



FISICA

A.A. 2025-2026

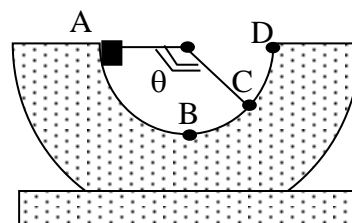
Ingegneria Gestionale

7° prova del 3 Aprile 2026

Lo studente descriva il procedimento e la soluzione degli esercizi proposti. Gli elaborati verranno ritirati Venerdì 10 Aprile e saranno valutati ai fini del superamento dell'esame finale.

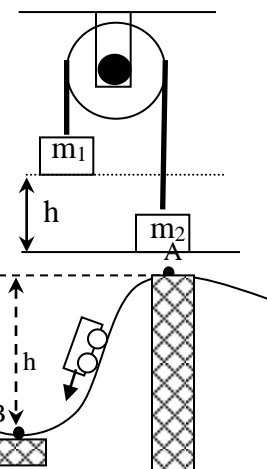
1. Determinare la velocità massima alla quale può viaggiare su una strada orizzontale una automobile che, a pieno carico, ha una massa $M=1100\text{ kg}$, ed il cui motore trasmette alle ruote una potenza di $W=50\text{ kW}$, sapendo che su di essa agisce una forza frenante dovuta ad attriti e resistenza del mezzo descritta da $\vec{R} = -b\vec{v}$, con $b=40\text{ kg/s}$. Determinare la velocità massima nel caso che la strada sia in salita con una pendenza del 10%.
2. Ad un oscillatore libero la cui ampiezza di oscillazione è $A_0=6\text{ cm}$ viene conferito, quando l'oscillatore raggiunge la sua massima elongazione, un impulso istantaneo $I=1\text{ Ns}$. Determinare i livelli di energia meccanica prima e dopo l'impulso, e la nuova ampiezza di oscillazione A_1 . (Dati: massa dell'oscillatore $m=10\text{ kg}$, costante elastica $k=50\text{ N/m}$).
3. Un pendolo semplice di massa $m=3\text{ kg}$, è fatto oscillare con ampiezza via via crescente. Conoscendo il valore massimo della tensione cui può essere sottoposto il filo $T_{\max}=60\text{ N}$, determinare l'intervallo di angoli di inclinazione massima ammessi che garantiscono l'integrità del filo.

4. Un punto materiale di massa $m=100\text{ g}$ viene lasciato cadere con velocità iniziale nulla dalla sommità di uno scivolo cilindrico liscio (punto A), il cui profilo è una semicirconferenza. Si calcoli la reazione normale di sostegno esercitata dal vincolo quando il punto materiale passa per i punti B, C, D identificati dall'angolo θ di valore rispettivamente 90° , 135° , 180° .



5. Un corpo di massa $m=5\text{ Kg}$ scivola lungo un piano avente coefficiente di attrito $\mu_d=0.20$ ed inclinato di un angolo $\alpha=30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il corpo possiede inizialmente una velocità $v_0=1\text{ m/s}$ diretta lungo la linea di massima pendenza. Dopo aver percorso $L=1\text{ m}$ lungo il piano, il corpo incontra l'estremo libero di una molla di costante elastica $k=5 \cdot 10^3\text{ N/m}$ che viene compressa nella direzione di v_0 . Calcolare la massima compressione Δd subita dalla molla.

6. Una massa $m_1=4\text{ kg}$ è appesa ad una estremità di una fune di massa trascurabile. All'altra estremità della fune è appesa una massa $m_2=3\text{ kg}$. Si determini la velocità finale della prima massa quando scende, partendo da ferma da una altezza di $h=2\text{ m}$.



7. In un Luna Park, un tratto di montagne russe ha la forma come in figura. Un carrello di massa $m=100\text{ kg}$ arriva in A con una velocità $v_A=20\text{ km/h}$ e scivola senza attrito (essendo vincolato alla rotaia) verso B che si trova ad un dislivello $h=8\text{ m}$ più in basso dove la rotaia ha un raggio di curvatura $\rho=10\text{ m}$. Determinare la forza cui è sottoposto il traliccio quando il carrello giunge in B.

