

Durante la lezione del 17 verranno presentati i procedimenti risolutivi di 1, 5, 9, 12

1) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per  $t = 0$ , da  $E_y = a \sin(bx)$ ;  $E_z = 0$  con  $E_{\text{eff}} = 1,41 \text{ V/m}$ .

Determinare:

- 1) l'ampiezza del campo elettrico
- 2) la lunghezza d'onda sapendo che la frequenza dell'onda è 10 GHz
- 3) il valore di b
- 4) l'andamento spaziale del campo elettrico per  $t = 3 \text{ ns}$ .
- 5) l'intensità media dell'onda
- 6) l'espressione del campo magnetico

$$\begin{aligned} \ggggg E_0 &= 2 \text{ V/m}; \quad \lambda = 3 \text{ cm}; \quad b = 200\pi/3 \text{ m}^{-1}; \quad E_y(x, 3\text{ns}) = 2 \text{ V/m} \sin(200\pi/3 x[\text{m}]); \\ J &= 5,3 \text{ mW}; \quad B_z(x, t) = 20/3 \text{ nT} \sin(200\pi/3 x[\text{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} t[\text{s}]) \end{aligned}$$

2) Il campo elettrico di un'onda piana monocromatica nel vuoto ha le componenti  $E_x = E_y = 0$ ,  $E_z = a \sin(by - \omega t)$  con  $a = 0,6 \text{ V/m}$ ,  $b = \pi \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega = 6\pi \cdot 10^8 \text{ rad/s}$ .

Determinare le componenti del suo campo magnetico.

$$\ggggg B_x(y, t) = 2 \text{ nT} \sin(\pi y[\text{m}] - 6\pi \cdot 10^8 t[\text{s}])$$

3) Un'onda elettromagnetica piana viaggia in un materiale con velocità  $c/3$ . Il campo elettrico che oscilla lungo la direzione dell'asse x con frequenza  $\nu = 1 \text{ MHz}$ . L'intensità dell'onda è  $J = 20 \text{ W/m}^2$ . Determinare la lunghezza d'onda  $\lambda$  e la densità di energia trasportata.

$$\ggggg \lambda = 100 \text{ m}; \quad u = 0,2 \text{ } \mu\text{J/m}^3$$

4) Un'onda radio di frequenza  $\nu$  che nel vuoto avrebbe lunghezza d'onda  $\lambda_0$ , viaggia in un materiale con velocità  $n$  volte inferiore a quella che avrebbe nel vuoto. Determinare la lunghezza d'onda della radiazione.

$$\ggggg \lambda = \lambda_0/n$$

5) Il vettore di Poynting di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso crescente dell'asse x ha l'espressione  $J(x, t) = J_0 \sin^2(kx - \omega t)$  con  $J_0 = 40 \text{ mW/m}^2$ ;  $\omega = 3 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$ .

Determinare il numero d'onda  $k$ , l'intensità media dell'onda e i valori massimi dei campi E e B

$$\ggggg k = 10 \text{ m}^{-1}; \quad J_{\text{med}} = 20 \text{ mW/m}^2; \quad E_0 = 3,88 \text{ V/m}; \quad B_0 = 12,9 \text{ nT}$$

6) Un'onda elettromagnetica piana di frequenza  $\nu = 500 \text{ kHz}$  viaggia nel vuoto con intensità media  $J = 30 \text{ W/m}^2$ . Determinare la lunghezza d'onda  $\lambda$  e il valore massimo del campo elettrico.

$$\ggggg \lambda = 600 \text{ m}; \quad E_0 = 150 \text{ V/m}$$

7) Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana che si propaga in un materiale è descritto dall'equazione  $E_y(x, t) = E_0 \sin(x/a - bt)$  con  $E_0 = 10 \text{ V/m}$ ,  $a = 0,01 \text{ mm}$ ,  $b = 2 \cdot 10^{13} \text{ rad/s}$ . Determinare il rapporto  $n$  (indice di rifrazione del materiale) fra la velocità che l'onda avrebbe nel vuoto e quella che ha nel materiale:  $n = c/v$ .

