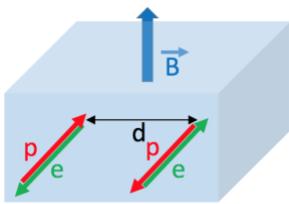
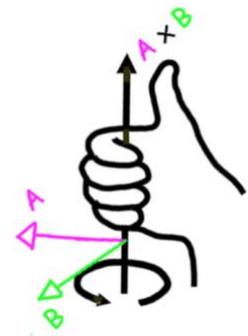


8° ESERCITAZIONE – venerdì 20 novembre 2020



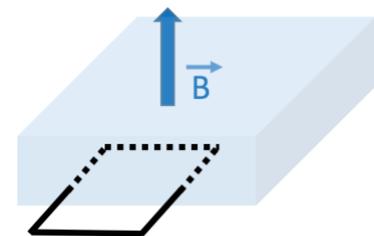
8.1) Un protone ($m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) e un elettrone ($m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg) entrano, viaggiando parallelamente a distanza $d = 10$ cm nel vuoto, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme $B = 0,6$ T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il rapporto fra le due velocità iniziali sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico



nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.

>>> soluzione: $v_e/v_p = 1,8 \times 10^3$

8.2) Una spira quadrata di lato L percorsa dalla corrente I può essere immersa in una regione in cui è presente un campo magnetico B uniforme perpendicolare alla spira. Considerare le due situazioni:

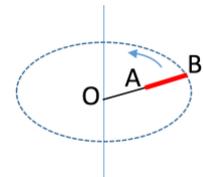


a) la spira è interamente inserita nella zona con campo magnetico. Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

b) La stessa spira è inserita solo per metà nella zona con campo magnetico (vedi disegno). Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

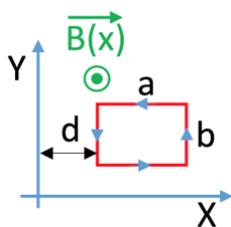
>>> soluzione: 0; $2ILB$

8.3) Una sottile sbarretta isolante AB lunga $L = 10$ cm viene caricata uniformemente ($Q = 2,4 \mu\text{C}$) e posta in rotazione a velocità $\omega = 100$ rad/s intorno ad un asse perpendicolare passante a distanza $OA = L/2$ dall'estremità A (vedi figura).



Calcolare il valore del momento di dipolo magnetico generato.

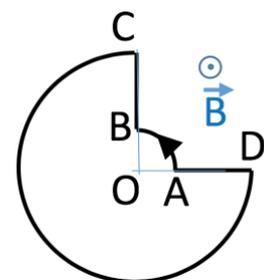
>>> soluzione: $1,3 \mu\text{J/T}$



8.4) Una spira rettangolare di lati a e b è posta nel piano XY a distanza d dall'asse Y . La spira, percorsa dalla corrente I circolante in senso antiorario è immersa in un campo magnetico diretto lungo l'asse z con $B_z(x,y,z) = Kx$. Ricavare modulo e verso delle forze che agiscono sui singoli tratti e in totale sulla spira

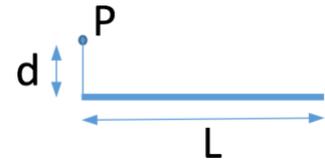
>>> soluzione: $F_x = IbK(a+d) - IbKd = IbKa$; $F_y = IaK(d+a/2) - IaK(d+a/2) = 0$

8.5) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi $R = 10$ cm e $3R$ raccordati da due tratti radiali lunghi $2R$ fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità $I = 10$ A ed è immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0,1$ T perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla.



>>> soluzione: $F_{ABx} = IRB$; $F_{AB_y} = IRB$; $F_{BC_x} = 2IRB$; $F_{CD_x} = -3IRB$ $F_{CD_y} = -3IRB$ $F_{DA_y} = 2IRB$

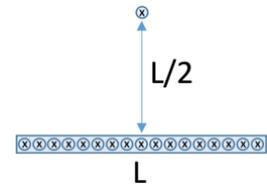
8.6) Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza $L = 10$ cm disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità $I = 10$ mA che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante $d = 2$ cm dall'estremità sinistra del filo (dalla corrente che scorre nella porzione di circuito considerato)



$$\left\{ \int \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + c \right\}$$

