

Durante la lezione di lunedì 28 verranno presentati i procedimenti risolutivi dei problemi 6, 8 e 10

1) Su una lastra metallica quadrata di lato 2 m è uniformemente distribuita una carica di 8,9 nC. Determinare il valore del campo elettrico in un punto al centro della lastra a distanza $d = 1$ cm da essa.

2) Un conduttore sferico di raggio 20 cm, porta una carica di 0,8 nC. Determinare:

- il potenziale sulla superficie del conduttore;
- il potenziale in un punto P distante 40 cm dalla superficie del conduttore;
- il modulo del campo elettrico nel punto P.

3) La tastiera del computer si basa sul concetto di capacità. Ogni tasto costituisce un condensatore che cambia la distanza tra le sue armature quando viene premuto. Supponendo che la distanza tra le armature sia di 5 mm e che diminuisca fino a 0,15 mm quando il tasto è abbassato e che ciascuna armatura sia di forma quadrata di lato 1 cm, determinare il cambiamento di capacità che viene rilevato dal computer.

4) Due armature metalliche di area 10 cm^2 sono elettrizzate con cariche uguali ed opposte. La distanza fra le lastre è 2,5 mm e tra esse c'è una differenza di potenziale di 12 V. Determinare: capacità, carica, campo elettrico e energia immagazzinata nel condensatore

5) Le armature di un condensatore piano, distanti $d = 0,1$ mm, sono uniformemente cariche con densità $\sigma_1 = +0,89 \text{ mC/m}^2$ e $\sigma_2 = -\sigma_1$. Sapendo che l'energia immagazzinata è $U = 10 \text{ mJ}$ determinare:

- la differenza di potenziale fra i due piani
- la capacità del condensatore
- l'area delle armature

6) Un condensatore cilindrico è costituito da un tratto lungo L di cavo coassiale che ha come armatura interna la superficie di un conduttore di raggio R_1 e come armatura esterna una guaina conduttrice di raggio R_2 .

La carica $+Q$ si distribuisce lungo L con densità $\lambda = Q/L$ sull'armatura di raggio R_1 ; la stessa carica ma di segno opposto $-Q$ si distribuisce lungo L con densità $\lambda = -Q/L$ sull'armatura di raggio R_2 .

Il campo elettrico fra le armature ha un andamento radiale: $E(r) = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$ [verificare utilizzando Gauss] e la differenza di potenziale fra le armature è $\Delta V = \lambda/(2\pi\epsilon_0) \ln(R_2/R_1)$ [verificare integrando E fra R_1 e R_2];

Calcolare l'energia contenuta nel condensatore, sia a partire dal valore della capacità e della differenza di potenziale, sia integrando la densità di energia $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ sul volume fra le armature.

7) Defibrillatore

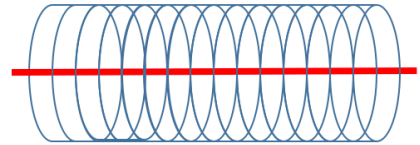


Una batteria da 5 kV viene collegata a un condensatore di capacità $C = 30 \mu\text{F}$ che quindi immagazzina una grande quantità di energia. Una volta carico, gli elettrodi vengono applicati sul petto del paziente ed il circuito viene chiuso: l'energia si scarica attraverso una corrente che fluisce tra le due piastre attraverso il corpo umano (che è un buon conduttore elettrico). Calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore e la potenza media che viene erogata supponendo che la scarica avvenga in un tempo $t = 0,75 \text{ ms}$.