$$\ggggg n = 1,5$$

8) Una recente normativa sulle emissioni elettromagnetiche con frequenze tra 6 GHz e 300 GHz ha fissato a  $50 \text{ W/m}^2$  l'intensità massima al di sopra della quale scatta l'obbligo di intervento. Determinare a quali valori efficaci di campo elettrico e magnetico nel vuoto corrisponde il limite della normativa.

$$\ggggg E_{\text{MAX}} = 137 \text{ V/m}; \quad B_{\text{MAX}} = 0,46 \text{ } \mu\text{T}$$

9) Un'onda e.m. piana di frequenza  $\nu = 100$  MHz viaggia nel vuoto in direzione x. La potenza media trasmessa per unità di superficie è  $100 \text{ W/m}^2$ . Determinare il numero d'onda k, il valore massimo del campo magnetico e la densità media di energia trasportata

$$\ggggg k = 2\pi/3 \text{ m}^{-1}; B_{\text{MAX}} = 0,91 \text{ } \mu\text{T}; u = 0,33 \text{ } \mu\text{J/m}^3$$

10) Una cella fotovoltaica di superficie  $S = 12 \text{ cm}^2$  eroga una corrente  $I = 100 \text{ mA}$  ad una tensione  $V = 0,5 \text{ V}$  quando è esposta alla piena luce solare.

Approssimando quest'ultima a un'onda piana monocromatica con ampiezza del campo elettrico  $E = 1 \text{ kV/m}$  che incide perpendicolarmente alla superficie della cella, calcolarne il rendimento  $\eta$  dato dal rapporto fra la potenza erogata e quella ricevuta.

$$\ggggg \eta = 3,1 \%$$

11) In una giornata di sole, a mezzogiorno, la radiazione solare cede ad un centimetro quadrato di superficie terrestre  $6 \text{ J}$  al minuto. Calcolare i valori massimi di E e B dell'onda che trasporta tale energia supponendo che sia piana, armonica e che incida perpendicolarmente alla superficie terrestre

$$\ggggg E_0 = 868 \text{ V/m}; B_0 = 2,89 \text{ } \mu\text{T}$$

12) La luce solare incide su una cella fotovoltaica di area  $A = 10 \text{ cm}^2$  formando un angolo  $\theta = 30^\circ$  rispetto alla normale alla superficie.

Sapendo che il campo magnetico sinusoidale ha un'ampiezza di  $3 \text{ } \mu\text{T}$  e che solo il 15% della potenza luminosa viene convertita in potenza elettrica determinare la potenza elettrica media generata.

$$\ggggg P_{\text{gen}} = 0,15 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times 1074 \text{ W/m}^2 \times \cos 30^\circ = 0,14 \text{ W}$$

$$3) J = u v$$

$$5) E_0 = (J_0 Z_0)^{1/2}$$

$$6) E_0 = (2 J_{\text{med}} Z_0)^{1/2}$$

$$7) n = c/v = c/(\omega/k) = c/ab$$

$$8) E_0 = (J_0 Z_0)^{1/2}$$

$$9) J = u v$$

$$10) J = E^2/2Z_0; P_{\text{ass}} = J S; P_{\text{gen}} = f I$$

$$11) J = P/S = 1 \text{ kW/m}^2 = E^2/2Z_0$$

$$12) P_{\text{ass}} = JS \cos\theta; J = E_0^2/2Z_0 = B_0^2 c^2/2Z_0$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{2\pi}{T} = \frac{\omega}{k}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$E_y(x, t) = E_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] = E_0 \sin[kx - \omega t]$$

$$B_z(x, t) = B_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] = B_0 \sin[kx - \omega t]$$

$$\vec{J} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad J = \frac{1}{S} \frac{dU}{dt} = \frac{dP}{dS} = u v = \frac{E^2}{Z_0} \quad J_{\text{med}} = \frac{E_0^2}{2 Z_0}$$

$$P = \int \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad u = \epsilon_0 E^2 \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$$

$$f_{\text{med}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$f_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}$$

$$\text{se } f(t) \text{ è armonica } f_{\text{eff}} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$$

Per esempio la linea di alimentazione a 230 V (efficaci) corrisponde a un'ampiezza  $f_0 = 230 \text{ V} \times \sqrt{2} = 325 \text{ V}$

