UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

I Appello 14 Gennaio 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica elettrica statica nel vuoto Q e' uniformemente distribuita su una superficie semicilindrica di raggio a e lunghezza l>>a. Calcolare l'espressione del campo elettrico E sull'asse del cilindro, lontano dalle estremita'.

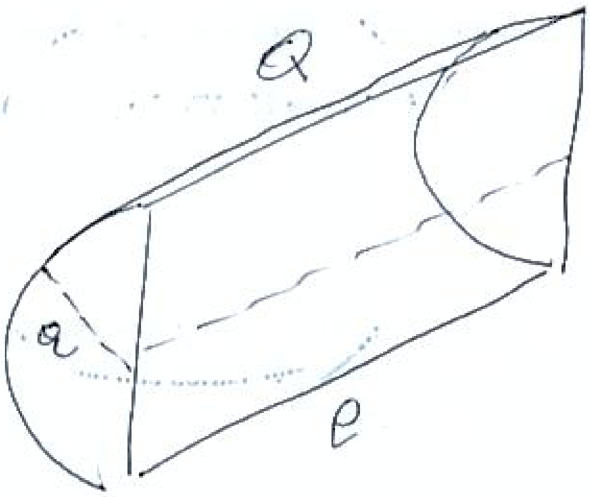
2) Un solenoide lungo e compatto con 10^3 spire/m e' percorso da una corrente stazionaria I=3A diretta come in figura. Al suo interno e' inserita parallelamente all'asse una barra a sezione circolare di materiale ferromagnetico isotropo, lineare ed omogeneo di permeabilita' μ_r=150. Calcolare le componenti del vettore densita' di corrente di magnetizzazione superficiale J_{ms} sulla superficie laterale della barra, rispetto al riferimento cartesiano in figura.

3) Il circuito di figura e' a regime con C_2 scarico quando viene spostato il commutatore sopra C_1 dalla posizione A a quella B. Calcolare l'espressione dell'energia dissipata in R una volta raggiunto il nuovo equilibrio.

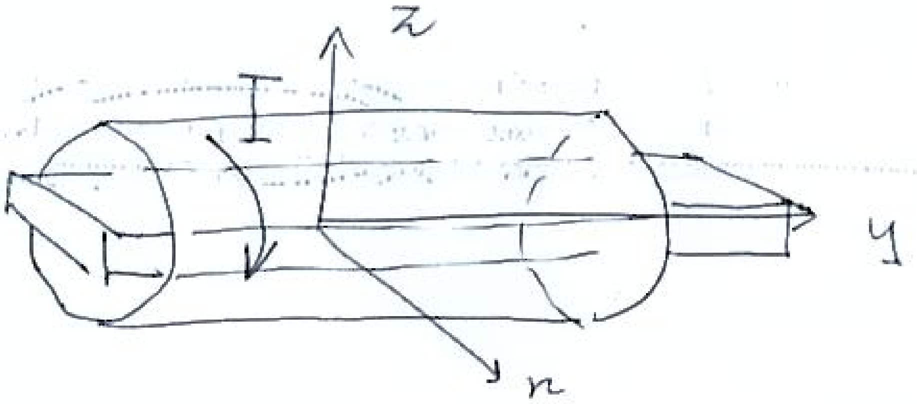
4) La densita' di corrente stazionaria nI dell'avvolgimento di un solenoide ideale in aria di raggio a, a iniziare dal tempo t=0 decade con andamento descritto da $ni(t)=nI\exp(-t/\tau)$. All'esterno del solenoide e' situato un anello dielettrico coassiale di costante ε_r, raggio medio r, interrotto da una fenditura sottile rispetto allo spessore dell'anello. Si calcoli l'espressione del campo elettrico E nello spazio in aria della fenditura, indicandone la direzione e il verso. Si calcoli inoltre la differenza di potenziale ΔV tra le pareti della fenditura.

5) In un dato sistema di riferimento cartesiano un'onda elettromagnetica piana in aria, di frequenza $\nu=10^3$MHz, e' descritta dalla seguente espressione del campo elettrico $\mathbf{E}=\mathbf{y}2E_0\cos(kx+\omega t)+\mathbf{z}E_0\cos(kx+\omega t)$, dove $E_0=10^{-2}$V/m. Sul piano xy e con centro nell'origine, e' posta una spira quadrata di lato l=1cm. Dopo aver verificato che e' possibile assumere una situazione quasi stazionaria, si calcolino in tali ipotesi l'espressione della forza elettromotrice indotta e il valore numerico del suo valor massimo, trascurando l'autoinduzione.

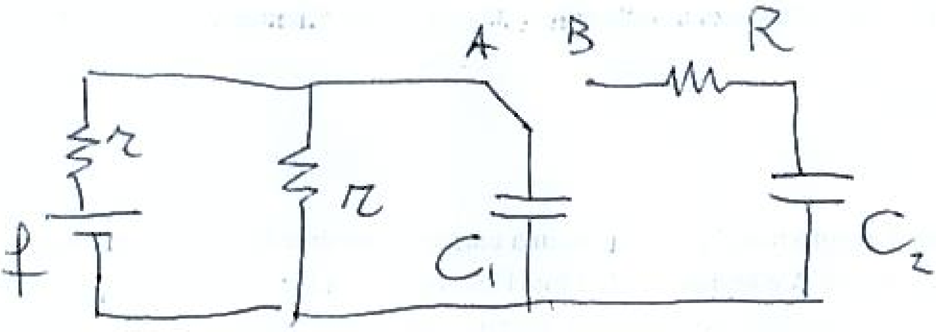
1



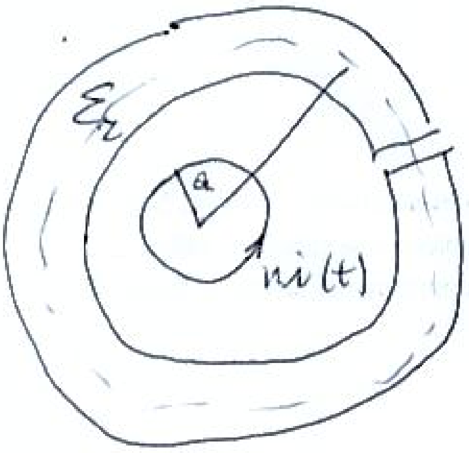
2



3

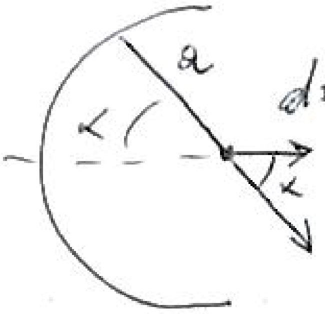


4



Soluzioni

(1)



$dE_n = dE \cos\alpha \rightarrow$ unica componente.

$$dE = \frac{d\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$d\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{\sigma \cancel{dl}\, a\, d\alpha}{\cancel{dl}} = \frac{Q}{\ell\pi \cancel{a}} \cancel{a}\, d\alpha = \frac{Q}{\ell\pi} d\alpha$$

$$E_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{Q\, d\alpha}{\ell\pi} \cos\alpha \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q}{\pi^2 \varepsilon_0 \ell a}$$

(2)

$$\vec{H}_0 = n I \hat{j} \quad ; \quad H_{t0} = H_t \Rightarrow \vec{H} = n I \hat{j}$$

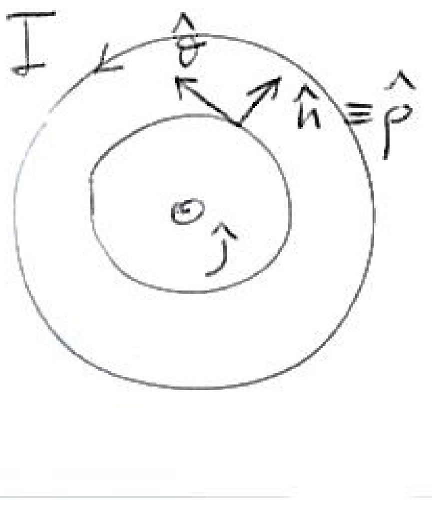
$$\Rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H} = \mu n I \hat{j}$$

$$\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n} = \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} \right) \times \hat{n} =$$

