

Programma del corso di Analisi Matematica 1 per Ingegneria Informatica e Automatica (12CFU)

Docenti: Roberto Conti, Jacopo Bassi

Concetti fondamentali: Nozioni di logica matematica; concetto di insieme e principali operazioni; principio di induzione; progressione geometrica; fattoriali e coefficienti binomiali; disuguaglianza di Bernoulli, formula del binomio di Newton e triangolo di Tartaglia; assiomi di campo e di campo ordinato; numeri naturali \mathbb{N} , interi \mathbb{Z} , razionali \mathbb{Q} e reali \mathbb{R} ; valore assoluto e disuguaglianza triangolare; estremo superiore e inferiore; massimo e minimo; assioma di completezza.

Successioni numeriche: Successioni convergenti e divergenti, irregolari, infinitesime e limitate; regole per il calcolo dei limiti; retta reale estesa; forme determinate e indeterminate; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri, successioni monotone; successioni asintotiche e principio di sostituzione. Numero di Nepero e formula di Stirling.

Serie numeriche: Definizione di serie e prime proprietà: criterio necessario per la convergenza; serie a termini non negativi; criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto, serie a termini di segno variabile, criterio di Leibniz, convergenza semplice e convergenza assoluta; serie di Mengoli, armonica, armonica generalizzata, geometrica ed esponenziale. Criterio di condensazione e somme di Abel.

Funzioni continue: Funzioni reali di una variabile reale; dominio, grafico e codominio; funzioni iniettive, suriettive, biettive, pari e dispari; funzione inversa; funzioni elementari: polinomi e funzioni razionali, potenza, funzione esponenziale, iperboliche, circolari, e loro grafici; somma, prodotto, quoziente e composizione di funzioni; funzioni monotone e limitate; limiti delle funzioni reali; regole per il calcolo di limiti; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri per le funzioni; funzioni continue; funzioni continue su un intervallo: teorema degli zeri e dei valori intermedi; continuità delle funzioni elementari e delle loro inverse: logaritmi, inverse delle funzioni trigonometriche e iperboliche; funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstraß.

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile: Rapporto incrementale; derivata e suo significato geometrico; regole di derivazione; derivazione delle funzioni composte e delle funzioni inverse; derivazione delle funzioni elementari e loro inverse; estremi locali e teorema di Fermat; i teoremi di Rolle e di Lagrange; conseguenze del teorema di Lagrange; funzioni monotone; estremi locali di funzioni derivabili; funzioni con derivata zero; le regole di de l'Hospital; approssimazione lineare di una funzione; il differenziale; le derivate successive; i simboli di Landau; funzioni con contatto di ordine n ; polinomio di Taylor e di Mac Laurin; la formula di Taylor con resto di Lagrange e resto di Peano; i polinomi

di Taylor delle funzioni elementari; applicazioni del teorema di Taylor: estremi locali, calcolo numerico, confronti asintotici tra funzioni e calcolo dei limiti con il principio di sostituzione, serie di Taylor, sviluppo delle funzioni elementari; studio di funzione.

Calcolo Integrale per funzioni di una variabile: Somme di Cauchy-Riemann, integrale di Riemann e significato geometrico; caratterizzazione delle funzioni integrabili; classi di funzioni integrabili; proprietà dell'integrale; la funzione integrale e la primitiva; teorema fondamentale del calcolo integrale; integrale indefinito; regole di integrazione: integrazione per parti e per sostituzione; integrali impropri e criteri di convergenza, serie e integrali impropri.

Numeri complessi: Definizione dei complessi e struttura di campo; forma cartesiana dei complessi e piano di Gauß; coniugato, modulo e argomento di un complesso; disuguaglianza triangolare; forma trigonometrica dei complessi; significato geometrico delle operazioni fra complessi; potenze, radici, esponenziali e logaritmi di numeri complessi. Formule di Eulero e di De Moivre.

Equazioni differenziali del primo ordine: Interpretazione geometrica; integrale generale e problema di Cauchy; esistenza di soluzioni locali e globali, teorema di Peano e di Cauchy; funzioni Lipschitziane; dipendenza continua dal dato iniziale; equazioni lineari del primo ordine, equazioni omogenee, metodi di variazione della costante; equazioni a variabili separabili, soluzioni stazionarie.

Equazioni differenziali del secondo ordine: Problema di Cauchy; equazioni lineari a coefficienti costanti, equazione omogenea associata, polinomio caratteristico, soluzione particolare e generale, equazioni complete, metodo di variazione della costante, il Wronskiano; principio di similitudine.

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili: Funzioni reali di più variabili, grafico, curve di livello; norma euclidea, proprietà topologiche e metriche di \mathbb{R}^n ; limiti in \mathbb{R}^n ; funzioni continue di più variabili; derivate parziali e direzionali; gradiente; continuità e derivabilità, approssimazione lineare, piano tangente; estremi locali, punti critici e teorema di Fermat; differenziabilità e la classe C^1 di un aperto; derivate successive e teorema di Schwarz, la classe C^k , la matrice Hessiana, Teorema di Taylor, matrici definite positive/negative e indefinite e loro classificazione, problemi di ottimizzazione libera; teorema di Weierstrass in \mathbb{R}^n ; teorema di esistenza degli zeri in \mathbb{R}^n ; funzioni di più variabili a valori vettoriali, limiti, continuità, derivabilità, differenziabilità, matrice Jacobiana, regola della catena, trasformazioni regolari di coordinate: coordinate polari, cilindriche e sferiche, trasformazioni regolari, invertibilità locale di trasformazioni.

Calcolo Integrale per funzioni di più variabili: Integrazione di funzioni di due variabili, integrale di Riemann, area di un insieme, proprietà dell'integrale, domini semplici e regolari, teorema di Fubini, interpretazione geometrica; cambiamento di variabili, integrazione in coordinate polari. Calcolo dell'integrale gaussiano. Integrali tripli. Integrazione per fili e per strati. Cambiamento di variabile. Integrali tripli in coordinate sferiche e cilindriche.

Testi consigliati:

M.Bramanti, C.D. Pagani, S.Salsa: Analisi Matematica 1 e 2, Zanichelli;

M.Bertsch, R.Dal Passo, L.Giacomelli: *Analisi Matematica*, McGraw Hill;
P. Loreti, D. Sforza: *Esercizi di Analisi Matematica*, Università La Sapienza;
P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica*, Liguori Editore.
J. Stewart: *Calcolo* (2 volumi), Maggioli Editore.
R. A. Adams, C. Essex: *Calcolo Differenziale* (2 volumi), Casa Editrice Ambrosiana.