>>> soluzione: 50 nT

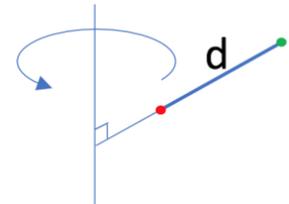
8.7) Un lungo e sottile nastro di larghezza L è percorso da una corrente I_1 . Parallelamente al nastro, a distanza $L/2$, è teso un sottile filo percorso dalla corrente I_2 che scorre concordemente a I_1 (vedi figura). Ricavare la forza per unità di lunghezza che si esercita sul filo in direzione, verso e poi intensità. A seconda dello svolgimento potrebbero essere utili:



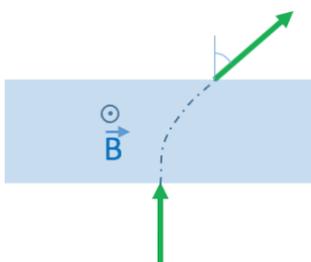
$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg(x) + c \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + c$$

>>> soluzione: $B = \mu_0 I_1 / 4L$; $F/I = I_2 B$

8.8) Un dipolo elettrico di momento $p = 10$ pCm, costituito da due cariche distanti $d = 0,1$ mm, ruota con velocità angolare $\omega = 100$ rad/s attorno ad un asse perpendicolare alla congiungente le due cariche, distante $d/2$ dalla carica negativa e $3/2 d$ da quella positiva. Determinare il momento di dipolo magnetico del sistema.



>>> soluzione: 10^{-13} J/T



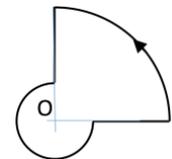
8.9) Un protone ($m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) entra perpendicolarmente con velocità pari a $c/10$ in una regione di spazio profonda $d = 10$ cm in cui incontra un campo magnetico uniforme $B = 1$ T perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita.

>>> soluzione: $\arcsin 0,31 \rightarrow \theta = 18^\circ$

8.10) Una corrente $I = 50$ mA scorre all'interno di un filo conduttore sagomato a forma di quadrato di lato $L = 20$ cm posto nel piano $z = 0$ e orientato con i lati paralleli agli assi X e Y. Ricavare le componenti del campo B al centro del quadrato.

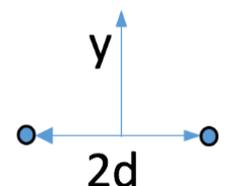
>>> soluzione: $|B_z| = 280$ nT

8.11) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi $R = 10$ cm e $3R$ raccordati da due tratti radiali lunghi $2R$ fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità $I = 10$ A. Calcolare, a partire dalla prima legge di Laplace, il campo B nel centro O.



>>> soluzione: 52 μ T

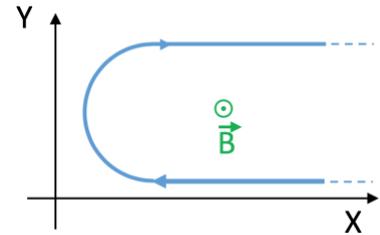
8.12) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza $2d$, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I . Si determini a quale distanza y dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.



>>> soluzione: $\pm d$

8.13) Un filo rigido percorso dalla corrente I è piegato nel piano XY in modo da formare una semicirconferenza di raggio R e due tratti rettilinei molto lunghi. Il filo è immerso in un campo magnetico B uniforme perpendicolare al piano XY . Determinare direzione intensità e verso della forza agente sul conduttore.

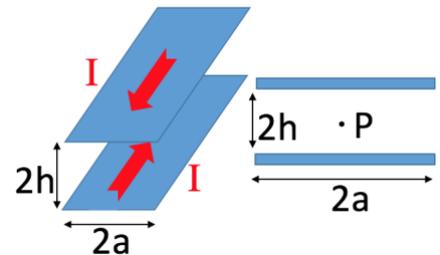
>>> soluzione: $F_x = 2IBR$



8.14) Due lunghi nastri conduttori larghi $2a$ e distanti $2h$ sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti (vedi figura). Ricavare in modulo, direzione e verso il valore del campo magnetico in un punto P posto a metà fra i due nastri.