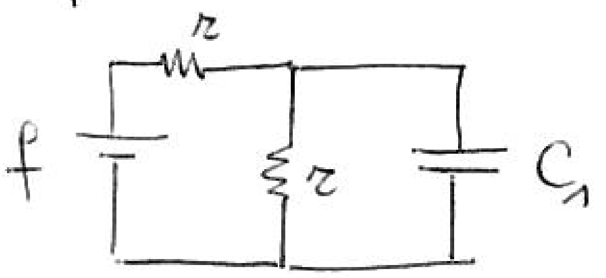
$$= (\mu_r - 1) n I (\hat{j} \times \hat{n}) = (\mu_r - 1) n I \hat{\theta}$$

$$\| $$

$$4{,}5 \cdot 10^5 \hat{\theta} \frac{A}{m}$$



③ $t \le 0$



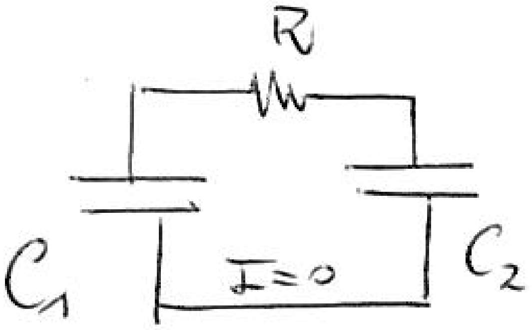
$$I = \frac{f}{2r}$$

$$\Delta V_{C_1} = I r$$

$$Q_1^0 = C_1 \Delta V_{C_1} = C_1 \frac{f}{2}$$

$t = +\infty$

"$U_c = \dfrac{Q^2}{2C}$"



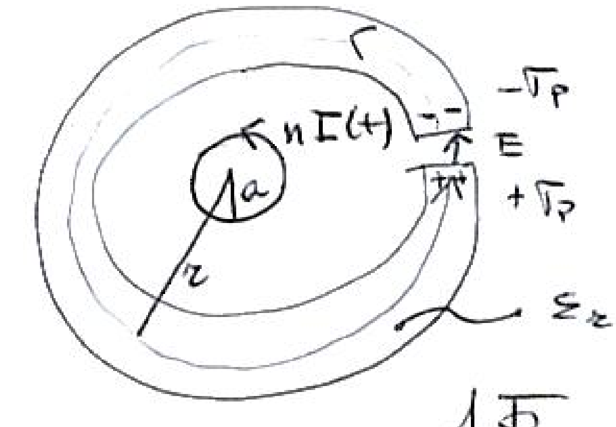
$$\begin{cases} Q_1^\infty + Q_2^\infty = Q_1^0 \\ \dfrac{Q_1^\infty}{C_1} = \dfrac{Q_2^\infty}{C_2} \end{cases}$$

→ conservazione della carica.

$$Q_1^\infty = \frac{Q_1^0 C_1}{C_1 + C_2} \qquad Q_2^\infty = \frac{Q_1^0 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$U_J = U_{C_1}^0 - \left(U_{C_1}^\infty + U_{C_2}^\infty\right) = \frac{\left(Q_1^0\right)^2}{2}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_1+C_2}\right.$$

(4)



Faraday

$$\oint_{\Gamma_r} \vec{E}\cdot d\vec{l} = E_t 2\pi r = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 \frac{dB}{dt}$$

$$= -\mu_0 n I e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\right)\pi a^2$$

$$\Rightarrow E_t = +\frac{\mu_0 n I a^2}{2\tau r} e^{-t/\tau}$$

Nel vuoto delle fenditure

$$E = E_i + \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0} = E_i + \frac{P}{\varepsilon_0} = E_i + (\varepsilon_r - 1)E_i =$$

$$= \varepsilon_r E_i = \frac{\varepsilon_r \mu_0 n I a^2}{2\tau r} e^{-t/\tau}$$

Oppure con le condizione di raccordo

$\varepsilon_r E_n$ continue $\Rightarrow$ $E_{vuoto} = \varepsilon_r E_{dielettrico}$

$$\Delta V = E_s d = \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0} d$$

(5)

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\,10^8}{10^9} \simeq 30\,cm \Rightarrow 1\,cm = \ell$$

$$f_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB_z}{dt}\ell^2 =$$

$$= -\frac{dE_y}{dt}\frac{\ell^2}{c} = -\frac{\ell^2}{c}\frac{d}{dt}\left[2E_0\cos\omega t\right] =$$

$$= \frac{\ell^2}{c}2E_0\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

$$f_i^{max} = \frac{10^{-4}}{3\cdot 10^8}\cdot 2\,10^{-2}\,2\pi\,10^9 \simeq 40\mu V$$

Esami Orali:

22 Gennaio 2014

ore 9:00

Sala Letture dip. SBAI

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

II Appello 16 Febbraio 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Nella regione sferica $a<r<b$ c'e' una carica per unità di volume $\rho=A/r$, dove A e' costante. Al centro ($r=0$) della cavità c'è una carica puntiforme q. Quale dovrebbe essere il valore di A, affinché il campo elettrico abbia intensità costante nella regione $a<r<b$?

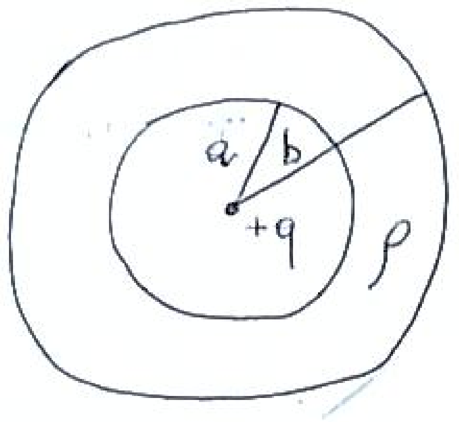
2) Un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente stazionaria I=10A, è disposto sull'asse di un sottile anello materiale di permeabilità $\mu_r=3$ e raggio medio a=10cm. Si calcoli il modulo della corrente di magnetizzazione $\mathbf{J}_{ms}$ e se ne indichi la direzione e il verso.

3) Nel circuito di figura è presente un solenoide ideale di N spire, raggio a, lunghezza l, e resistenza dell'avvolgimento trascurabile. L'interruttore si chiude a t=0, quando la situazione stazionaria è già stabilita. Si calcoli l'espressione dell'energia dissipata sulla resistenza R per t>0.

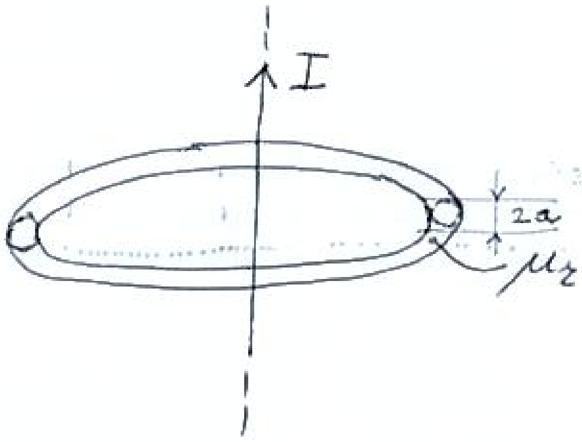
4) Si consideri un solenoide S composto da n=200 spire/cm e percorso da una corrente i=2A. Al centro di S vi sia una bobina C composta da N=300 spire strettamente impacchettate di diametro dc=2cm. La corrente del solenoide cresce linearmente da 0 a 2A in Dt=0.31s. Calcolate il valore assoluto della f.e.m. indotta nell'avvolgimento interno mentre la corrente in S sta aumentando.

5) Una sorgente di luce irraggia radiazione uniformemente in un cono di apertura $\mathbf{\Omega}=10^{-5}$ steradianti con una potenza media P=1Watt. Calcolare il valore massimo di campo elettrico e magnetico ad una distanza R=100m dalla sorgente stessa.

