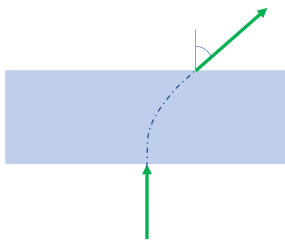
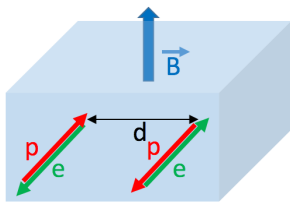
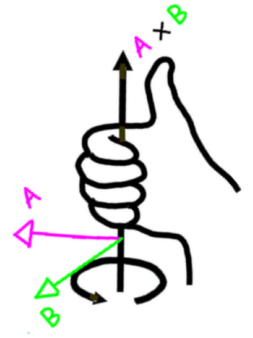


8° ESERCITAZIONE – venerdì 15 novembre 2019 (e altri esercizi, forse in anticipo)

FORZA DI LORENTZ



8.1) Un protone ($m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) entra perpendicolarmente con velocità pari a $c/10$ in una regione di spazio profonda $d = 10$ cm in cui incontra un campo magnetico uniforme $B = 1$ T perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita.
 >>> soluzione: $\arcsin 0,31 \rightarrow \theta = 18^\circ$



8.2) Un protone ($m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) e un elettrone ($m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg) entrano, viaggiando parallelamente a distanza $d = 10$ cm nel vuoto, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme $B = 0,6$ T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il rapporto fra le due velocità iniziali sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.
 >>> soluzione: $v_e/v_p = 1,8 \times 10^3$

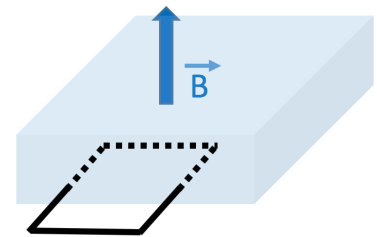
II LAPLACE

8.3) Una spira quadrata di lato L percorsa dalla corrente I può essere immersa in una regione in cui è presente un campo magnetico B uniforme perpendicolare alla spira.

a) La spira è interamente inserita nella zona con campo magnetico. Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

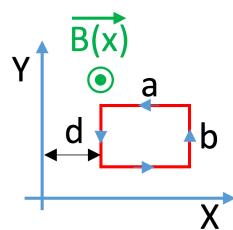
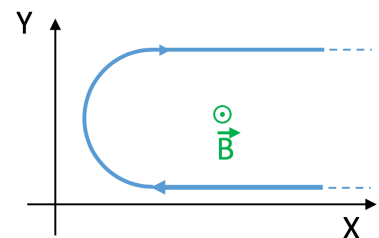
b) La stessa spira è inserita solo per metà nella zona con campo magnetico (vedi disegno). Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

>>> soluzione: 0; $2ILB$



8.4) Un filo rigido percorso dalla corrente I è piegato nel piano XY in modo da formare una semicirconferenza di raggio R e due tratti rettilinei molto lunghi. Il filo è immerso in un campo magnetico B uniforme perpendicolare al piano XY . Determinare direzione intensità e verso della forza agente sul conduttore.

>>> soluzione: $F_x = 2IBR$

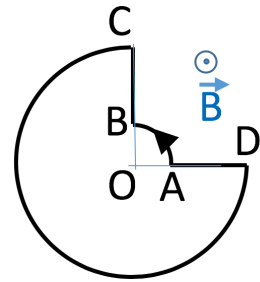


8.5) Una spira rettangolare di lati a e b è posta nel piano XY a distanza d dall'asse Y . La spira, percorsa dalla corrente I circolante in senso antiorario è immersa in un campo magnetico diretto lungo l'asse z con $B_z(x,y,z) = Kx$.

Ricavare modulo e verso delle forze che agiscono sui singoli tratti e in totale sulla spira

>>> soluzione: $F_x = IbK(a+d) - IbKd = IbKa$; $F_y = IaK(d+a/2) - IaK(d+a/2) = 0$

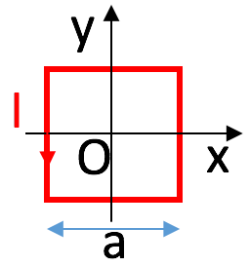
8.6) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi $R = 10 \text{ cm}$ e $3R$ raccordati da due tratti radiali lunghi $2R$ fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità $I = 10 \text{ A}$ ed è immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0,1 \text{ T}$ perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla.