8) Determinare la lunghezza del filo di sezione quadrata di lato $L = 1 \text{ mm}$ con il quale viene realizzato un solenoide di raggio $R = 3 \text{ cm}$ e lunghezza $h = 30 \text{ cm}$. Le spire, realizzate senza lasciare spazi morti apprezzabili, sono avvolte su 5 strati (trascurare la piccola variazione del raggio delle spire). Determinare anche il valore del campo magnetico interno quando l'avvolgimento è percorso da una corrente di 2 A (le normative impongono una densità di corrente massima pari a 10 A/mm^2)

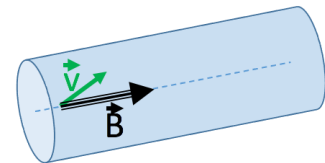


9) Un lungo solenoide rettilineo di raggio $R = 1 \text{ cm}$ è costituito da $n = 500 \text{ spire/m}$ di filo nel quale scorre la corrente $I_0 = 100 \text{ mA}$. Lungo l'asse del solenoide è posto un filo conduttore percorso dalla corrente I .



Determinare il valore di I per cui il campo B sulla superficie del solenoide forma un angolo di 45° rispetto all'asse.

10) Una particella di carica $q > 0$ e massa m , posta sull'asse di un lungo solenoide di raggio R e n spire per unità di lunghezza, viene emessa con velocità v in una direzione inclinata di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'asse. Determinare il valore minimo della corrente che impedisce alla particella di raggiungere l'avvolgimento del solenoide.



Soluzioni

1: 125 V/m

2: $V_{20} = kQ/R = 36 \text{ V}$; $V_{60} = kQ/R_{60} = 12 \text{ V}$; $E_{60} = kQ/R_{60}^2 = 20 \text{ V/m}$

3: $C_1 = 8,9 \cdot 10^{-12} \times 10^{-4} / 5 \cdot 10^{-3} = 0,18 \text{ pF}$; $C_2 = 8,9 \cdot 10^{-12} \times 10^{-4} / 0,15 \cdot 10^{-3} = 5,9 \text{ pF}$

4: $C = \epsilon_0 S/d = 3,6 \text{ pF}$; $Q = C \Delta V = 43 \text{ pC}$; $E = Q/(\epsilon_0 S) = \Delta V/d = 4,8 \text{ kV/m}$; $U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = 0,26 \text{ nJ}$

5: $\Delta V = \sigma d/\epsilon_0 = 10 \text{ kV}$; $C = 2 U/\Delta V^2 = 0,2 \text{ nF}$; $S = Cd/\epsilon_0 = 22 \text{ cm}^2$

6: $E(r): 2\pi r L E(r) = \lambda L/\epsilon_0 \rightarrow \Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$; $C = Q/\Delta V = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$;

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2 L}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1};$$

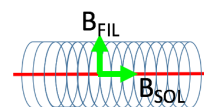
$$U = \int_{R_1}^{R_2} u(r) 2\pi r L dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\right)^2 2\pi r L dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \frac{\lambda^2 L}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2 L}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

7: $U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = 375 \text{ J}$; $P_m = U/t = 500 \text{ W}$

8: N spire: $N = 5 h/L = 1550$; lunghezza di una spira: $2\pi R \rightarrow$ lunghezza totale 283 m

$n = N/h = 5000 \text{ spire/m}$; $B = \mu_0 n I = 12,6 \text{ mT}$

9: l'angolo è di 45° : i due campi hanno la stessa intensità. Vista dall'alto:



$\mu_0 n I_0 = \mu_0 I/(2\pi R) \rightarrow I = 2\pi R n I_0 = 3,14 \text{ A}$

10: $q v \sin \theta B = m (v \sin \theta)^2/R \rightarrow q B_{\min} = m(v \sin \theta)/(R/2) \rightarrow B_{\min} = mv/(qR) = \mu_0 n I_{\min} = mv/(qR\mu_0 n)$

10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,987\,551\,787 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \sim 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2} \sim 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} = 1,256\,637\,061 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$$

$$E_{\text{piano}} = \sigma/2\epsilon_0$$

$$V_{\text{sfera}}(R) = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C = Q/\Delta V$$

$$C_{\text{piano}} = \epsilon_0 S/d$$

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$B_{\text{solenoid}} = \mu_0 n I$$

