UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

I Appello 18 Gennaio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Nel vuoto, su una superficie sferica di raggio a, e' uniformemente distribuita una carica elettrica con densita' σ. Altra carica elettrica e' uniformemente distribuita in tutto il volume interno alla superficie sferica, con densita' $\rho=-3\sigma/a$. Si calcoli l'espressione del potenziale elettrostatico V(r) in tutto lo spazio, ponendo $V(\infty)=0$.

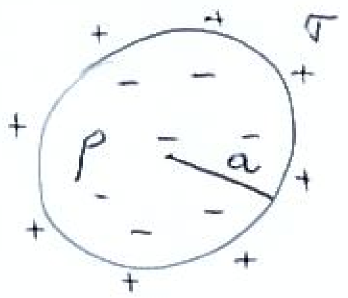
2) Una corrente stazionaria scorre in un nastro conduttore, largo d e indefinitamente lungo. Essa e' descritta da un campo densita' di corrente superficiale non uniforme $J_S=J_{S0}(1+hx)$, con $0<x<d$ e h costante. Il nastro e' immerso in un campo d'induzione magnetica **B** stazionario e uniforme, perpendicolare al suo piano. Calcolare l'espressione della forza **F** cui e' sottoposta la corrente, per un tratto di lunghezza l del nastro, indicandone direzione e verso e verificandone le dimensioni.

3) Nel circuito in figura, nel quale e' trascurabile la resistenza interna del generatore, a partire dalla situazione di regime con l'interruttore T aperto, a un certo istante viene chiuso T. Ricavare l'espressione dell'energia U_{gen} erogata dal generatore dalla chiusura dell'interruttore al raggiungimento della nuova condizione di equilibrio.

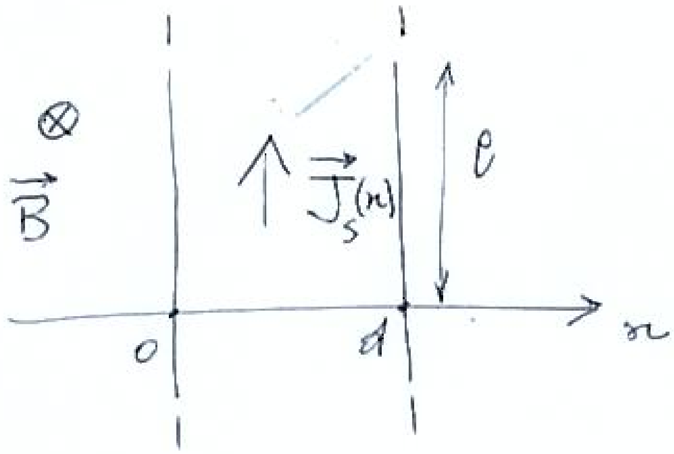
4) Un solenoide ideale di raggio a e densita' d'avvolgimento n e' percorso dalla corrente lentamente variabile nel tempo $i(t)=I(1-e^{-t/\tau})$ a partire dal tempo t=0. All'esterno del solenoide, in aria, e' posto un filo conduttore semicircolare, di raggio 2a, coassiale al solenoide. Calcolare l'espressione della differenza di potenziale V_A-V_B che nasce tra le estremita' A e B del filo e se ne verifichi il segno.

5) In un dato sistema di riferimento cartesiano un'onda elettromagnetica piana in aria lungo l'asse x, e' linearmente polarizzata lungo l'asse y, ha frequenza $\nu=10^8$Hz e intensita' $I=10^{-6}W/m^2$. L'onda interagisce con una spira circolare d'area $A=10^{-2}m^2$, di centro nell'origine e angolo $\alpha=60^\circ$ tra normale e asse z. Scrivete un'espressione dei campi dell'onda e calcolate la forza elettromotrice efficace f_{eff} indotta nella stessa spira, considerando la situazione quasi stazionaria e trascurando l'autoinduzione.