>>> soluzione: $F_{ABx} = IRB$; $F_{AB_y} = IRB$; $F_{BCx} = 2IRB$; $F_{CDx} = -3IRB$ $F_{CD_y} = -3IRB$ $F_{DA_y} = 2IRB$

8.7) Una spira quadrata di lato $a = 1 \text{ cm}$, percorsa da una corrente $I = 1 \text{ mA}$ circolante in verso antiorario, è disposta col centro nell'origine del piano (x,y) e con i lati paralleli agli assi.

Nello spazio è presente un campo B di componenti $B_x = B_y = 0$, $B_z = B_0 (1 + y/a)$ con $B_0 = 1 \text{ mT}$. Determinare intensità, direzione e verso della forza e del momento meccanico agenti sulla spira.



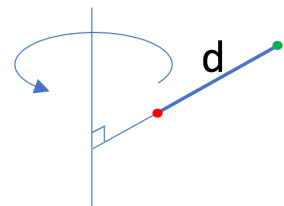
>>> soluzione: $F_y = a B_0 I = 10 \text{ nN}$

MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO

8.8) Un modello molto semplificato dell'atomo di idrogeno prevede che un elettrone ($m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) orbiti a velocità costante intorno a un protone fermo a distanza $r_0 = 0,05 \text{ nm}$. Determinare, a partire dall'accelerazione dovuta alla forza coulombiana, l'intensità della corrente data dal moto dell'elettrone e il momento di dipolo magnetico generato da tale corrente.

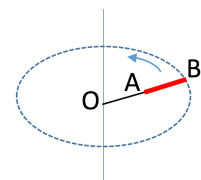
>>> soluzione: $1,1 \text{ mA}$; $8 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$

8.9) Un dipolo elettrico di momento $p = 10 \text{ pCm}$, costituito da due cariche distanti $d = 0,1 \text{ mm}$, ruota con velocità angolare $\omega = 100 \text{ rad/s}$ attorno ad un asse perpendicolare alla congiungente le due cariche, distante $d/2$ dalla carica negativa e $3/2 d$ da quella positiva. Determinare il momento di dipolo magnetico del sistema.



>>> soluzione: 10^{-13} J/T

8.10) Una sottile sbarretta isolante AB lunga $L = 10 \text{ cm}$ viene caricata uniformemente ($Q = 2,4 \text{ } \mu\text{C}$) e posta in rotazione a velocità $\omega = 100 \text{ rad/s}$ intorno ad un asse perpendicolare passante a distanza $OA = L/2$ dall'estremità A (vedi figura).



Calcolare il valore del momento di dipolo magnetico generato.

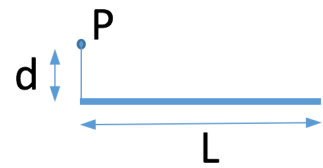
>>> soluzione: $1,3 \text{ } \mu\text{J/T}$

I Laplace

8.11) Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza $L = 10$ cm disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità $I = 10$ mA che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante $d = 2$ cm dall'estremità sinistra del filo (dalla corrente che scorre nella porzione di circuito considerato)

$$\left\{ \int \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + c \right\}$$

>>> soluzione: 50 nT

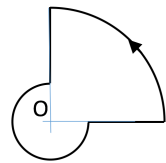


8.12) Una corrente $I = 50$ mA scorre all'interno di un filo conduttore sagomato a forma di quadrato di lato $L = 20$ cm posto nel piano $z = 0$ e orientato con i lati paralleli agli assi X e Y . Ricavare le componenti del campo B al centro del quadrato.

>>> soluzione: $|B_z| = 280$ nT

8.13) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi $R = 10$ cm e $3R$ raccordati da due tratti radiali lunghi $2R$ fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità $I = 10$ A. Calcolare, a partire dalla prima legge di Laplace, il campo B nel centro O .

>>> soluzione: 52 μ T



$$8.1) \sin\theta = qBd/(mv)$$

$$8.2) v_e/v_p = m_p/m_e$$

$$8.8) v^2 = 1/(4\pi\epsilon_0) e^2/mr_0; l = e/T = ev/(2\pi r_0); m = \pi r_0^2 l$$

$$8.9) \mathbf{m} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p} \times \mathbf{d}$$

$$8.10) 13/24 Q\omega L^2$$

$$8.11) B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Il}{d\sqrt{d^2+L^2}} \text{ uscente dal foglio}$$

$$8.12) |B_z| = 4\mu_0 I/(\sqrt{2}\pi L)$$

$$8.13) 5/12 \mu_0 I/R \text{ uscente dal foglio}$$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