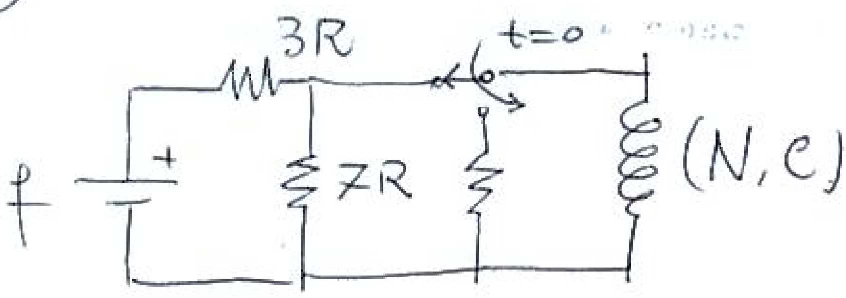
1



2



3



① Q in $a<r<b$ è:

$$Q = q + \int \rho \, dV = q + \int_a^r \frac{A}{r} 4\pi r^2 \cdot dr =$$

$$= q + 4\pi A \left.\frac{r^2}{2}\right|_a^r = q + 2\pi A (r^2 - a^2)$$

Per la simmetria centrale ed il teorema di Gauss:

$$\Phi_E = E_r \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\left[q + 2\pi A (r^2 - a^2)\right]$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r^2} + 2\pi A\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\right]$$

$$\frac{dE_r}{dr} = 0 \iff -2q\cancel{r^{-3}} + 4\pi A a^2 \cancel{r^{-3}} = 0$$

$$A = \frac{q}{2\pi a^2} \implies E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

(2)

Legge di Ampere $\quad 2\pi a H = I$

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

$$\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n}$$

$$J_{ms} = M = \chi_m H = (\mu_2 - 1)\frac{I}{2\pi a} \simeq 30 \frac{A}{m}$$

$$\chi_m \frac{B}{\mu_0 \mu_2} = \frac{(\mu_2 - 1)}{\mu_0 \mu_2}$$

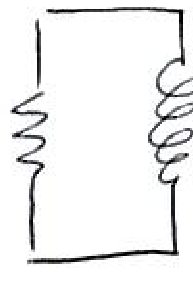
(3)

$t < 0$

$$I_0 = \frac{f}{3R}$$

$t > 0$

R



$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$$

$$U_L = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{\pi}{2} \frac{N^2 a^2}{\ell} \frac{f^2}{9R^2} \mu_0$$

(4)

S → solenoide infinito

$$B = \mu_0 n i$$

$$\Phi_c = \pi \frac{d_c^2}{4} B = \pi \frac{d_c^2}{4} \mu_0 n i$$

$$|f.e.m.| = \frac{d\Phi}{dt} = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \mu_0 n \pi N \frac{d_c^2}{4} \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$\simeq 15\,mV$$

(5)

$$\Delta S = \Omega R^2$$

$$\bar{I} = \frac{P}{\Delta S} = \frac{P}{\Omega R^2} = 10 \frac{W}{m^2}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{E_M^2}{Z_0} \Rightarrow E_M = \sqrt{2 Z_0 \bar{I}} \simeq 87 \frac{V}{m}$$

$$H = \frac{E_M}{Z_0} \simeq 0{,}23\ A/m$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

III Appello 15 Aprile 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica elettrica nel vuoto e' distribuita con densita' lineare uniforme λ su un segmento di lunghezza l. Scegliendo l'asse x come in figura calcolare, sull'asse stesso, l'espressione del potenziale elettrico nel generico punto esterno alla distribuzione ($x>l$ e $x<0$).

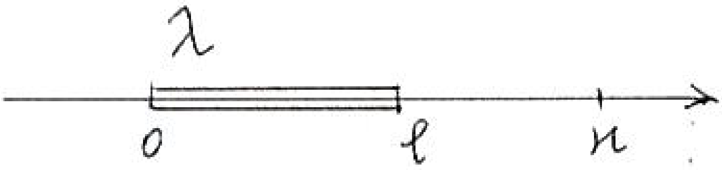
2) Una carica Q e' uniformemente distribuita su una sottile spira quadrata di lato l in rotazione attorno ad una sua diagonale con una velocita' angolare ω costante. Calcolare l'espressione del momento magnetico **m**.

3)Nel circuito in figura f=12 V, r=2 Ω, R=10 Ω, R_2=12 Ω, R_3=24 Ω,, la corrente che circola nel generatore e' i=0.5 A,. L'energia elettrostatica immagazzinata in C_1 e C_2 vale rispettivamente $U_1=4\cdot10^{-6}$ J e $U_2=2\cdot10^{-6}$ J. Calcolare il valore di R_1, C_1 e C_2.

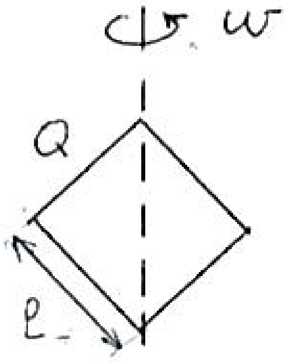
4) Una corrente di conduzione i=Isen(ωt) alimenta un condensatore piano con armature circolari di raggio R. Si determini l'espressione del campo magnetico H in un punto P posto tra le armature e distante r ($r<R$) dall'asse di queste.

5) Un'onda eletromagnetica piana linearmente polarizzata con il vettore campo elettrico parallelo all'asse y, di frequenza ν=300MHz con ampiezza E_0=100 mV/m si propaga nel vuoto lungo l'asse x ed investe una spira quadrata di lato L=25 cm disposta, come in figura, nel piano xy. Se la spira ha resistenza elettrica complessiva R=30 Ω, calcolare la corrente i(t) circolante nella spira.

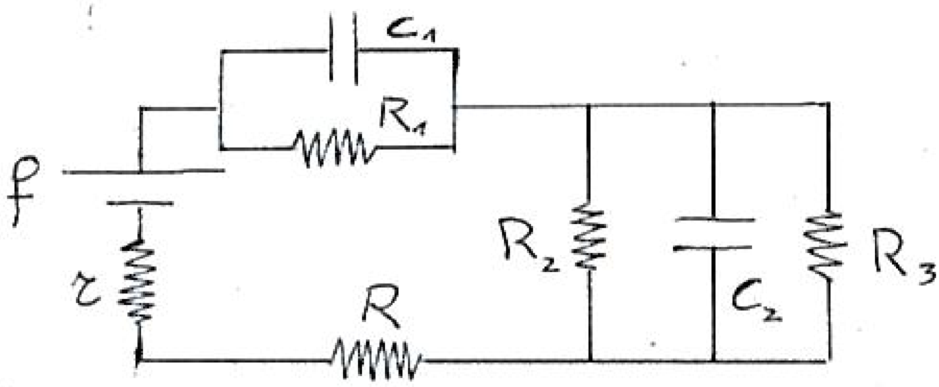
1)



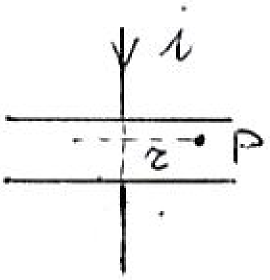
2)



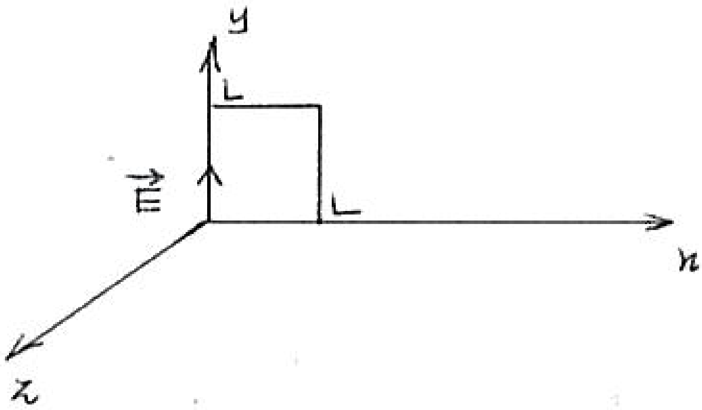
3)



4)

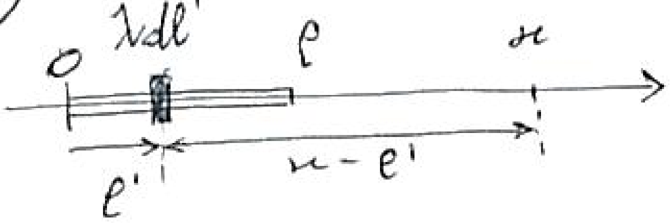


5)



Soluzioni

(1)



per $x > \ell$:

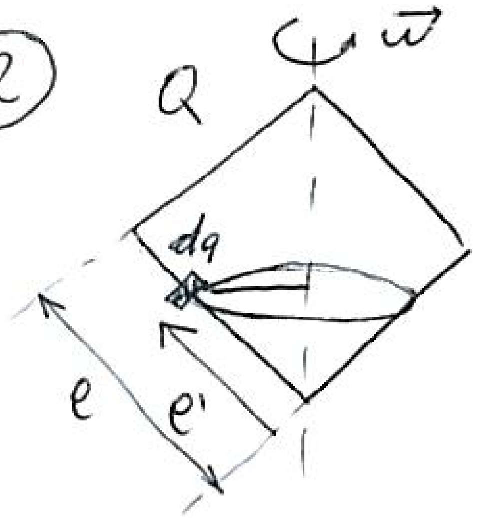
$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\ell'}{x-\ell'}$$

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\ell \frac{d\ell'}{x-\ell'} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x-\ell}{x}\right) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x}{x-\ell}\right)$$

per $x < 0$:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\ell'}{-x+\ell'} \Rightarrow V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{x-\ell}{x}\right)$$