{Sugg.: iniziare col ricavare il contributo di uno dei due nastri e poi sommarli opportunamente}

>>> soluzione: $B = \mu_0 I / (\pi a) \arctg(a/h)$ parallelo a $2a$, verso destra



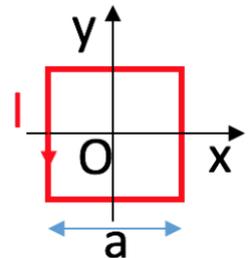
8.15) Un modello molto semplificato dell'atomo di idrogeno prevede che un elettrone ($m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg) orbiti a velocità costante intorno a un protone fermo a distanza $r_0 = 0,05$ nm. Determinare, a partire dall'accelerazione dovuta alla forza coulombiana, l'intensità della corrente data dal moto dell'elettrone e il momento di dipolo magnetico generato da tale corrente.

>>> soluzione: 1,1 mA; $8 \cdot 10^{-24}$ J/T

8.16) Una spira quadrata di lato $a = 1$ cm, percorsa da una corrente $I = 1$ mA circolante in verso antiorario, è disposta col centro nell'origine del piano (x,y) e con i lati paralleli agli assi.

Nello spazio è presente un campo B di componenti $B_x = B_y = 0$, $B_z = B_0 (1 + y/a)$ con $B_0 = 1$ mT. Determinare intensità, direzione e verso della forza e del momento meccanico agenti sulla spira.

>>> soluzione: $F_y = a B_0 I = 10$ nN



8.1) $v_e/v_p = m_p/m_e$

8.3) $13/24 Q\omega L^2$

8.6) $B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IL}{d\sqrt{d^2+L^2}}$ uscente dal foglio

8.7) metodo a): calcolare il campo B e poi applicare la II Laplace; metodo b) applicare direttamente l'espressione della forza elementare agente su un tratto dx di nastro (e sommarla vettorialmente agli altri contributi per $-L/2 \leq x \leq L/2$)

8.8) $\mathbf{m} = \boldsymbol{\omega} p d$

8.9) $\sin\theta = qBd/(mv)$

8.10) $|B_z| = 4\mu_0 I/(\sqrt{2}\pi L)$

8.11) $5/12 \mu_0 I/R$ uscente dal foglio

8.12) per simmetria B è parallelo al piano che contiene i fili: $B(y) = 2 \mu_0 I/(2\pi r) \cos\theta$. Il massimo della funzione $\mu_0 I y/[\pi(d^2+y^2)]$ si ottiene annullando dB/dy

8.14) due contributi concordi; per ognuno si ha: $dB_x = \mu_0 (I dx/2a)/(2\pi r) \quad h/r = \mu_0 I/(4\pi a) \quad h dx/(x^2+h^2)$

$\rightarrow B_x = \mu_0 I/(2\pi a) \arctg(a/h)$

8.16) $v^2 = 1/(4\pi\epsilon_0) \quad e^2/mr_0; \quad I = e/T = ev/(2\pi r_0); \quad m = \pi r_0^2 I$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

8.3) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti infinitesimi generati dal moto delle cariche infinitesime poste lungo L:

$$dm = dq/T \pi r^2 = (\lambda dr) (\omega/2\pi) \pi r^2 \quad L/2 < r < 3/2 L$$

$$8.6) dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id}{(d^2+x^2)^{3/2}} dx$$

8.8) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti generati dal moto delle due cariche: $q = p/d$; $I = q/T = q\omega/2\pi$; $m = (I_+ \pi r_+^2) - (I_- \pi r_-^2)$

8.9) moto circolare: disegnare la traiettoria, le perpendicolari ad essa nel punto di ingresso e di uscita dalla zona col campo e considerare l'angolo sotteso dall'arco di circonferenza

$$8.10) dB_{lato} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idx}{(L/2)^2+x^2} \frac{L/2}{[(L/2)^2+x^2]^{1/2}} \quad -L/2 < x < L/2 \rightarrow B_{lato} = \mu_0 I / (\sqrt{2}\pi L)$$

8.11) i tratti rettilinei non contribuiscono; da quello di raggio R si ha $B_z(0,0,0) = \mu_0 I / 4\pi \cdot 3/4 \cdot 2\pi/R$; da quello di raggio 3R si ha $B_z(0,0,0) = \mu_0 I / 4\pi \cdot 1/4 \cdot 2\pi/3R$