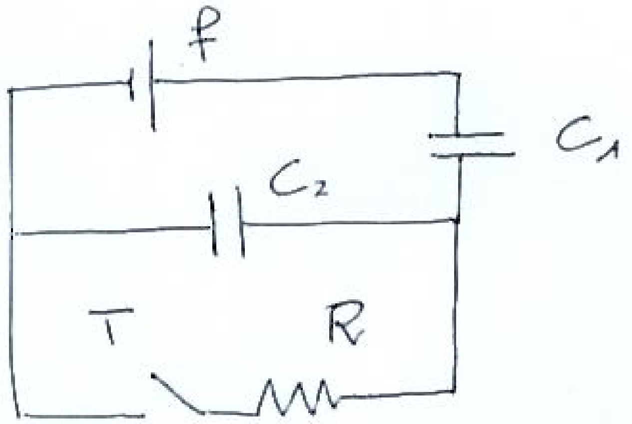
1



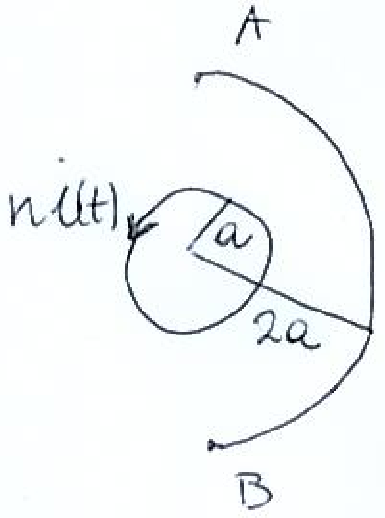
2



3



4



Soluzioni scritto 18/Gennaio/2016

1

Simmetria + Gauss

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(r)}{r^2}$$

$r<a$: $$Q(r) = -\frac{3\sigma}{a}\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$E_r(r) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{r}{a}$$

$r>a$: $$Q(r) = 0$$

$$E_r(r) = 0$$

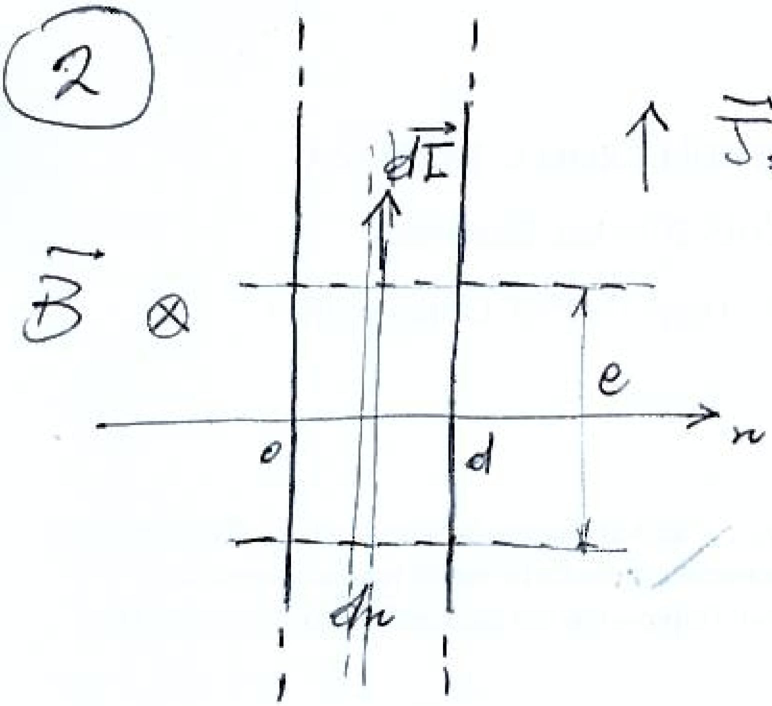
$\Rightarrow$ Per il potenziale: $$V(r) = V(\infty) + \overbrace{\int_r^{\infty} E_r\,dr'}^{=0}$$