(2)



Un lato:

$$dm_1 = dI\,S = \frac{dq}{T}S =$$

$$= \frac{\lambda d\ell'\omega}{2\pi}\cdot\pi\,(\ell'\sin 45^\circ)^2 =$$

$$= \frac{\omega\lambda}{4}\ell'^2 d\ell'$$

$$m_1 = \frac{\omega}{4}\frac{Q}{4\ell}\int_0^\ell \ell'^2 d\ell' = \frac{1}{48}\omega Q\ell^2$$

$$\vec{m} = \frac{1}{12}\vec{\omega}Q\ell^2$$

③ $R_{eq} = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 8\,\Omega$

$R_T = r + R + R_1 + R_{eq} = \dfrac{f}{i} = 24\,\Omega$

$R_1 = 4\,\Omega$

$V_1 = R_1 i = 2V$; $C_1 = 2\dfrac{U_1}{V_1^2} = 2\cdot 10^{-6} F$

$V_2 = R_{eq}\, i = 4V$; $C_2 = 2\dfrac{U_2}{V_2^2} = 0{,}25\cdot 10^{-6} F$

④ $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \hat{n}\, dS$

$\begin{cases} \text{simmetria cilindrica} \\ \vec{D} \text{ uniforme} \end{cases}$

$2\pi r H = \dfrac{\partial D}{\partial t}\pi r^2$

$J_{sp} = \dfrac{\partial D}{\partial t} = \dfrac{i}{\pi R^2} = \dfrac{I \sin\omega t}{\pi R^2}$

$\Rightarrow H = \dfrac{r I}{2\pi R^2}\sin\omega t$

$$\textcircled{5} \quad \lambda = c/\nu = 1\,m \quad ; \quad \frac{\omega}{K} = c$$

$$E = E_y = E_0 \cos(Kx - \omega t)$$

$$B = B_z = B_0 \cos(Kx - \omega t) = \frac{E_0}{c}\cos(Kx - \omega t)$$

$$f_i = -\frac{\partial \Phi(B)}{\partial t}$$

$$\Phi(B) = \int_0^L \frac{E_0}{c}\cos(Kx - \omega t)\, L\, dx =$$

$$= \frac{E_0 L}{cK}\left[\sin(KL - \omega t) + \sin \omega t\right]$$

$$f_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{E_0 L \omega}{cK}\left[\cos(KL - \omega t) - \cos \omega t\right]$$

$$\boxed{i(t) = \frac{f_i}{R} = \frac{E_0 L}{R}\left[\cos(\overset{\pi/2}{KL} - \omega t) - \cos \omega t\right] =}$$

$$i(t) = 0{,}83 \cdot 10^{-3} (\operatorname{sen} \omega t - \cos \omega t)\ A.$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

IV Appello 11 Giugno 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica statica nel vuoto e' distribuita uniformemente su quattro segmenti di lunghezza L, disposti radialmente a distanza d dal centro O, con densita' lineare λ su tre segmenti e $-\lambda$ sull'altro. Si calcoli l'espressione del potenziale V(O) assumendo $V(\infty)=0$.

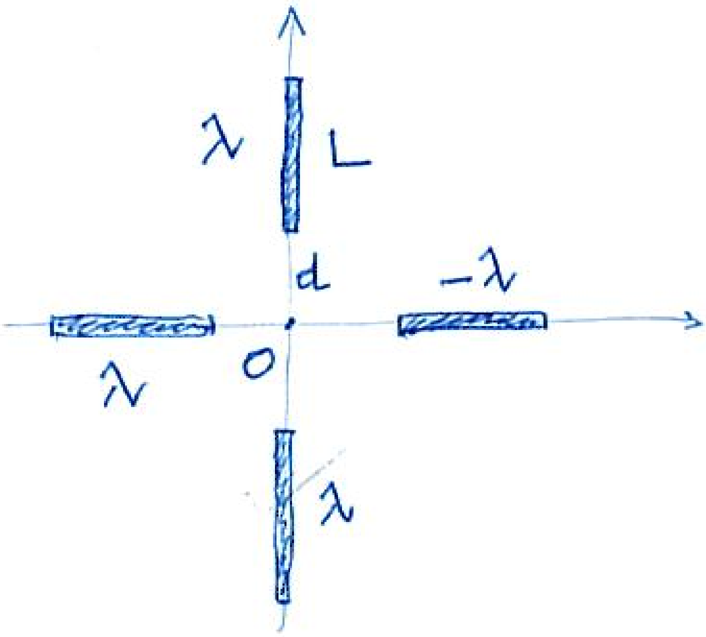
2) Il circuito in figura, in aria, consiste di due tratti circolari concentrici, rispettivamente di raggi r=10cm e 3r, raccordati da due tratti radiali, ed e' percorso dalla corrente stazionaria I=10A. Si calcoli il campo **B** al centro O.

3)Il circuito in figura e' in condizioni stazionarie con l'interruttore chiuso quando all'istante t=0 questo viene aperto. Calcolare l'andamento della carica Q(t) presente nel condensatore per t>0 e l'energia complessivamente dissipata su R_3 durante il processo di scarica.

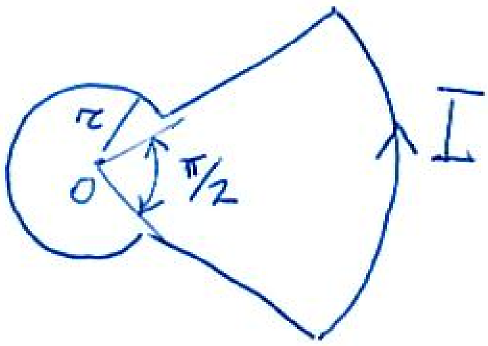
4) Si considerino due spire circolari complanari e concentriche, di raggio r ed R, rispettivamente, con r<<R. Ricavare l'espressione dell'ampiezza della f.e.m. indotta nella spira di raggio R quando nella spira di raggio r circola una corrente con andamento temporale sinusoidale, di ampiezza I_0 e periodo T. Calcolare il valore numerico per R=1m, r=1cm, I_0=100mA, T=6.28μs.

5) Un'onda elettromagnetica piana di frequenza ν, polarizzata linearmente, si propaga in aria ed incontra un sottile anello di filo conduttore, di resistenza elettrica R e raggio a molto minore della lunghezza d'onda dell'onda considerata. L'anello e' disposto nel piano formato dalla direzione di propagazione e dalla direzione di vibrazione del campo elettrico. Sapendo che l'intensita' media dell'onda e' I, ricavare l'espressione della potenza media dissipata sull'anello per effetto Joule.

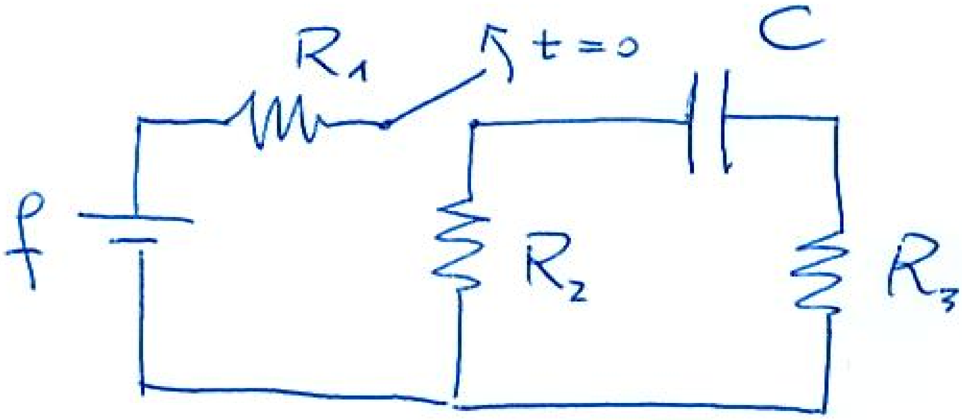
1)



2)



3)



Soluzioni

① $dq = \lambda dl$ nel punto O genera:

$$dV_1 = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 (l+d)} \longrightarrow V_1 = \int_0^L dV_1$$

$$V_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$$

$$V(0) = (3-1)\, V_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$$

② $\vec{B}$ è uscente dal foglio e dato soltanto dai tratti circolari

$$B = \int_{arco 1} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} dl_1 + \int_{arco 2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{9r^2} dl_2 =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\int_0^{3\frac{\pi}{2}} \cancel{\frac{r\, d\theta}{r^2}} + \int_0^{\pi/2} \cancel{\frac{3r\, d\theta}{9r^2}} \right) =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left(3\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}\frac{\pi}{2} \right) = \frac{5}{12} \frac{\mu_0 I}{r} =$$

$$= \frac{5 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 10}{12 \cdot 10^{-1}} \simeq 5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

