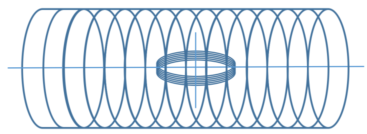
**9° ESERCITAZIONE – venerdì 22 novembre 2019 (e altri esercizi)**

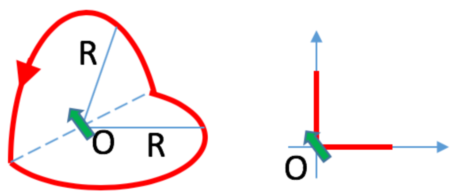
## AZIONI MECCANICHE SU DIPOLO MAGNETICO

9.1) Una bobina sottile di raggio r = 1 cm è costituita da N = 100 spire di filo conduttore di resistività $\rho = 2\ 10^{-8}\ \Omega m$ e sezione s = 1 $mm^2$. La bobina è immersa in un campo B = 0,2 T all'interno di un solenoide il cui asse passa per il diametro della bobina.



Calcolare il momento meccanico che viene sviluppato quando alla bobina viene collegato un generatore di forza elettromotrice f = 0,63 V.
>>> soluzione: 31 mN m

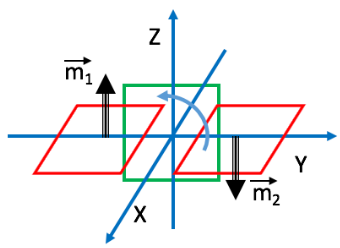
9.2) Una bobina sottile compatta costituita da N = 100 spire di area S = 2 $cm^2$ è percorsa da una corrente di intensità I = 0,1 A. La bobina è immersa in un campo magnetico uniforme B = 30 mT. L'angolo fra la normale della bobina (orientata concordemente col verso di circolazione della corrente) e il campo può essere variata da 0 a $\pi$. Determinare :
a) l'angolo che massimizza l'energia magnetica e calcolarne il valore;
b) l'angolo che massimizza il momento meccanico e determinarne il valore;
c) la forza esercitata sulla bobina quando l'angolo vale $\pi/2$
>>> soluzione: 60 $\mu$J;  0,06 mNm




9.3) Una spira conduttrice, costituita da due semicirconferenze di raggio R poste ortogonalmente l'una all'altra è percorsa da una corrente di intensità I nel verso indicato in figura. Nell'origine è posto, libero di ruotare, un ago magnetico di momento **m**. Determinare l'orientamento del dipolo nella posizione di equilibrio stabile (corrisponde a quanto riportato in figura?) e ricavare la corrispondente energia.
>>> soluzione: no, $-\mu_0 mI/(2R\sqrt{2})$

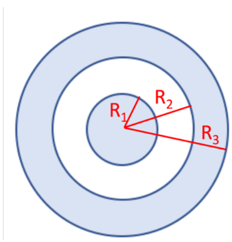
## TEOREMA DI AMPÈRE

9.4) **Due spire conduttrici** quadrate di lato L giacciono nel piano z = 0 con i centri lungo l'asse Y nei punti $P_1$: {0,-¾ L, 0} e $P_2$: {0, +¾ L, 0}. Percorse da corrente costante della stessa intensità, possiedono momento di dipolo magnetico $|\mathbf{m_1}|=|\mathbf{m_2}|$ = m.



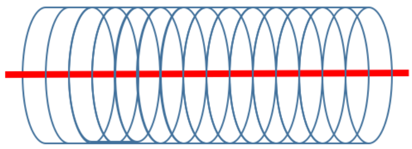

Calcolare la circuitazione del campo magnetico lungo **la linea quadrata** di lato L orientata come in figura, centrata nell'origine e giacente nel piano x = 0.
Sugg. {non è indispensabile calcolare **B**}
>>> soluzione: $- 2\mu_0\ m/L^2$

9.5) In figura è riportata la sezione di un cavo coassiale. Nel conduttore centrale di raggio $R_1$ scorre, uniformemente distribuita, una corrente di intensità I. La stessa intensità di corrente scorre, anch'essa uniformemente distribuita, nel verso opposto nel conduttore esterno di raggi $R_2$ e $R_3$. Ricavare l'espressione del campo magnetico generato in tutto lo spazio dalle correnti circolanti nel cavo coassiale.



