

**FISICA MATEMATICA (Ingegneria Civile)**  
**APPELLO straordinario (09.04.2018)      A.A.2017/18**

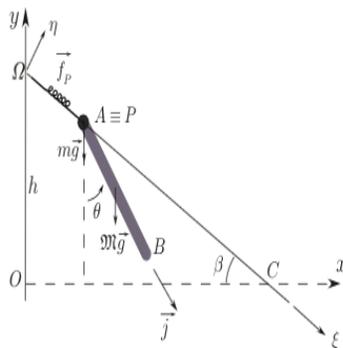
COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. ....  
 LUOGO E DATA DI NASCITA .....

---

**MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE**

In un piano verticale  $(x, y)$  fisso nello spazio terrestre supposto inerziale (dover gli assi  $x$  e  $y$  sono, rispettivamente, orizzontale e verticale, orientato verso l'alto) un sistema è costituito da un elemento pesante  $E$  di massa  $m$  (la cui posizione sia  $P$ ), e da una sbarretta  $AB$ , rettilinea rigida omogenea pesante di lunghezza  $l$  e massa  $\mathcal{M}$ , vincolata ad  $E$  nel suo estremo  $A$  mediante una cerniera cilindrica ad asse orizzontale parallelo a  $z$ . Sia  $\xi$  una retta orientata del piano  $(x, y)$ , con origine in un punto  $\Omega$  del semiasse  $y > 0$ , incidente il semiasse positivo  $x > 0$  in un suo punto  $C$ , e, orientata da  $y$  a  $x$ ; si chiamino  $\beta$  l'angolo  $OC\Omega$ ,  $\Omega C \sin \beta =: h > 0$ , e sia  $\eta$  l'asse ortogonale a  $\xi$  sul piano  $x, y$  con origine in  $\Omega$  e orientato verso l'alto. L'elemento è vincolato senza attrito a muoversi lungo una guida coincidente con  $\xi$ , e su di esso agisce una forza elastica  $\vec{f}_P = k \overrightarrow{\Omega P}$  di centro  $\Omega$  e costante elastica  $k$ .

Detti  $G$  il baricentro della sbarra,  $\vec{j}$  il versore di  $AB$  e  $\theta$  l'anomalia che esso forma con il versore  $\vec{e}_2$ , contata positivamente in senso antiorario rispetto al versore  $\vec{e}_2$ , si scelgano come variabili lagrangiane l'ascissa  $\xi$  dell'elemento e l'anomalia  $\theta$ .



- 1) Scrivere le espressioni lagrangiane delle energie cinetica e potenziale del sistema.
- 2) Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema.
- 3) Determinare le eventuali posizioni di equilibrio e studiarne la stabilità.
- 4) Scrivere le equazioni linearizzate nell'intorno delle posizioni di equilibrio stabile e determinare il periodo delle piccole oscillazioni nell'intorno della posizione di equilibrio stabile. Specificarne poi i valori sotto le ipotesi:  $m = \mathcal{M}, \beta = 0, k = 3mg/2l$ .
- 5) Scrivere le equazioni cardinali della dinamica per la sbarra e di Newton per l'elemento, e verificare le equazioni di Lagrange trovate al Punto 2).
- 6) Nelle stesse ipotesi del Punto precedente, calcolare la soluzione  $(\xi^{lin}(t), \theta^{lin}(t))$  che corrisponde alle condizioni iniziali:  $\xi_0 \neq 0, \theta_0 \neq 0, \dot{\xi}_0 = 0, \dot{\theta}_0 = 0$ .

**Riservato alla Commissione di Esame**

SCRITTO \_\_\_\_\_

ORALE \_\_\_\_\_