(3)

$$\Delta V_c(t=0) = \frac{f}{R_1+R_2} \cdot R_2$$

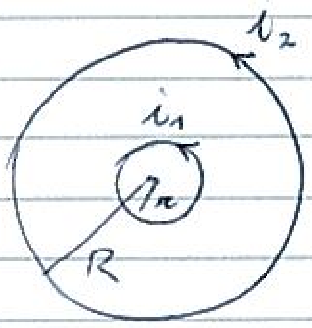
$$Q_0 = C\Delta V_c$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = RC = (R_2+R_3)C$$

$$I_{R_3}(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$W_{R_3} = \int_0^\infty R_3 I_{R_3}^2 \, dt = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\frac{R_3}{R_2+R_3}$$

(4)



$$i_1 = I_0 \sin \omega t \quad , \quad \omega = 2\pi/T$$

$$f_{2\,\text{indotta}} = -M_1 \frac{di_1}{dt} = -\underbrace{M I_0 \frac{2\pi}{T}}_{f_0} \cos \omega t$$

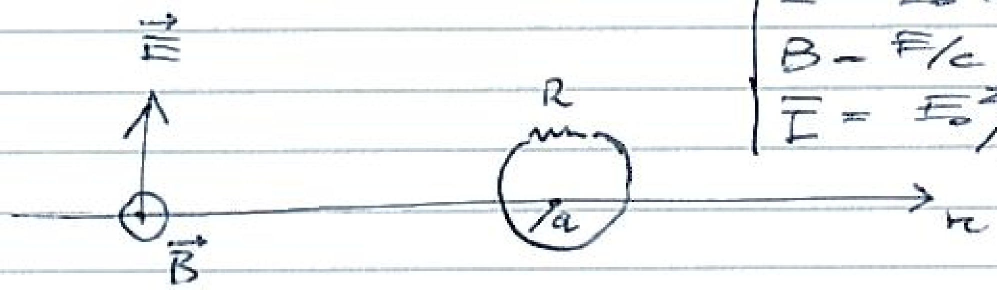
$$\Phi_1 = M i_2$$

$$\pi r^2 B_2(0) = M i_2$$

$$\pi r^2 \left(\frac{\mu_0 i_2}{2R}\right) = M i_2 \implies M = \frac{\pi}{2}\mu_0 \frac{r^2}{R}$$

$$f_0 = \frac{\pi}{2}\mu_0 \frac{r^2}{R} I_0 \frac{2\pi}{T} = 20\,\mu V$$

(5)



onde: $\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t) \\ B = E/c \\ \overline{I} = E_0^2/2Z \end{cases}$

$$|f_i| = \frac{d\Phi(B)}{dt} = \pi a^2 \frac{1}{c}\frac{dE}{dt} = \frac{\pi a^2}{c} E_0 \omega \cos(\omega t)$$

$$W_J = \frac{f_i^2}{R} = \left(\frac{\pi^2 a^4 \omega^2 2 Z \overline{I}}{R c^2}\right) \cos^2(\omega t)$$

$$\overline{W_J} = \cancel{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi^2 a^2 \omega^2 \cancel{2} Z \overline{I}}{R c^2}\right)$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

V Appello 20 Luglio 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Un lungo conduttore cilindrico di raggio a e' inglobato in un guscio dielettrico cilindrico di costante ε_r e raggio esterno b. Il conduttore e' staticamente carico con densita' superficiale uniforme σ. Si calcoli l'espressione della densita' superficiale della carica di polarizzazione σ_p sulla superficie esterna del dielettrico.

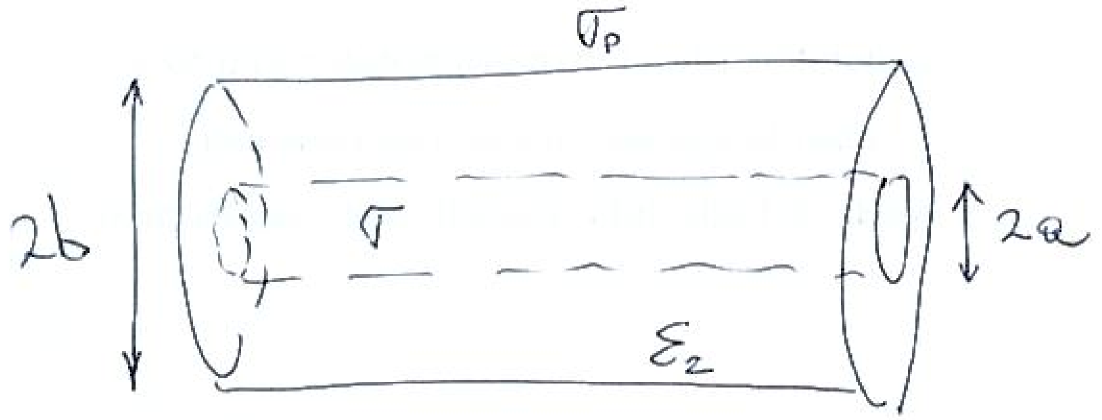
2) Sulla superficie di un disco di materiale isolante di raggio R e' distribuita uniformemente una carica Q. Se il disco e' fatto ruotare attorno al suo asse con velocita' angolare costante ω_0, calcolare a) il campo di induzione magnetica $\mathbf{B}_0$ al centro del disco e b) il momento di dipolo magnetico $\mathbf{m}$ del disco.

3) Nel circuito in figura il commutatore e' inizialmente nella posizione A. Una volta raggiunte le condizioni di regime, viene portato nella posizione B. A partire da tale istante si determini l'andamento nel tempo della differenza di potenziale (V_D-V_E). Valori numerici: f=12 V; R_1=60 Ω; R_2=R_3=80 Ω; C=0.02 μF.

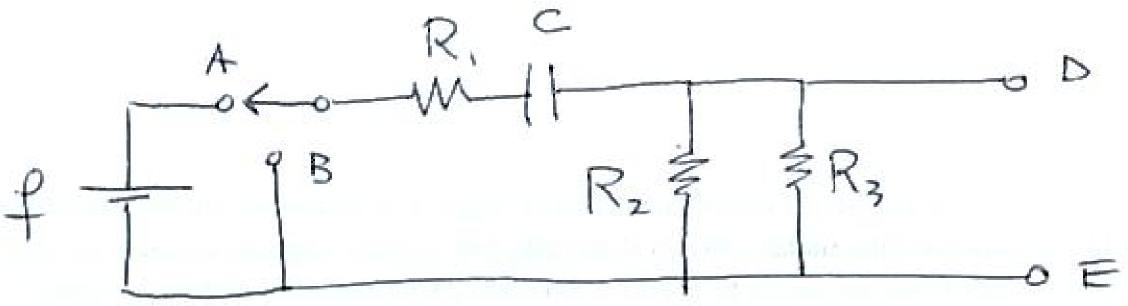
4) Una spira circolare di raggio r=a e' percorsa da una corrente variabile nel tempo con legge sinusoidale, di ampiezza I_0=6 A e periodo T=0.2 ms. Determinare la forza elettromotrice indotta in una spira di raggio R=10a, coassiale con la prima, sapendo che i centri delle spire distano z=10a, e che il sistema e' posto nel vuoto. Si assuma a=1 cm.

5) Una lampadina e' sospesa ad un' altezza h sul centro di un tavolo circolare. Schematizzando la lampadina come sorgente puntiforme isotropa di data potenza, si calcoli il valore di h per cui e' massima la potenza luminosa incidente sull' unita' di superficie del tavolo in punti distanti 50 cm dal centro.