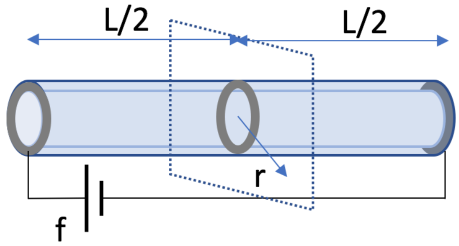

>>> soluzione: $B(r<R_1) = \mu_0 Ir/(2\pi R_1^2)$;  $B(R_2>r>R_1) = \mu_0 I/(2\pi r)$;
$B(R_3>r>R_2) = \mu_0 I/(2\pi r)\ [1- (r^2- R_2^2)/(R_3^2- R_2^2)]$;  $B(r>R_3) = 0$

9.6) Un lungo solenoide rettilineo di raggio R = 1 cm è costituito da n = 500 spire/m di filo nel quale scorre la corrente $I_0$ = 100 mA. Lungo l'asse del solenoide è posto un filo conduttore percorso dalla corrente I.
Determinare il valore di I per cui il campo B sulla superfice interna del solenoide forma un angolo di 45° rispetto all'asse.
>>> soluzione: 3,14 A



9.7) Una corrente elettrica scorre in una regione cilindrica di lunghezza infinita e raggio R con densità di corrente parallela all'asse del cilindro J = k/r (r distanza dall'asse). Determinare l'intensità del campo magnetico in tutti i punti dello spazio
>>> soluzione: $\mu_0$ k se r<R; $\mu_0$ k R/r se r>R

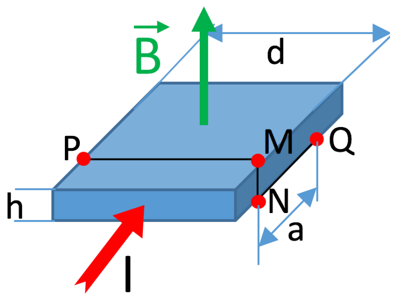
9.8) Il tubo riportato in figura ha raggio interno $R_1$ = 4 mm, raggio esterno $R_2$ = 5 mm ed è lungo L = 1 m >> R ; il materiale che lo costituisce ha resistività $\rho = 2\ 10^{-8}\ \Omega$m.
Viene connesso tramite fili di resistenza trascurabile ad un generatore f = 0,1 V. Determinare, a metà della lunghezza del tubo, per ogni distanza r dall'asse, l'intensità del campo magnetico B originato dalla corrente che fluisce uniformemente attraverso la corona circolare della sezione.




>>> soluzione: J = 5 A/mm$^2$; B(r < $R_1$) = 0; B($R_1$ < r < $R_2$) = $\mu_0 J(r^2-R_1^2)/(2r)$; B(r > $R_2$) = $\mu_0 J(R_2^2-R_1^2)/(2r)$

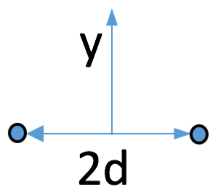
**EFFETTO HALL**

9.9) Calcolare la differenza di potenziale $V_P$-$V_Q$ sulla superficie della lastra conduttrice in figura di sezione hd e resistività $\rho$ quando, immersa in un campo magnetico uniforme B, è attraversata dalla corrente di intensità I nell'ipotesi che i portatori di carica siano solo positivi, di densità n e in moto con velocità di deriva $v_D$.
>>> soluzione: I/h [-B/(nq) + $\rho$a/d]

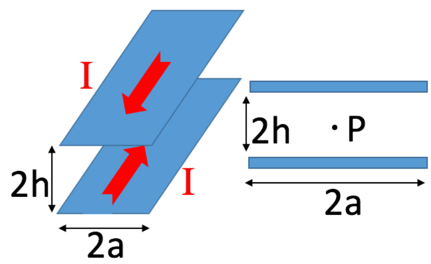



**ANCORA BIOT & SAVART e II LAPLACE**

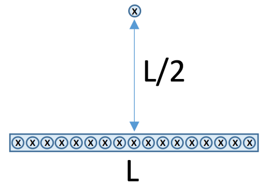
9.10) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza 2d, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I. Si determini a quale distanza y dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.
>>> soluzione: ±d




9.11) Due lunghi nastri conduttori larghi 2a e distanti 2h sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti (vedi figura). Ricavare in modulo, direzione e verso il valore del campo magnetico in un punto P posto a metà fra i due nastri.
{Sugg.: iniziare col ricavare il contributo di uno dei due nastri e poi sommarli opportunamente}
>>> soluzione: B = $\mu_0$I/($\pi$a) arctg (a/h)  parallelo a 2a, verso destra



9.12) Un lungo e sottile nastro di larghezza L è percorso da una corrente $I_1$. Parallelamente al nastro, a distanza L/2, è teso un sottile filo percorso dalla corrente $I_2$ che scorre concordemente a $I_1$ (vedi figura). Ricavare la forza per unità di lunghezza che si esercita sul filo in direzione, verso e poi intensità.