$r \geq a$ $$V(r) = V(\infty) = 0$$

$r \leq a$ $$V(r) = V(a) - \int_r^a \frac{\sigma}{\varepsilon_0 a} r'\,dr'$$

$$V(r) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 a}\left(a^2 - r^2\right)$$

(2)



$\vec{J}_s = \vec{J}_{s0}(1+hx), \quad 0<x<d;$

$\underline{\underline{d\vec{I} = \vec{J}_s \, dx}}$

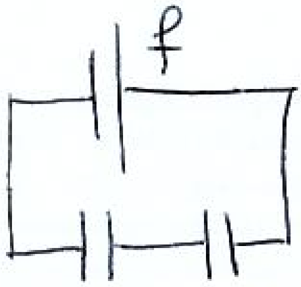
$$d\vec{F} = dI \, \vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$dF_x = -dI \, \ell B = -J_s \, dx \, \ell B$$

$$F_x = -J_{s0} \ell B \int_0^d (1+hx)\,dx = -J_{s0} \ell B \left(d + h\frac{d^2}{2}\right)$$

(3)

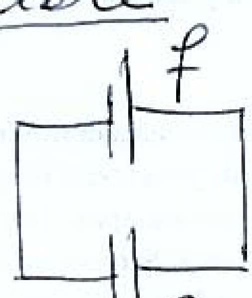
<u>Iniziale</u>



$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$q_{in} = C_{eq} f$$

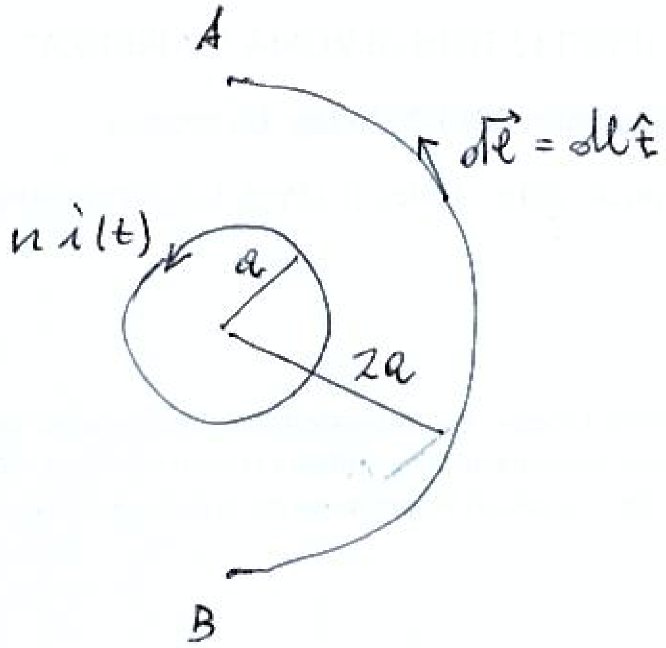
<u>Finale</u>



$$q_{fin} = C_1 f$$

$$U_{gen} = f \Delta q = f(q_{fin} - q_{in}) = f(C_1 f - C_{eq} f) = f^2 \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}$$

4



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = E_t \cdot 2\pi r = -\frac{d\Phi}{dt} =$$

Simmetria

$$= -\frac{dB}{dt}\pi a^2 = -\pi a^2 \frac{d}{dt}\left[\mu_0 n\, i(t)\right] =$$

$$= -\pi a^2 \mu_0 n I \left(-e^{-t/\tau}\right)\left(-\frac{1}{\tau}\right) =$$

$$= -\frac{\mu_0 n I \pi a^2}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Per $r = 2a \Rightarrow E_t = -\frac{\mu_0 n I a}{4\tau} e^{-t/\tau}$

$$V_A - V_B = \int_A^B E_t\, \hat{t}\cdot d\vec{l} = E_t \cdot \pi 2a = -\frac{\mu_0 n I \pi a^2}{2\tau} e^{-t/\tau}$$