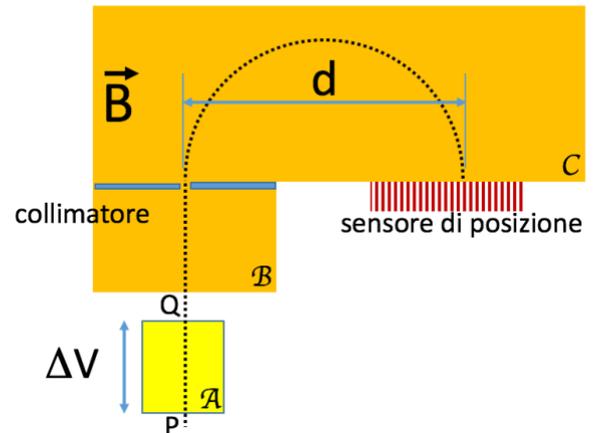
SPETTROMETRO DI MASSA

Uno spettrometro di massa è diviso in tre sezioni (A, B, C) in cui è stato fatto il vuoto.

Nella sezione A una molecola organica di massa m viene nebulizzata, ionizzata ($q = -2e$) e, inizialmente ferma, viene sottoposta a un campo elettrico uniforme che l'accelera fra i punti P e Q distanti $h = 10$ cm.

La sezione B è un selettore di velocità: sono presenti un campo elettrostatico E e un campo di induzione magnetica B ; tra le sezioni B e C è presente una fessura (collimatore) che lascia passare solo gli ioni che viaggiano in linea retta.

Nella sezione C non agiscono campi elettrici mentre è presente lo stesso (intensità, direzione e verso) campo B della sezione B.



Dati: $\Delta V = 10$ kV; $B = 0,5$ T; $E = 50$ kV/m

Determinare in sequenza:

- 1) quale fra i punti P e Q è a potenziale maggiore
- 2) la velocità dello ione nel punto Q in funzione della sua massa m
- 3) la direzione e il verso di B nella sezione C
- 4) la direzione e verso di E nella sezione B
- 5) la velocità degli ioni all'ingresso della sezione C
- 6) la massa selezionata
- 7) la distanza d fra il punto di ingresso e quello di impatto con il rivelatore di posizione
- 8) la velocità con cui gli ioni urtano il rivelatore di posizione
- 9) il tempo impiegato per percorrere la traiettoria semicircolare all'interno della zona B

2) $v = (2 q/m \Delta V)^{1/2}$

3) B perpendicolare al piano della traiettoria; verso entrante nel disegno

4) E perpendicolare a B ; verso: a destra

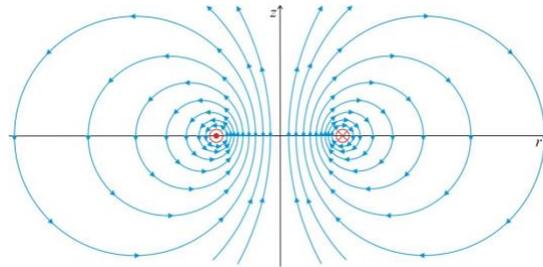
5) $v = 100$ km/s

6) $m = 6,4 \times 10^{-25}$ kg = 640 uma

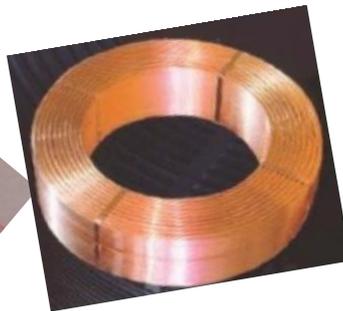
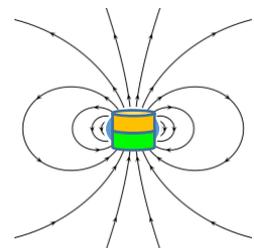
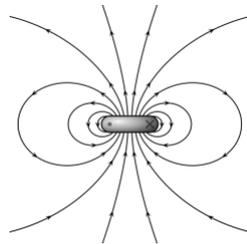
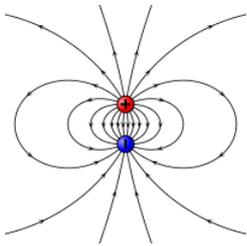
7) $d = 80$ cm

8) $t = 25$ μ s

- 1) $V_Q > V_P$
- 5) $v = E/B = 100 \text{ km/s}$
- 6) $m = 2q \Delta V B^2/E^2 = 6,4 \times 10^{-25} \text{ kg} = 640 \text{ uma}$
- 7) $d = 4 \Delta V/E = 80 \text{ cm}$
- 8) $t = \pi R/v = 25 \mu\text{s}$



**CAMPI
DIPOLARI**



BOBINE