A seconda dello svolgimento potrebbero essere utili:

$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg}(x) + c$ $\qquad\qquad$ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin(x) + c$

>>> soluzione: $B=\mu_0 I_1/4L$; $F/\ell = I_2 B$

9.1) $R_{bobina} = 0{,}13\ \Omega$; $I = 5$ A; $m = 0{,}16$ J/T

9.2) $m = 2$ mJ/T; c): 0

9.5) $J_1 = I/(\pi R_1^2)$; $J_2 = -I/[\pi\,(R_3^2-R_2^2)]$

9.6) $2\pi\, R\, n\, I_0$

9.7) se $0 < r < R$ $\rightarrow$ $dI_{conc} = J(r)\, 2\pi r\, dr$

9.8) $J = I/S = f/(RS) = f/(\rho L)$; $B(r < R_1) = 0$; $B(R_1 < r < R_2) = \mu_0 J\pi(r^2-R_1^2)/2\pi r$; $B(r > R_2) = \mu_0 I/(2\pi r)$

9.9) $I = nq\, v_D\, hd$; $V_P-V_M = -\, v_D\, B\, d = -\, IB/(nqh)$; $V_M-V_N = 0$; $V_N-V_Q = R\, I = \rho a/(hd)\ \ I$

9.10) massimo di $\mu_0 I y/[\pi(d^2+y^2)]$

9.11) due contributi concordi; per ognuno si ha: $dBx = \mu_0\,(Idx/2a)/(2\pi r)\ \ h/r = \mu_0 I/(4\pi a)\ \ h\, dx/(x2+h2)$
$\rightarrow$ $Bx = \mu_0 I/(2\pi a)\ \operatorname{arctg}\,(a/h)$

9.12) metodo a): calcolare il campo B e poi applicare la I Laplace; metodo b) la forza elementare generata dalla corrente di un tratto dx di nastro punta verso l'elemento dx

**ULTERIORI SUGGERIMENTI**

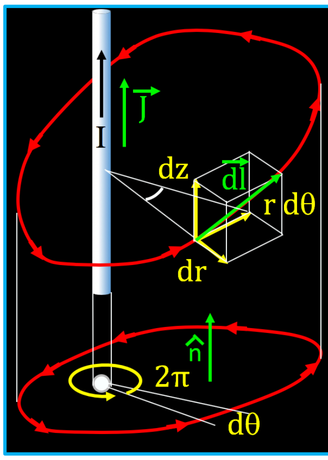
9.1) $R_{bobina} = N\, \rho\, 2\pi r/s$; $m = N\, I\pi r^2$

9.2) Il momento di dipolo magnetico della bobina è dato dalla somma (vettoriale) dei momenti di dipolo magnetico delle N spire

9.6) perché l'angolo sia di 45° i due campi devono avere la stessa intensità: $\mu_0\, n\, I_0 = \mu_0\, I/(2\pi R)$

9.9) il campo elettromotore dovuto alla forza di Lorentz spinge le cariche positive sul lato destro della lastra creando un campo elettrostatico diretto da destra verso sinistra. La corrente I scorre nel verso indicato per via del campo elettrico nel conduttore $\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{J}$ generato dalla f.e.m. nel circuito non riportato in figura.

9.10) per simmetria B è parallelo al piano che contiene i fili: $B(y) = 2\ \mu_0 I/(2\pi r)\cos\theta$.
dB/dy si annulla per $d^2 = y^2$




filo interno alla linea di circuitazione
(corrente concatenata a $\gamma$)

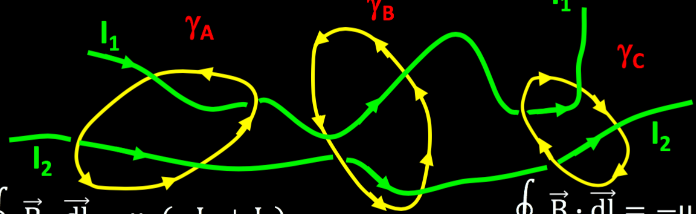
$\vec{B}\cdot\vec{dl} = B\, r d\theta$ > 0 se **n** e **J** concordi
< 0 se **n** e **J** discordi

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\theta = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta$$
$$= \mu_0 I$$

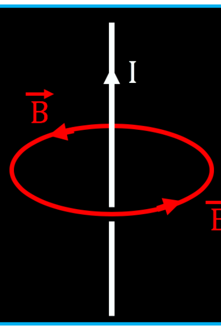

filo esterno alla linea di circuitazione
(corrente non concatenata a $\gamma$)

$\vec{B}\cdot\vec{dl} = B\, r d\theta$

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\theta = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta =$$
$$= \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta = 0$$