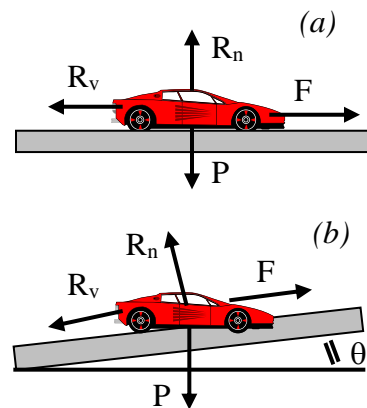


FISICA

A.A. 2025-2026

Ingegneria Gestionale
Soluzioni della 7° prova

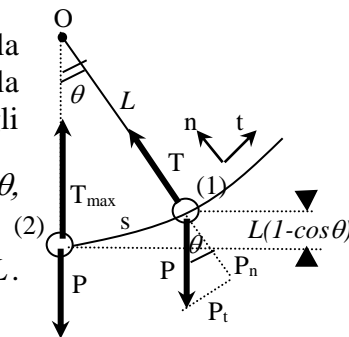
1. Nel caso (a) del moto in piano la forza motrice sviluppa una potenza $W=Fv$. Il valore della forza motrice è quindi $F=W/v$. Ad essa si oppone una forza resistente $R_v=bv$. A regime, quando la velocità tende ad assumere un valore costante, queste due forze diventano uguali e contrarie da cui si ricava il valore della velocità limite $v = \sqrt{W/b} = 35.4 \text{ m/s}$ (si noti come peso e reazione normale non intervengano nel problema). Quando invece l'auto si muove sul piano inclinato (b), sull'asse del moto oltre alla forza motrice



$F=W/v$ ed alla forza resistente $R_v=bv$, interviene anche la componente tangenziale della forza peso $Mg \sin\theta$ che ne ostacola il moto. A regime le tre forze si equilibrano per cui $W/v = bv + Mg \sin\theta$. Si trova così una equazione di secondo grado $v^2 + (Mg \sin\theta/b)v - W/b = 0$ che ha una sola soluzione accettabile $v = \sqrt{W/b + (Mg \sin\theta/2b)^2} - (Mg \sin\theta/2b)$. Sostituendo il valore di $\theta = \arctan(0.1) = 5^\circ 43'$ si ottiene il valore ridotto di velocità $v = 22.14 \text{ m/s}$.

2. Nel moto armonico semplice l'energia potenziale vale $U(x) = kx^2/2$ dove x è la distanza dal punto di equilibrio. Il valore di energia meccanica prima dell'impulso coincide con il massimo valore di energia potenziale $E_o = U(A) = kA_o^2/2 = 90 \text{ mJ}$, quando cioè l'oscillatore raggiunge la massima elongazione, si ferma ed inverte il suo moto. In quell'istante viene conferito l'impulso I che causa una variazione di quantità di moto $I = \Delta p = p_{fin} - p_{in} = p_{fin}$ (essendo nullo $p_{in}=0$) facendo acquistare alla massa una energia cinetica $T = mv_{fin}^2/2 = I^2/2m$ che sommata alla energia potenziale precedente porta ad un nuovo valore di energia meccanica maggiorato $E_1 = kA_1^2/2 + I^2/2m = 140 \text{ mJ}$. Il moto armonico corrispondente a questo nuovo valore di energia meccanica raggiungerà la massima elongazione A_1 quando il punto materiale invertirà il suo moto, raggiungendo un massimo della nuova energia potenziale $U(A_1) = kA_1^2/2$. Per la conservazione dell'energia meccanica $U(A_1) = E_1$ da cui $kA_1^2/2 = kA_o^2/2 + I^2/2m$ e conseguentemente $A_1 = \sqrt{A_o^2 + I^2/mk} = 7.5 \text{ cm}$.

