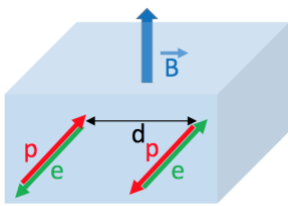
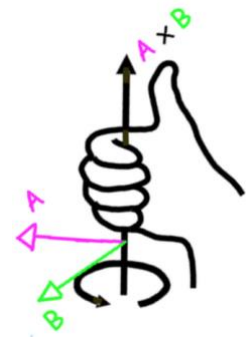


**8° ESERCITAZIONE – venerdì 20 novembre 2020**



8.1) Un protone ( $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg;  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C) e un elettrone ( $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$  kg) entrano, viaggiando parallelamente a distanza  $d = 10$  cm nel vuoto, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme  $B = 0,6$  T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il rapporto fra le due velocità iniziali sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico



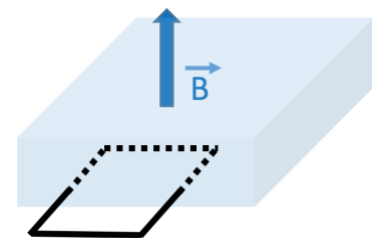
nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.

>>> soluzione:  $v_e/v_p = 1,8 \times 10^3$

8.2) Una spira quadrata di lato  $L$  percorsa dalla corrente  $I$  può essere immersa in una regione in cui è presente un campo magnetico  $B$  uniforme perpendicolare alla spira. Considerare le due situazioni:

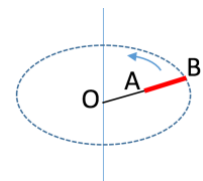
a) la spira è interamente inserita nella zona con campo magnetico. Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

b) La stessa spira è inserita solo per metà nella zona con campo magnetico (vedi disegno). Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?



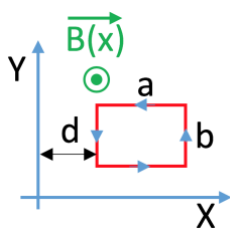
>>> soluzione: 0;  $2ILB$

8.3) Una sottile sbarretta isolante  $AB$  lunga  $L = 10$  cm viene caricata uniformemente ( $Q = 2,4 \mu\text{C}$ ) e posta in rotazione a velocità  $\omega = 100$  rad/s intorno ad un asse perpendicolare passante a distanza  $OA = L/2$  dall'estremità  $A$  (vedi figura).



Calcolare il valore del momento di dipolo magnetico generato.

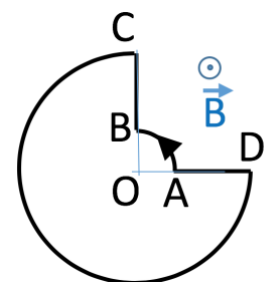
>>> soluzione:  $1,3 \mu\text{J/T}$



8.4) Una spira rettangolare di lati  $a$  e  $b$  è posta nel piano  $XY$  a distanza  $d$  dall'asse  $Y$ . La spira, percorsa dalla corrente  $I$  circolante in senso antiorario è immersa in un campo magnetico diretto lungo l'asse  $z$  con  $B_z(x,y,z) = Kx$ . Ricavare modulo e verso delle forze che agiscono sui singoli tratti e in totale sulla spira

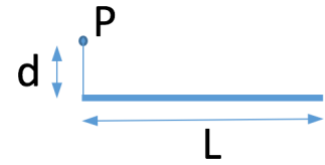
>>> soluzione:  $F_x = IbK(a+d) - IbKd = IbKa$ ;  $F_y = IaK(d+a/2) - IaK(d+a/2) = 0$

8.5) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi  $R = 10$  cm e  $3R$  raccordati da due tratti radiali lunghi  $2R$  fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità  $I = 10$  A ed è immersa in un campo magnetico uniforme  $B = 0,1$  T perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla.



>>> soluzione:  $F_{ABx} = IRB$ ;  $F_{AB_y} = IRB$ ;  $F_{BC_x} = 2IRB$ ;  $F_{CD_x} = -3IRB$   $F_{CD_y} = -3IRB$   $F_{DA_y} = 2IRB$

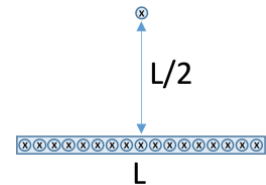
8.6) Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza  $L = 10$  cm disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità  $I = 10$  mA che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante  $d = 2$  cm dall'estremità sinistra del filo (dalla corrente che scorre nella porzione di circuito considerato)



$$\left\{ \int \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + c \right\}$$