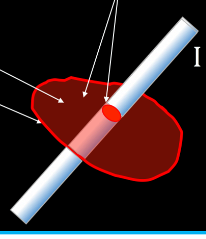


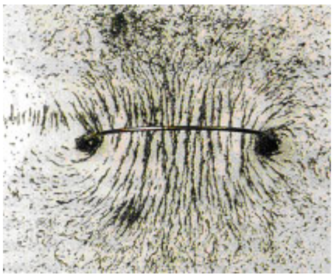

$$\oint_{\gamma_A} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0(-I_1 + I_2)$$
$$\oint_{\gamma_B} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_2$$
$$\oint_{\gamma_C} \vec{B}\cdot\vec{dl} = -\mu_0(I_1 + I_2)$$

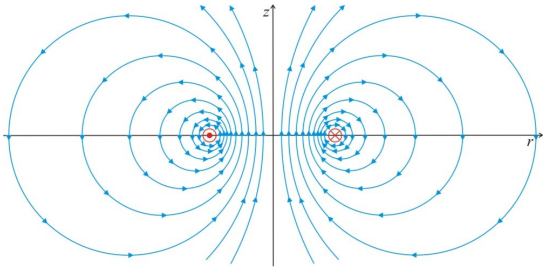


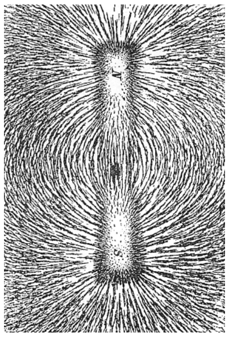

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = 2\pi R\, B = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

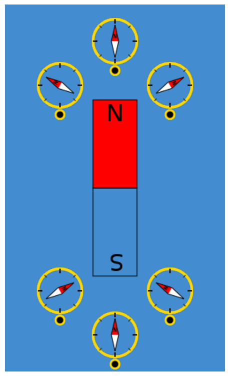
$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_S \overrightarrow{rot}(\vec{B})\cdot\hat{n}\, dS = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS \rightarrow \boxed{\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J}}$$

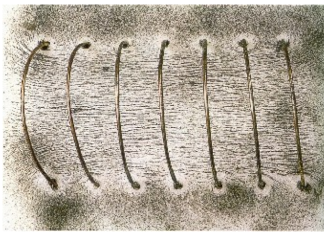


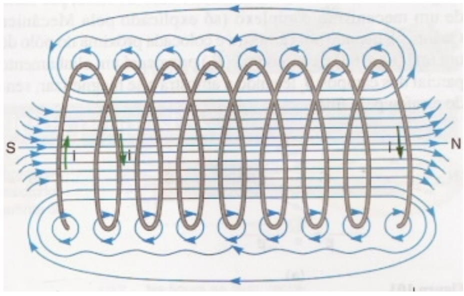


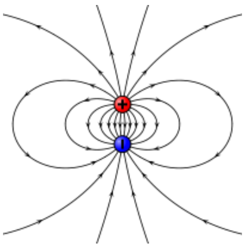


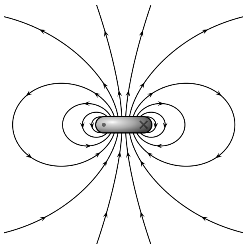


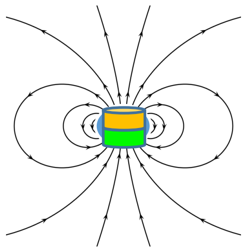


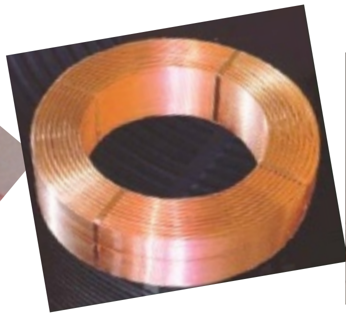



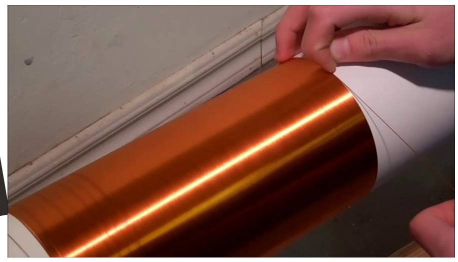
**CAMPI DIPOLARI**

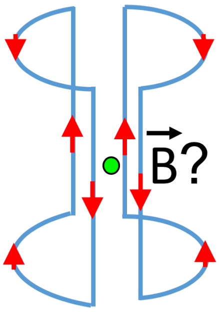


**PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DI AMPÈRE**










uno dei tanti campi magnetici (che studierete) all'interno di una macchina per RM