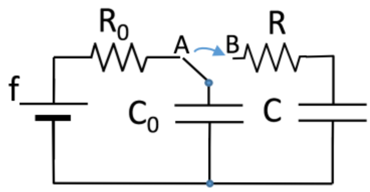


7.7) Il circuito in figura ($R_0 = R = 1$ kΩ) è a regime quando, all'istante $t = 0$, l'interruttore viene aperto. Calcolare dopo quanto tempo la tensione ai capi della resistenza R è uguale alla tensione ai capi del condensatore $C = 5$ nF.
>>> soluzione: 4 μs

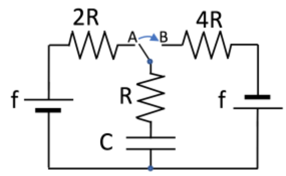
7.8) Nel circuito in figura i valori delle resistenze sono uguali a R. Determinare l'andamento temporale della differenza di potenziale $\Delta V_{R3}(t) = V_A - V_B$ a partire dall'istante in cui:
a) l'interruttore inizialmente aperto viene chiuso
b) l'interruttore inizialmente chiuso viene aperto
>>> soluzione: f/3; $f/5\ e^{-t/(5RC)}$



7.9) Nel circuito in figura $f = 10$ V, $C_0 = 20$ μF, $C = 30$ μF, $R_0 = 1$ Ω, $R = 100$ kΩ.
I due condensatori sono inizialmente scarichi.
Il deviatore viene prima posto per $\Delta t = 1$ s nella posizione A e poi viene spostato definitivamente in B.
Determinare la massima energia che può essere dissipata in R.
{suggerimento: confrontare Δt con la costante di tempo nella configurazione A}
>>> soluzione: 0,6 mJ



7.10) Il circuito in figura è in condizioni stazionarie con il deviatore nella posizione A. Determinare l'andamento della corrente nel condensatore a partire dall'istante in cui il deviatore commuta nella posizione B.
>>> soluzione: $I(t) = 2f/5R\ e^{-t/5RC}$



SUGGERIMENTI

7.1) $U = \frac{1}{2} C (f/2)^2$

7.2) $U = 5/8\ Cf^2$

7.3) $\Delta V_C(t) = \Delta V(0)\ e^{-t/\tau}$ con $\Delta V(0) = f\ R_1/(R_1+R_2+R_3)$ e $\tau = (R_1\ R_2)/(R_1+R_2)\ C$

7.4) per $t < 0$ la corrente non scorre nel ramo con C e R_3

7.5) $\Delta V_C(0-) = f$; $\Delta V_C(\infty) = 2f$; per $t \geq 0$ si ha $2f - RI(t) - \Delta V_C(t) = 0 \rightarrow 2f - RI_0 - \Delta V_C(0) = 0 \rightarrow I(t) = f/R\ e^{-t/RC}$

7.6) $\Delta V_C(0^-) = f\ 4R/(2R+4R) = 2/3\ f \rightarrow Q(0^+) = 2/3\ fC$; per $t > 0$: $f - 3RI - Q/C = 0 \rightarrow 3R\ dQ/dt + Q/C = f$

7.7) $(R+R_0)C \ln[(2R+R_0)/(R+R_0)]$

7.8) a) $\Delta V_{R3}(t) = fR_3/(R_2+R_3+R_4)$; b) $R_s = R_1+R_2+R_3+R_4+R_5$; $\Delta V_{R3}(t) = fR_3/R_s\ e^{-t/(R_sC)}$

7.9) $L = U_i - U_f = \frac{1}{2}[CC_0/(C_0+C)]f^2]$

7.10) $\Delta V_C(0-) = f$; $\Delta V_C(\infty) = -f$; per $t \geq 0$ si ha $\Delta V_C(t) - 5RI(t) + f = 0 \rightarrow \Delta V_C(0) - 5RI_0 + f = 0$ e $I(t) = I_0\ e^{-t/5RC}$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

7.1) $V_R(t) = R\,I(t) = f\,e^{-t/\tau}$; $V_C(t) = f(1-e^{-t/\tau})$; $f\,e^{-t^*/\tau} = f(1-e^{-t^*/\tau}) \rightarrow t^* = RC \ln 2$

7.2) prima: $C_{tot} = 3/2\,C \rightarrow Q = 3/2\,Cf$; dopo: $C'_{tot} = 9/5\,C$; $Q' = 3/2\,Cf \rightarrow U = ½\,Q'^2/C'_{tot}$

7.3) Per $t < 0$ la corrente erogata dal generatore fluisce nella serie $R_1 + R_2 + R_3 = 6R$. Per $t > 0$ il condensatore si scarica sul parallelo $R_1//R_2$

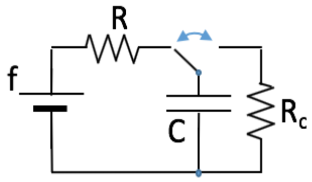
7.5) il valore asintotico viene raggiunto a partire da un valore iniziale non nullo

7.7) $Q(0)=0$; $Q(t)= Cf(1-e^{-t/\tau})$; $I(t)=f/(R+R_0)\,e^{-t/[(R+R0)C]} \rightarrow \Delta V_C(t^*) = f(1-e^{-t^*/\tau}) = \Delta V_R(t^*) = f\,R/(R+R_0)\,e^{-t^*/\tau}$

7.8) a interruttore chiuso, indipendentemente dalla corrente che scorre nella maglia di sinistra, alla serie $R_2+R_3+R_4$ è applicata la tensione f. Nella maglia di sinistra, una volta arrivati all'equilibrio, non scorre corrente e quindi $\Delta V_c = f$. Aprendo l'interruttore C si scarica sulla serie delle 5 resistenze

7.9) $Q_i= C_0\,f$; $U_i = ½\,Q_i^2/C_0$; $Q_f = Q_i = C_0 f$; $U_f = ½\,Q_f^2/(C_0+C)$; $L = U_i-U_f = ½\,(C_0 f)^2[(1/C_0)-1/(C_0+C)]$. All'equilibrio la carica iniziale di C_0 si è ripartita nel parallelo C_0+C. La differenza fra U_i e U_f viene dissipata in R; la massima dissipazione si ha quando non circola più corrente.

7.10) il valore asintotico viene raggiunto a partire da un valore iniziale non nullo



7.12) Gli elementi essenziali della sezione analogica del circuito di un pacemaker sono riportati nello schema in figura. Un sistema di controllo agisce sul deviatore in base alla necessità di stimolare con una scarica di 25 μJ il muscolo cardiaco che presenta una resistenza Rc = 500 Ω.

Determinare nell'ordine:

- la costante di tempo del circuito di scarica supponendo che la corrente di scarica scenda in 3 ms al 5% del suo valore iniziale
- il valore della capacità
- l'energia accumulata nel condensatore
- la differenza di potenziale alla quale deve essere caricato il condensatore
- la corrente massima di scarica
- l'ordine di grandezza del massimo valore della resistenza R che consenta di ricaricare in condensatore abbastanza rapidamente per consentire il funzionamento a 60 bpm (battiti per minuto)
- l'energia erogata dalla batteria per ogni stimolo
- la carica che la batteria deve essere in grado di erogare in 7 anni di uso a 60 bpm

>>> soluzione: τ = 1 ms; C = 2 μF; 25μJ; f = 5 V; 10 mA; R << 500 kΩ; 50 μJ; 2,2 kC = 610 mAh