>>> soluzione: 50 nT

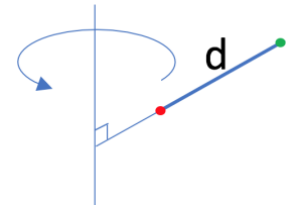
8.7) Un lungo e sottile nastro di larghezza  $L$  è percorso da una corrente  $I_1$ . Parallelamente al nastro, a distanza  $L/2$ , è teso un sottile filo percorso dalla corrente  $I_2$  che scorre concordemente a  $I_1$  (vedi figura). Ricavare la forza per unità di lunghezza che si esercita sul filo in direzione, verso e poi intensità. A seconda dello svolgimento potrebbero essere utili:



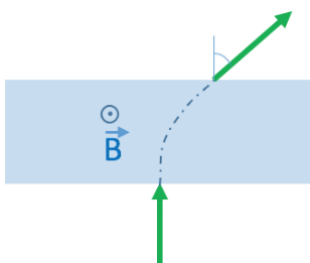
$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg(x) + c \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + c$$

>>> soluzione:  $B = \mu_0 I_1 / 4L$ ;  $F/I = I_2 B$

8.8) Un dipolo elettrico di momento  $p = 10$  pCm, costituito da due cariche distanti  $d = 0,1$  mm, ruota con velocità angolare  $\omega = 100$  rad/s attorno ad un asse perpendicolare alla congiungente le due cariche, distante  $d/2$  dalla carica negativa e  $3/2 d$  da quella positiva. Determinare il momento di dipolo magnetico del sistema.



>>> soluzione:  $10^{-13}$  J/T



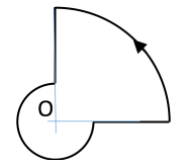
8.9) Un protone ( $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg;  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C) entra perpendicolarmente con velocità pari a  $c/10$  in una regione di spazio profonda  $d = 10$  cm in cui incontra un campo magnetico uniforme  $B = 1$  T perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita.

>>> soluzione:  $\arcsin 0,31 \rightarrow \theta = 18^\circ$

8.10) Una corrente  $I = 50$  mA scorre all'interno di un filo conduttore sagomato a forma di quadrato di lato  $L = 20$  cm posto nel piano  $z = 0$  e orientato con i lati paralleli agli assi X e Y. Ricavare le componenti del campo B al centro del quadrato.

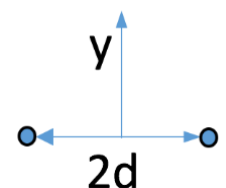
>>> soluzione:  $|B_z| = 280$  nT

8.11) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi  $R = 10$  cm e  $3R$  raccordati da due tratti radiali lunghi  $2R$  fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità  $I = 10$  A. Calcolare, a partire dalla prima legge di Laplace, il campo B nel centro O.



>>> soluzione: 52  $\mu$ T

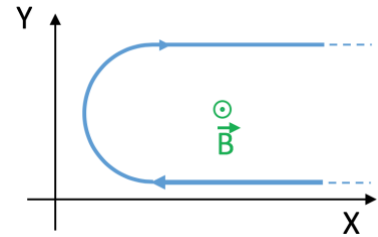
8.12) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza  $2d$ , sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua  $I$ . Si determini a quale distanza  $y$  dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.



>>> soluzione:  $\pm d$

8.13) Un filo rigido percorso dalla corrente  $I$  è piegato nel piano  $XY$  in modo da formare una semicirconferenza di raggio  $R$  e due tratti rettilinei molto lunghi. Il filo è immerso in un campo magnetico  $B$  uniforme perpendicolare al piano  $XY$ . Determinare direzione intensità e verso della forza agente sul conduttore.

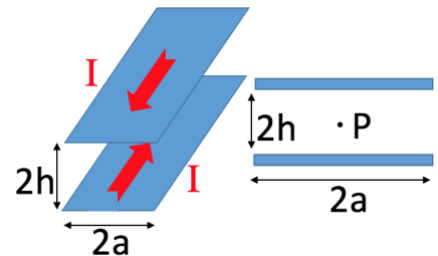
>>> soluzione:  $F_x = 2IBR$



8.14) Due lunghi nastri conduttori larghi  $2a$  e distanti  $2h$  sono percorsi dalla stessa corrente  $I$  in versi opposti (vedi figura). Ricavare in modulo, direzione e verso il valore del campo magnetico in un punto  $P$  posto a metà fra i due nastri.