3. La massa appesa al filo subisce due forze: la sua forza peso $P=mg$ lungo la verticale, e la tensione T diretta lungo il filo. Applicando il II principio alla massa nella generica posizione (1), dopo la consueta scomposizione secondo gli assi n, t si ottiene il sistema $\hat{n} \begin{cases} T - P_n = ma_n \\ -P_t = ma_t \end{cases}$ dove $P_n = mg \cos\theta$, $P_t = mg \sin\theta$, l'accelerazione tangenziale vale $a_t = d^2s/dt^2$, quella normale vale $a_n = v^2/L$. La tensione del filo si ricava dalla prima equazione da cui

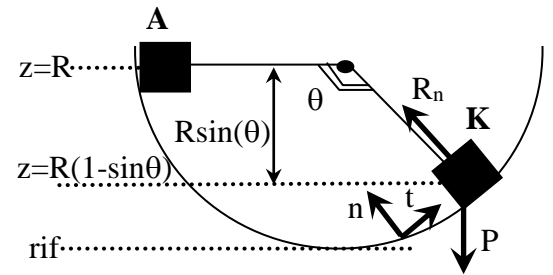


$T(\theta) = mg \cos \theta + mv^2/L$, dove è stata evidenziata la dipendenza della tensione dall'angolo θ . In particolare il punto critico per la rottura del pendolo è il punto (2) per $\theta=0$ in cui la tensione è massima perché sono simultaneamente massimi tutti e due gli addendi per cui $T_{\max} = T(\theta=0) = mg + mv_2^2/L$. Per calcolare T_{\max} occorre ora determinare la velocità massima v_2 che viene raggiunta nel punto (2). Per far questo non utilizziamo l'altra equazione sull'asse t , dalla quale si può derivare la legge oraria solo per piccoli angoli $\theta < 15^\circ$. Applichiamo invece il principio di conservazione dell'energia meccanica fra il punto (1) relativo alla massima oscillazione θ_{\max} ed il punto (2) relativo a $\theta=0$. L'energia meccanica nel punto (1) è esclusivamente potenziale e vale $E_{m1} = mgL(1 - \cos \theta_{\max})$, mentre nel punto (2) è esclusivamente cinetica valendo $E_{m2} = mv_2^2/2$. Applicando il principio di conservazione si determina $v_2^2 = 2gL(1 - \cos \theta_{\max})$, che sostituita nell'equazione della tensione massima fornisce il valore massimo di rottura $T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \theta_{\max})$, da cui ricaviamo l'angolo massimo $\theta_{\max} = \arccos\left(\frac{3mg - T_{\max}}{2mg}\right) = 61^\circ 20'$

4. In un punto generico **K** della sua traiettoria circolare, il corpo è soggetto solo alla forza peso P ed alla reazione normale R_n . Proiettando tali forze lungo la normale si ottiene

$$R_n - P \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = ma_n = m \frac{v^2}{R}$$

Il calcolo della velocità si effettua imponendo la conservazione dell'energia meccanica (in assenza di attrito) tra lo stato iniziale in **A** e lo stato generico in **K**.



$U_A + T_A = U_K + T_K$, dove assumendo $T_A=0$, ed il riferimento nel punto più basso della traiettoria

si ottiene $mgR = mgR(1 - \sin \theta) + mv^2/2$

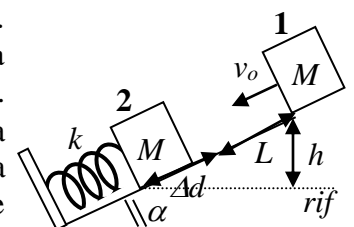
da cui la **velocità nel punto K** vale $v = \sqrt{2gR \sin \theta}$

e conseguentemente la **reazione normale nel punto K** vale $R_n - mg \sin \theta + 2mg \sin \theta = 3mg \sin \theta$

che può essere ora calcolata in **B,C,D**

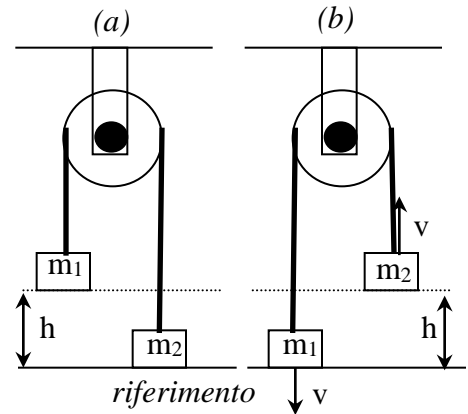
$$\begin{cases} R_n(B) = 3mg = 2.94N \\ R_n(C) = 3mg \sin(135^\circ) = 2.08N \\ R_n(D) = 0N \end{cases}$$