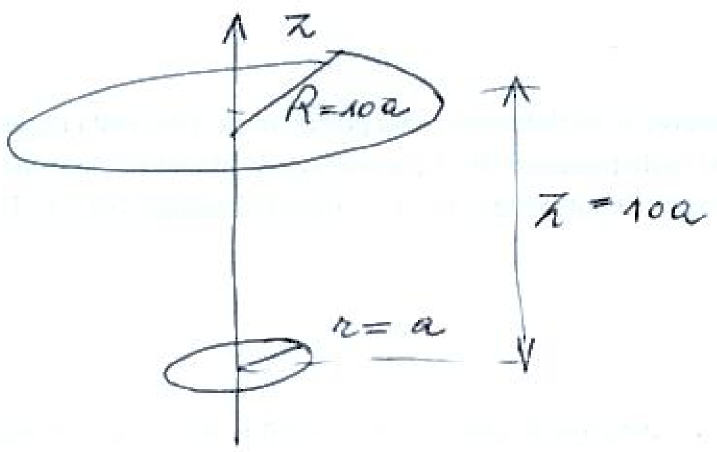
1


σ_p
$2b$
σ
$2a$
ε_2

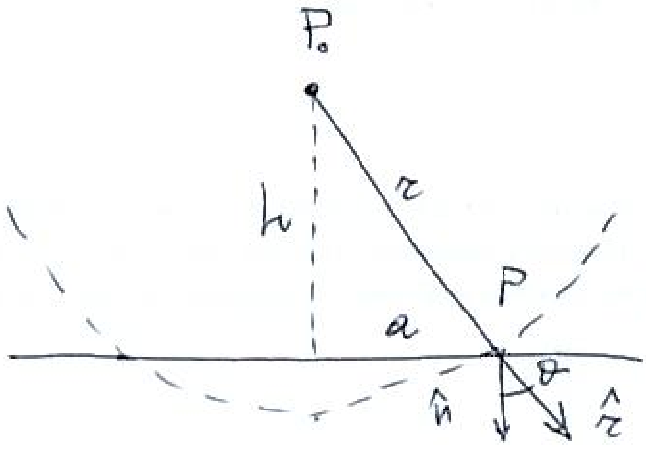
3


A
R_1
C
D
f
B
R_2
R_3
E

4


z
$R=10a$
$\bar{z}=10a$
$r=a$

5


P_0
h
r
P
a
θ
$\hat{n}$
$\hat{r}$

Soluzioni

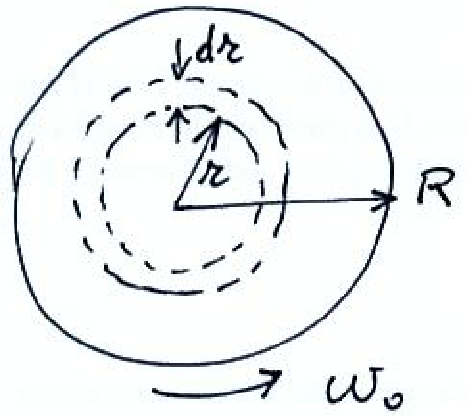
(1) $\sigma_p = P = \varepsilon_0 \chi E$

Gauss e simmetria cilindrica

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 b} = \frac{\cancel{2\pi} a \cancel{h} \sigma / \cancel{h}}{\cancel{2\pi}\varepsilon_2\varepsilon_0 b}$$

$$\sigma_p = \frac{(\varepsilon_2 - 1)\,\sigma a}{\varepsilon_2 b}$$

(2)



$dq = 2\pi r\, dr\, \sigma$

$i(r) = dq \frac{\omega_0}{2\pi} = \sigma \omega_0 r\, dr$ dove $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$

$dB_0 = \frac{\mu_0 i(r)}{2r} = \frac{1}{2}\mu_0 \sigma \omega_0\, dr$

$dm = \pi i(r) r^2 = \pi \sigma \omega_0 r^3 dr$

$$\begin{cases} B_0 = \int_0^R dB_0 = \frac{1}{2}\mu_0 \sigma \omega_0 R = \frac{\mu_0 Q \omega_0}{2\pi R} \\ m = \int_0^R dm = \frac{1}{4}\pi\sigma\omega_0 R^4 = \frac{1}{2} Q \omega_0 R^2 \end{cases}$$

$\perp$ e uscenti dal foglio.

(3) $q_0 = C f \qquad q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$

$$\tau = C R_{TOT}$$

$$R_{TOT} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$V_D - V_E = -i \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{f(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} e^{-t/\tau}$$

$$V_D - V_E = -\frac{f R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} e^{-t/\tau} = -4{,}8\, e^{-t/\tau}\ V$$

(4) $i_2(t) = i_0 \sin \omega t$

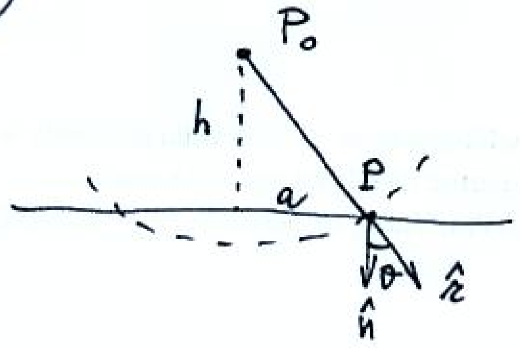
$$M = \frac{\Phi_1(B_2)}{i_2} = \frac{\Phi_2(B_1)}{i_1}$$

$$B_1(z) = \frac{\mu_0 R^2 i_1}{2(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad \Phi_2(B_1) \simeq B_1 \pi r^2$$

$$M = \frac{\mu_0 \pi r^2 R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}} \Rightarrow f_1(t) = -M\frac{di_2}{dt} = -\frac{\mu_0 \pi r^2 R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\,\omega i_0 \cos(\omega t)$$

$$f_1(t) = -1.3 \cdot 10^{-4} \cos(\omega t) \ \mathrm{V}$$

(5)



P_0 potenza emessa dalla lampadina.

$$P_0 = \Phi(I) = I\, 4\pi r^2 \Rightarrow I = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

nel punto P l'intensità luminosa è

$$L = I \cos\theta = \frac{P_0}{4\pi r^2}\cos\theta = \frac{P_0 h}{4\pi\left(\sqrt{a^2+h^2}\right)^2}$$

$$\frac{dL}{dh} = \frac{P_0}{4\pi r^5}\left(a^2 - 2h^2\right)$$

$\Rightarrow L$ è massima per $h = \frac{a}{\sqrt{2}} = 35$ cm

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

VI Appello 18 Settembre 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una sfera isolante di raggio a ha una densità di carica uniforme ρ e una carica totale Q. Concentrica alla sfera si trova una sfera cava conduttrice non carica, i cui raggi interni ed esterni sono b e c, come in figura. Trovare l'intensità del campo elettrico in tutto lo spazio. Determinare la carica indotta per unità di area sulle superfici interne ed esterne della sfera cava.

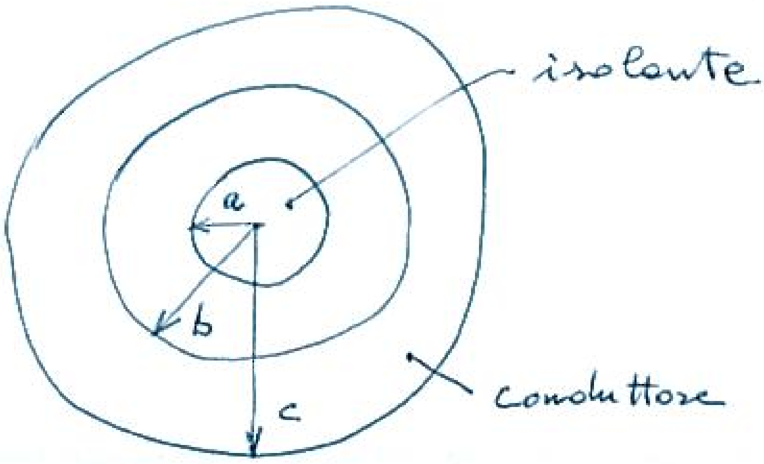
2) Nel circuito mostrato in figura, costituito da due raggi di lunghezza R e dall'arco di cerchio PQ che sottende l'angolo ϑ, scorre una corrente stazionaria I. Ricavare l'espressione del modulo del vettore induzione magnetica **B** nel punto O.

3) Il circuito in figura e' a regime quando viene aperto l'interruttore T. Sapendo che dopo molto tempo sulla resistenza R_0 si sono dissipati $2.5x10^{-5}$ J, calcolare la capacità C del condensatore. (f=20V, $R=R_0=50\ \Omega$, $L=10^{-3}$ H).

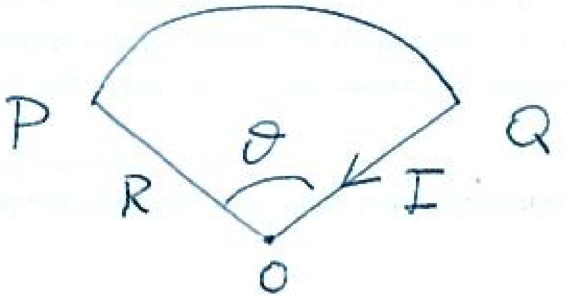
4) Una sbarretta conduttrice PQ, di lunghezza L, si muove di moto traslatorio con velocità costante v, mantenendosi perpendicolare ad un lungo filo rettilineo percorso da corrente stazionaria I. La distanza dell'estremo P della sbarretta dal filo vale a. Ricavare l'espressione della ddp che si stabilisce tra gli estremi della sbarretta.