{Sugg.: iniziare col ricavare il contributo di uno dei due nastri e poi sommarli opportunamente}

>>> soluzione:  $B = \mu_0 I / (\pi a) \arctg(a/h)$  parallelo a  $2a$ , verso destra



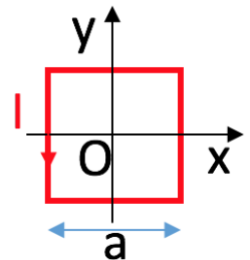
8.15) Un modello molto semplificato dell'atomo di idrogeno prevede che un elettrone ( $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$  kg) orbiti a velocità costante intorno a un protone fermo a distanza  $r_0 = 0,05$  nm. Determinare, a partire dall'accelerazione dovuta alla forza coulombiana, l'intensità della corrente data dal moto dell'elettrone e il momento di dipolo magnetico generato da tale corrente.

>>> soluzione: 1,1 mA;  $8 \cdot 10^{-24}$  J/T

8.16) Una spira quadrata di lato  $a = 1$  cm, percorsa da una corrente  $I = 1$  mA circolante in verso antiorario, è disposta col centro nell'origine del piano  $(x,y)$  e con i lati paralleli agli assi.

Nello spazio è presente un campo  $B$  di componenti  $B_x = B_y = 0$ ,  $B_z = B_0 (1 + y/a)$  con  $B_0 = 1$  mT. Determinare intensità, direzione e verso della forza e del momento meccanico agenti sulla spira.

>>> soluzione:  $F_y = a B_0 I = 10$  nN



8.1)  $v_e/v_p = m_p/m_e$

8.3)  $13/24 Q\omega L^2$

8.6)  $B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IL}{d\sqrt{d^2+L^2}}$  uscente dal foglio

8.7) metodo a): calcolare il campo B e poi applicare la II Laplace; metodo b) applicare direttamente l'espressione della forza elementare agente su un tratto dx di nastro (e sommarla vettorialmente agli altri contributi per  $-L/2 \leq x \leq L/2$ )

8.8)  $\mathbf{m} = \boldsymbol{\omega} p d$

8.9)  $\sin\theta = qBd/(mv)$

8.10)  $|B_z| = 4\mu_0 I/(\sqrt{2}\pi L)$

8.11)  $5/12 \mu_0 I/R$  uscente dal foglio

8.12) per simmetria B è parallelo al piano che contiene i fili:  $B(y) = 2 \mu_0 I/(2\pi r) \cos\theta$ . Il massimo della funzione  $\mu_0 I y/[\pi(d^2+y^2)]$  si ottiene annullando  $dB/dy$

8.14) due contributi concordi; per ognuno si ha:  $dB_x = \mu_0 (I dx/2a)/(2\pi r)$   $h/r = \mu_0 I/(4\pi a) h dx/(x^2+h^2)$

→  $B_x = \mu_0 I/(2\pi a) \arctg(a/h)$

8.16)  $v^2 = 1/(4\pi\epsilon_0) e^2/mr_0$ ;  $I = e/T = ev/(2\pi r_0)$ ;  $m = \pi r_0^2 I$

### ULTERIORI SUGGERIMENTI

8.3) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti infinitesimi generati dal moto delle cariche infinitesime poste lungo L:

$$dm = dq/T \pi r^2 = (\lambda dr) (\omega/2\pi) \pi r^2 \quad L/2 < r < 3/2 L$$

$$8.6) dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id}{(d^2+x^2)^{3/2}} dx$$

8.8) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti generati dal moto delle due cariche:  $q = p/d$ ;  $I = q/T = q\omega/2\pi$ ;  $m = (I_+ \pi r_+^2) - (I_- \pi r_-^2)$

8.9) moto circolare: disegnare la traiettoria, le perpendicolari ad essa nel punto di ingresso e di uscita dalla zona col campo e considerare l'angolo sotteso dall'arco di circonferenza

$$8.10) dB_{lato} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idx}{(L/2)^2+x^2} \frac{L/2}{[(L/2)^2+x^2]^{1/2}} \quad -L/2 < x < L/2 \rightarrow B_{lato} = \mu_0 I / (\sqrt{2}\pi L)$$

8.11) i tratti rettilinei non contribuiscono; da quello di raggio R si ha  $B_z(0,0,0) = \mu_0 I / 4\pi \cdot 3/4 \cdot 2\pi/R$ ; da quello di raggio 3R si ha  $B_z(0,0,0) = \mu_0 I / 4\pi \cdot 1/4 \cdot 2\pi/3R$