5. L'esercizio si può risolvere con considerazioni puramente energetiche. L'energia meccanica E_m è qui data dalla somma dell'energia potenziale della forza peso U_P , dall'energia potenziale della forza elastica U_{el} e dell'energia cinetica T . Nello stato finale 2 la molla raggiunge la compressione massima Δd , la massa raggiunge la quota minima di riferimento per l'energia potenziale ($U_P=0$), si ferma un istante ($T=0$) prima di invertire il moto. Nel punto 2 quindi il valore dell'energia meccanica è $E_{m2} = k\Delta d^2/2$. Nel punto 1 invece la molla



è ovviamente a riposo mentre la massa si trova ad una quota $h=(\Delta d+L)\sin\alpha$ rispetto al riferimento possedendo pertanto l'energia meccanica $E_{m1} = mv_o^2/2 + mg(\Delta d + L)\sin\alpha$. L'energia meccanica non si conserva tra lo stato iniziale 1 e finale 2, ma diminuisce a causa dell'attrito che compie un lavoro negativo $L_A = -A_d(\Delta d + L) = -\mu_d mg \cos\alpha(\Delta d + L)$. Imponendo quindi $L_A = E_{m2} - E_{m1}$ si ottiene $-\mu_d mg \cos\alpha(\Delta d + L) = k\Delta d^2/2 - mv_o^2/2 - mgsin\alpha(\Delta d + L)$ che ordinata in Δd dà luogo all'equazione $\Delta d^2 - [2mg \sin\alpha(1 - \mu_d/tg\alpha)/k]\Delta d - [(2mgsin\alpha(1 - \mu_d/tg\alpha)L + mv_o^2)/k] = 0$ di 2° grado che ha l'unica soluzione accettabile positiva $\Delta d=9.27$ cm.

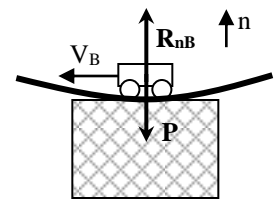
6. Nel sistema in esame si assume che gli attriti eventualmente presenti tra la puleggia e la fune non compiano lavoro. In questo caso l'energia meccanica del sistema fra lo stato iniziale (a) e quello finale (b) si conserva. Nello stato (a) entrambe le masse sono in quiete (assenza di energia cinetica); pertanto l'energia meccanica è data dalla sola energia potenziale della prima massa (calcolata rispetto al riferimento) $E_{ma}=U_{1a}=m_1gh$. Nello stato finale entrambe le masse si muovono alla velocità comune v , possedendo l'energia cinetica $T_b = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$; il sistema possiede anche l'energia potenziale della seconda massa



$U_b=m_2gh$ che è salita alla quota h . L'energia meccanica totale vale $E_{mb} = m_2gh + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$.

Eguagliando l'energia meccanica nei due stati si ricava il valore della velocità di traslazione del sistema $v = \sqrt{2gh \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}} = 2.37m/s$.

7. Nel punto B la rotaia può essere approssimata con un arco di circonferenza di raggio $\rho=10m$. Le forze cui è soggetto il carrello sono in quel punto la forza peso \mathbf{P} e la reazione normale \mathbf{R}_{nB} . Proiettando lungo la normale n interna alla traiettoria si ottiene



$$R_{nB} - P = ma_n = m \frac{v_B^2}{\rho} \quad \text{da cui} \quad R_{nB} = m \left(g + \frac{v_B^2}{\rho} \right)$$

La velocità nel punto B si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica tra i punti A e B come segue

$$T_B + U_B = T_A + U_A \quad \text{da cui} \quad \frac{1}{2} mV_B^2 = \frac{1}{2} mV_A^2 + mgh \quad \text{e quindi} \quad V_B^2 = V_A^2 + 2gh$$

Combinando espressioni si ottiene per la reazione normale fornita dal traliccio al carrello

$$R_{nB} = m \left[g \left(1 + \frac{2h}{\rho} \right) + \frac{V_A^2}{\rho} \right] = 2857 \text{ N}$$