5) Un onda elettromagnetica piana e monocromatica di frequenza ν=10 MHz si propaga nel vuoto nella direzione delle x positive. Essa è polarizzata linearmente, con il campo elettrico lungo l'asse y, ed investe una spira quadrata, di lato a=1 cm e resistenza R=100 Ω, posta sul piano xy. Se l'onda ha un'intensità media di 2 W/m^2, si calcoli l'ampiezza della corrente circolante nella spira, trascurando fenomeni di autoinduzione.

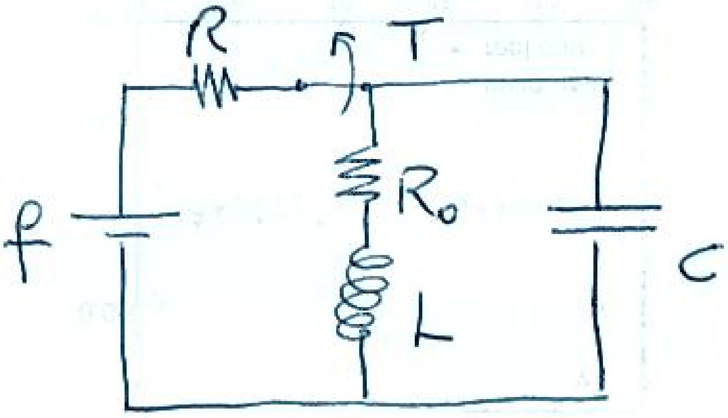
1



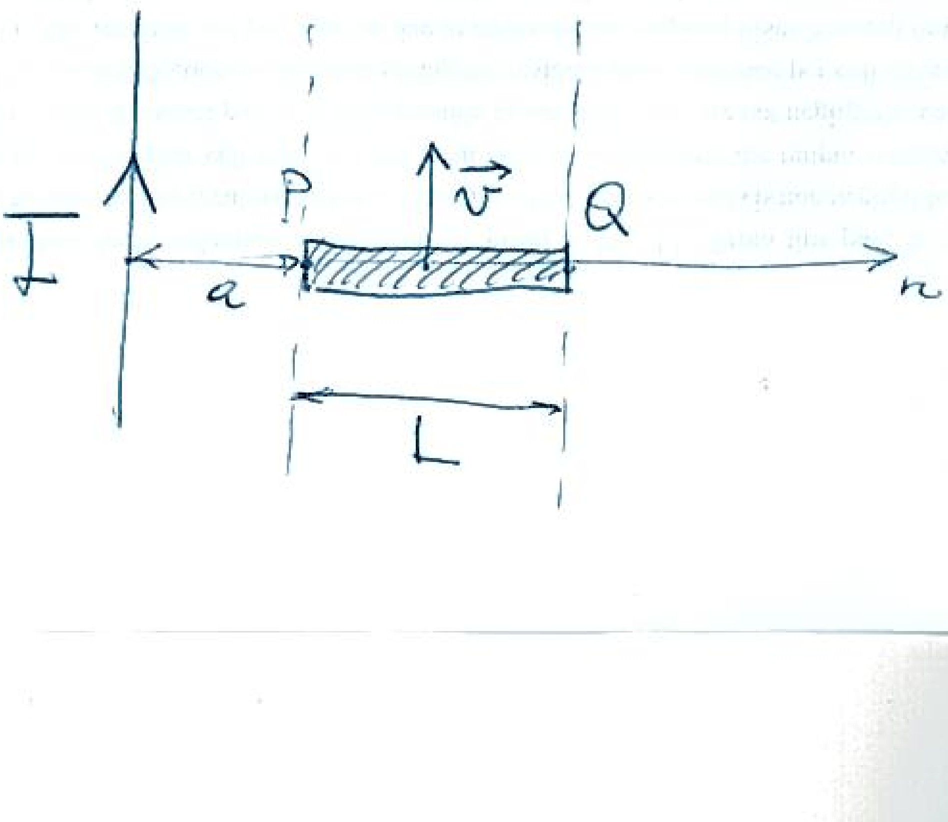
2



3



4



① **per $r < a$** $\qquad Q_r = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

Gauss $\rightarrow$ $\quad \Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$$E(\cancel{4\pi} r^{\cancel{2}}) = \frac{\rho\left(\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}}\right)}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\rho \cancel{\pi}}{3\varepsilon_0} r$$

per $a < r < b$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

per $b < r < c$

si deve avere $E = 0$

per $r > c$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

per una superficie gaussiana di raggio $b < r < c$ otteniamo:

$$0 = \frac{Q - Q_b}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q_b = Q$$

$$\sigma_b = -\frac{Q_b}{A} = -\frac{Q}{4\pi b^2}$$

$Q_c = Q_b$ dalla neutralità della sfera cava,

$$\Rightarrow \quad \sigma_c = \frac{Q}{4\pi c^2}$$

(2) $$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \Delta\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|^3}$$

$$\int_O^P d\vec{B} = \int_Q^O d\vec{B} = 0 \qquad (d\vec{l} \parallel \Delta\vec{r})$$

$$B(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_P^Q \frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{R}\theta$$

$$B(O) = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$$

③ $I_L(t=0) = \dfrac{f}{R+R_0} = \dfrac{f}{2R}$

$$\Delta V_c(t=0) = I_L(t=0)\cdot R$$

$$U_L^i = \frac{1}{2} L I_L^2(t=0)$$

$$U_c^i = \frac{1}{2} C \Delta V_c^2(t=0)$$

$$U_J^f = U_L^i + U_c^i$$

$$\Downarrow$$

$$C = 2\,\frac{U_J^f - U_L^i}{\Delta V_c^2(t=0)} = 10^{-7}\,F$$

4

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad d\vec{F} = dq\, \vec{v} \times \vec{B} =$$

$$= -dq\, \frac{v \mu_0 I}{2\pi r}$$

$$E_r = -\frac{v \mu_0 I}{2\pi r}$$

$$V(P) - V(Q) = -\int_Q^P E_r\, dr = +\int_P^Q E_r\, dr =$$

$$= -\int_a^{a+L} \frac{v \mu_0 I}{2\pi r}\, dr = -\frac{v \mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

5

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 30\,m \gg a \Rightarrow \vec{E}, \vec{B} \simeq \text{cost su spire.}$$

$$E_0 = \sqrt{2Z\bar{I}} \quad ; \quad B_0 = \frac{E_0}{c} \quad ;$$

$$\vec{B} \parallel \hat{z} \qquad \Phi_{spire}(\vec{B}) \cong B_0\, a^2 \cos(2\pi\nu t) =$$

$$= \frac{\sqrt{2Z\bar{I}}\, a^2}{c} \cos(2\pi\nu t)$$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{a^2 2\pi\nu\sqrt{2Z\bar{I}}}{c} \sin(2\pi\nu t)$$

$$I^{max} = \frac{f_{em}^{max}}{R} = \frac{a^2 2\pi\nu\sqrt{2Z\bar{I}}}{Rc} \simeq 8 \cdot 10^{-6}\,A$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2014-2015 Ing.Elettronica

VII Appello 19 Ottobre 2015 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) E' data una distribuzione di carica con densita' ρ costante in un guscio sferico di raggio interno R ed esterno 3R. Trovare il valore del potenziale al centro.

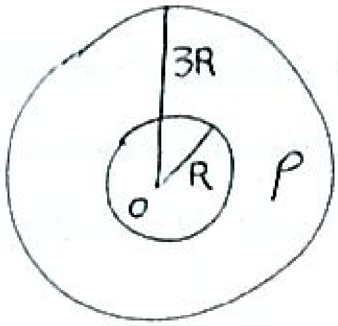
2) Su un anello di ferro di raggio medio R=20 cm, (con d<<R, vedi figura), sono avvolte N=100 spire. Si determini la permeabilita' relativa del ferro, sapendo che l'intesita' di magnetizzazione e' $M=2x10^5$ Aspire/m e che nelle spire scorre una corrente I=0.5 A.

3) Il circuito in figura e' a regime. Calcolare le potenze elettriche W_1 e W_2 erogate rispettivamente dal generatore sul lato sinistro e da quello sul lato destro.