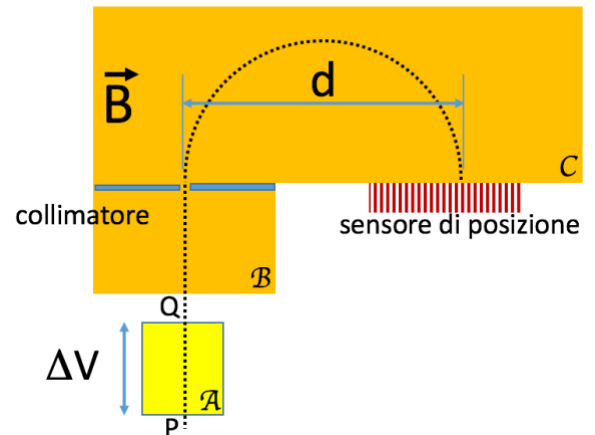
## SPETTROMETRO DI MASSA

Uno spettrometro di massa è diviso in tre sezioni (A, B, C) in cui è stato fatto il vuoto.

Nella sezione A una molecola organica di massa  $m$  viene nebulizzata, ionizzata ( $q = -2e$ ) e, inizialmente ferma, viene sottoposta a un campo elettrico uniforme che l'accelera fra i punti P e Q distanti  $h = 10$  cm.

La sezione B è un selettore di velocità: sono presenti un campo elettrostatico  $E$  e un campo di induzione magnetica  $B$ ; tra le sezioni B e C è presente una fessura (collimatore) che lascia passare solo gli ioni che viaggiano in linea retta.

Nella sezione C non agiscono campi elettrici mentre è presente lo stesso (intensità, direzione e verso) campo  $B$  della sezione B.



Dati:  $\Delta V = 10$  kV;  $B = 0,5$  T;  $E = 50$  kV/m

Determinare in sequenza:

- 1) quale fra i punti P e Q è a potenziale maggiore
- 2) la velocità dello ione nel punto Q in funzione della sua massa  $m$
- 3) la direzione e il verso di  $B$  nella sezione C
- 4) la direzione e verso di  $E$  nella sezione B
- 5) la velocità degli ioni all'ingresso della sezione C
- 6) la massa selezionata
- 7) la distanza  $d$  fra il punto di ingresso e quello di impatto con il rivelatore di posizione
- 8) la velocità con cui gli ioni urtano il rivelatore di posizione
- 9) il tempo impiegato per percorrere la traiettoria semicircolare all'interno della zona B

$$2) v = (2 q/m \Delta V)^{1/2}$$

3)  $B$  perpendicolare al piano della traiettoria; verso entrante nel disegno

4)  $E$  perpendicolare a  $B$ ; verso: a destra

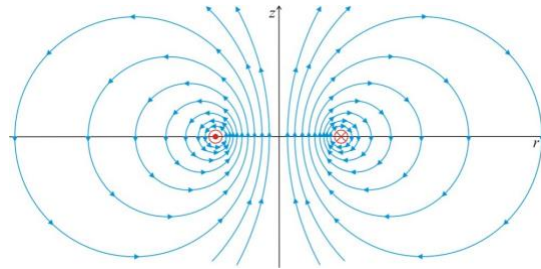
$$5) v = 100 \text{ km/s}$$

$$6) m = 6,4 \times 10^{-25} \text{ kg} = 640 \text{ uma}$$

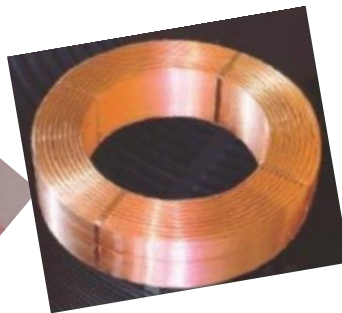
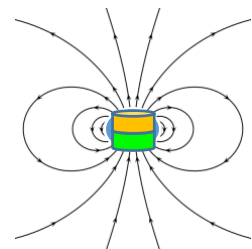
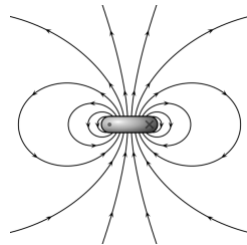
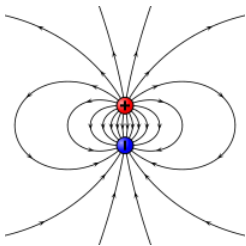
$$7) d = 80 \text{ cm}$$

$$8) t = 25 \mu\text{s}$$

- 1)  $V_Q > V_P$
- 5)  $v = E/B = 100 \text{ km/s}$
- 6)  $m = 2q \Delta V B^2/E^2 = 6,4 \times 10^{-25} \text{ kg} = 640 \text{ uma}$
- 7)  $d = 4 \Delta V/E = 80 \text{ cm}$
- 8)  $t = \pi R/v = 25 \mu\text{s}$



**CAMPI  
DIPOLARI**



**BOBINE**