8.1) moto circolare: disegnare la traiettoria, le perpendicolari ad essa nel punto di ingresso e di uscita dalla zona col campo e considerare l'angolo sotteso dall'arco di circonferenza

8.9) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti generati dal moto delle due cariche: $q = p/d$; $I = q/T = q\omega/2\pi$; $m = (I+\pi r^2) - (I-\pi r^2)$

8.10) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti infinitesimi generati dal moto delle cariche infinitesime poste lungo L: $dm = dq/T \pi r^2 = (\lambda dr) (\omega/2\pi) \pi r^2$ $L/2 < r < 3/2 L$

$$8.11) dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id}{(d^2+x^2)^{3/2}} dx$$

$$8.12) dB_{lato} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idx}{(L/2)^2+x^2} \frac{L/2}{[(L/2)^2+x^2]^{1/2}} \quad -L/2 < x < L/2 \rightarrow B_{lato} = \mu_0 I/(\sqrt{2}\pi L)$$

8.13) i tratti rettilinei non contribuiscono; da quello di raggio R si ha $B_z(0,0,0) = \mu_0 I/4\pi \cdot 3/4 \cdot 2\pi/R$; da quello di raggio 3R si ha $B_z(0,0,0) = \mu_0 I/4\pi \cdot 1/4 \cdot 2\pi/3R$

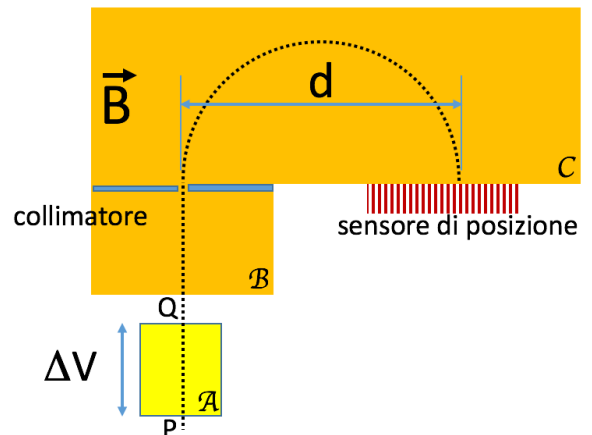
SPETTROMETRO DI MASSA

Uno spettrometro di massa è diviso in tre sezioni (A , B , C) in cui è stato fatto il vuoto.

Nella sezione A una molecola organica di massa m viene nebulizzata, ionizzata ($q = -2e$) e, inizialmente ferma, viene sottoposta a un campo elettrico uniforme che l'accelera fra i punti P e Q distanti $h = 10$ cm.

La sezione B è un selettore di velocità: sono presenti un campo elettrostatico E e un campo di induzione magnetica B ; tra le sezioni B e C è presente una fessura (collimatore) che lascia passare solo gli ioni che viaggiano in linea retta.

Nella sezione C non agiscono campi elettrici mentre è presente lo stesso (intensità, direzione e verso) campo B della sezione B .



Dati: $\Delta V = 10$ kV; $B = 0,5$ T; $E = 50$ kV/m

Determinare in sequenza:

- 1) quale fra i punti P e Q è a potenziale maggiore
- 2) la velocità dello ione nel punto Q in funzione della sua massa m
- 3) la direzione e il verso di B nella sezione C
- 4) la direzione e verso di E nella sezione B
- 5) la velocità degli ioni all'ingresso della sezione C
- 6) la massa selezionata
- 7) la distanza d fra il punto di ingresso e quello di impatto con il rivelatore di posizione
- 8) la velocità con cui gli ioni urtano il rivelatore di posizione
- 9) il tempo impiegato per percorrere la traiettoria semicircolare all'interno della zona B

$$2) v = (2 q/m \Delta V)^{1/2}$$

3) B perpendicolare al piano della traiettoria; verso entrante nel disegno

4) E perpendicolare a B ; verso: a destra

$$5) v = 100 \text{ km/s}$$

$$6) m = 6,4 \times 10^{-25} \text{ kg} = 640 \text{ uma}$$

$$7) d = 80 \text{ cm}$$

$$8) t = 25 \mu\text{s}$$

1) $V_Q > V_P$

5) $v = E/B = 100 \text{ km/s}$

6) $m = 2q \Delta V B^2/E^2 = 6,4 \times 10^{-25} \text{ kg} = 640 \text{ uma}$

7) $d = 4 \Delta V/E = 80 \text{ cm}$

8) $t = \pi R/v = 25 \text{ } \mu\text{s}$