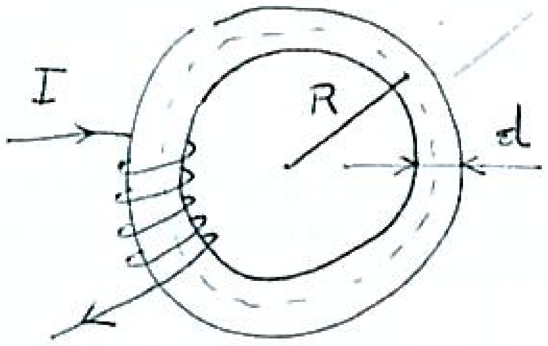
4) Una barretta conduttrice lunga l=10 cm, ruota con velocita' angolare $\omega=100\ s^{-1}$ attorno ad un asse perpendicolare alla barretta stessa e passante per un suo estremo, ed e' immersa in un campo di induzione parallelo all'asse di rotazione e di modulo B=2 T. L'altro estremo della barretta striscia su un contatto circolare. Fra un punto dell'asse e uno del contatto circolare e' inserita una resistenza R=9 **Ω**. Sapendo che la resistenza della barretta e r=1 **Ω**, calcolare la corrente che circola in R.

5) Un onda elettromagnetica piana si propaga progressivamente lungo l'asse x di un riferimento cartesiano nella cui origine e' posta una spira circolare di raggio a=10 cm, resistenza R e induttanza trascurabile. Disponendo la spira con il versore normale di riferimento coincidente con quello dell'asse z, si misura una corrente sinusoidale $I(t)=I_0\sin(2\pi\nu t)$, con ν=108 Hz. Non si osserva invece passaggio di corrente se si dispone la spira con il versore normale coincidente con quello dell'asse y. Calcolare il rapporto tra il raggio della spira e la lunghezza d'onda della radiazione e scrivere l'espressione dei campi **E** e **B** dell'onda, esprimendo le ampiezze, il numero d'onda e la pulsazione in funzione di a, R, I_0, e ν.

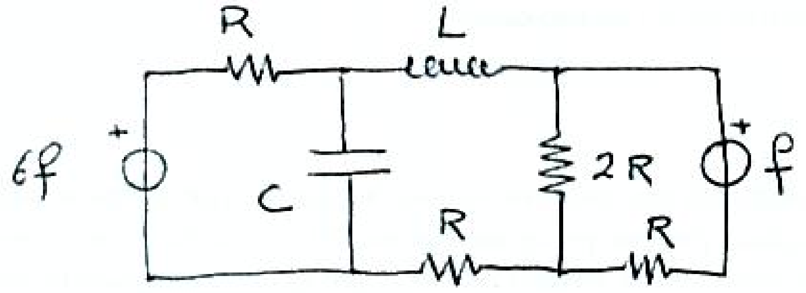
(1)



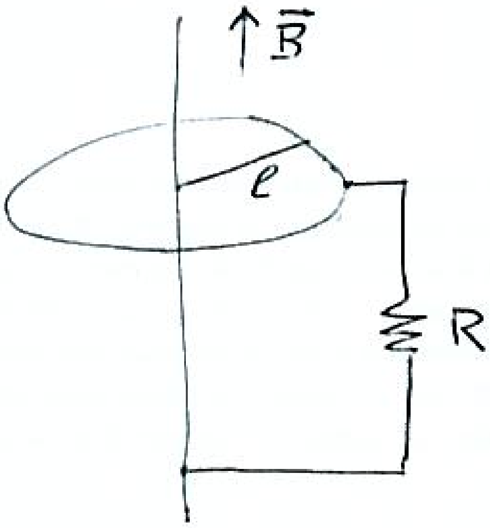
(2)



(3)



(4)



(1) $\boxed{r \leq R}$ $E_1(r) = 0$

$\boxed{R \leq r \leq 3R}$ $\cancel{4\pi} r^2 E_2(r) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} r^3 - \frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} R^3\right)$

$$E_2(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right)$$

$\boxed{r \geq 3R}$ $\cancel{4\pi} r^2 E_3(r) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi}(3R)^3 - \frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} R^3\right)$

$$E_3(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} 26 R^3 \frac{1}{r^2}$$

$V(\infty) = 0$

$\boxed{r \geq 3R}$ $\boxed{V(3R) = \frac{26}{9}\frac{\rho}{\varepsilon_0} R^2}$

$$V(r) - \cancel{V(\infty)} = \int_r^\infty E_3(r)\,dr = \frac{26}{3}\cdot\frac{\rho}{\varepsilon_0} R^3 \frac{1}{r}$$

$$V(R) - V(3R) = \int_R^{3R} E_2(r)\,dr = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{r^2}{2}\bigg|_R^{3R} + R^3\frac{1}{r}\bigg|_R^{3R}\right]$$

$$V(R) - V(3R) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R^2\left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1\right)$$

$$V(R) = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}\left(\frac{26}{3} + \frac{9}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1\right) = \frac{4\rho R^2}{\varepsilon_0}$$

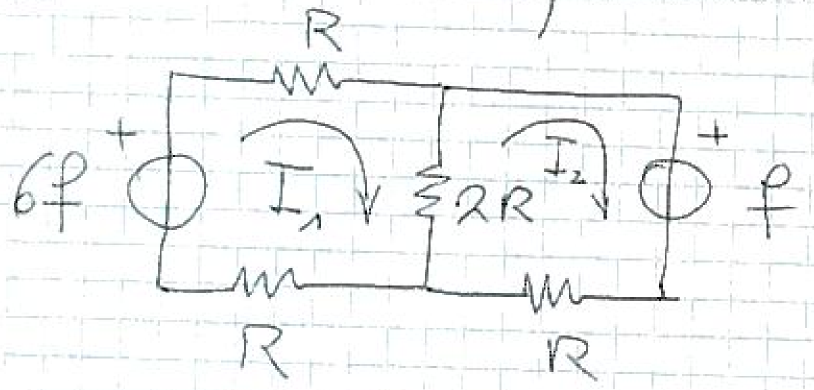
(2) $\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H} \Rightarrow \mu_r = 1 + \frac{M}{H}$

Teo. delle Circuitazione $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = Ni$

$$H\, 2\pi R = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{2\pi R}$$

$$\mu_r = 1 + \frac{2\pi M R}{NI} \cong 5000$$

③ Il circuito equivalente a regime è:



$$\begin{cases} 6f = 4RI_1 - 2RI_2 \\ -f = -2RI_1 + 3RI_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3f}{R} = 2I_1 - I_2 \\ \dfrac{f}{R} = 2I_1 - 3I_2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2I_1 - I_2 = 6I_1 - 9I_2$

$\Rightarrow I_1 = 2I_2$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = \dfrac{f}{R}}$ e $\boxed{I_1 = \dfrac{2f}{R}}$

$$W_1 = 6f \cdot 2\frac{f}{R} = 12\frac{f^2}{R}$$

$$W_2 = -f\,\frac{f}{R} = -\frac{f^2}{R}$$

(4) Una carica q sulla barretta è soggetta alla forza di Lorentz, diretta lungo la barretta stessa:

$$F = qvB$$

a cui corrisponde un campo elettrico:

$$E = vB = \omega r B$$

$\Rightarrow$ sulla barretta si induce una f.e.m.:

$$f_i = \int_{barretta} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_0^{\ell} \omega r B\, dr = \frac{\omega B \ell^2}{2}$$

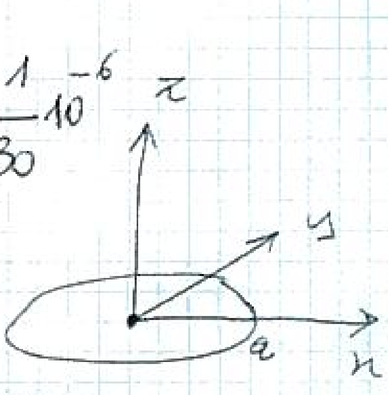
$$f_i = \frac{\cancel{100}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{10^{-2}}}{\cancel{2}}\ V = 1\ V$$

Per la legge di Ohm:

$$I = \frac{f_i}{r+R} = \frac{1}{1+9}\ A = 0{,}1\ A$$

(5)

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{a\nu}{c} = \frac{0{,}1\cdot 108\ \cancel{m/s}}{300\cdot 10^{6}\ \cancel{m/s}} = \frac{1}{30}10^{-6}$$



$\omega = 2\pi\nu$; $k = \frac{2\pi\nu}{c}$;

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB_z}{dt}\cdot\pi a^2 = R\,I(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dB_z}{dt} = -\frac{RI_0}{\pi a^2}\sin(\omega t) \Rightarrow B_z(t) = \frac{RI_0}{\pi a^2\omega}\cos(\omega t)$$

$\vec{B} = \hat{z}B_z$ $B_z = \frac{RI_0}{\dots}\cos(kx-\omega t)$; $\vec{E} = \hat{y}\frac{cRI_0}{\pi a^2 \dots}\cos(kx-\omega t$