5

$$f_{eff} = \frac{d\Phi_{eff}}{dt} = A\cos\alpha \left(\frac{dB}{dt}\right)_{eff} =$$

$$= A\cos\alpha \, \omega B_{eff} = \frac{A\cos\alpha \, 2\pi\nu \, E_{eff}}{c} =$$

$$= \frac{A\cos\alpha \, 2\pi\nu \sqrt{I Z_0}}{c}$$

$$\vec{B} = B\hat{z} = B_0\cos(\omega t)\hat{z} = \left(\frac{E_0}{c}\right)\cos(\omega t)\hat{z}$$

avendo posto la spira nell'origine

e ricordato che:

$$I = \frac{E_0^2}{2Z} = \frac{E_{eff}^2}{Z}$$

$$f_{eff} \simeq \frac{10^{-2}\pi \cdot \cancel{10^{8}} \cdot 10^{-3} \cdot 20}{3 \cdot \cancel{10^{8}}} \simeq 200\mu V$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

II Appello 16 Febbraio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una sfera dielettrica di raggio R_1 uniformemente carica (carica totale Q) viene posta al centro di un guscio sferico metallico di raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 inizialmente scarico. Calcolare il potenziale elettrico prodotto dal sistema in ogni punto dello spazio.

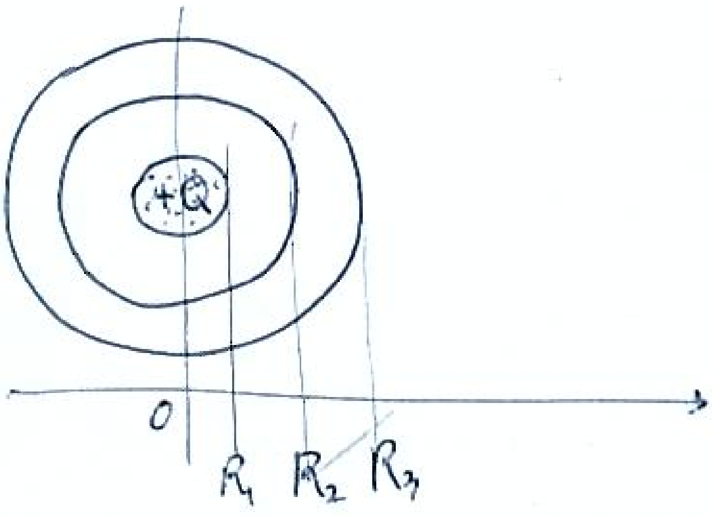
2) Un foro eccentrico di raggio a=2 cm e' praticato parallelamente all'asse di un cilindro conduttore di raggio b=10 cm. I due assi distano d=5 cm fra loro. Una corrente $I=9.6\pi$ A passa nel cilindro con densita' uniforme entro il conduttore. Calcolare il campo magnetico al centro del foro.

3) Un nucleo di ferrite con permeabilita' costante $\mu_r>>1$, di sezione d'area S e lunghezza l<<sqrt(S), e' concatenato con un circuito di resistenza R ove e' inserito un condensatore C. Sul nucleo sono avvolte N spire percorse da una corrente che nell'intervallo temporale 0-T passa dal valore nullo a uno costante con andamento lineare i(t)=kt. Si calcoli l'espressione del potenziale V(t) nel punto A, per 0<t<T, in situazione quasi stazionaria, tenendo conto del segno a partire dal verso indicato per i(t). Si disegni l'andamento qualitativo di V(t), anche per t>T, assumendo RC≈T.

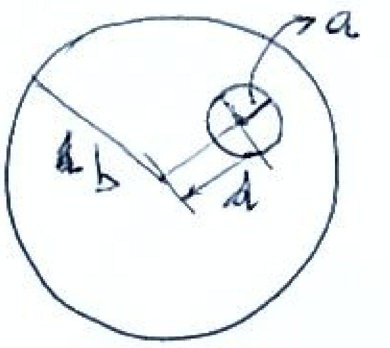
4) Una spira circolare rigida di raggio r=10 cm e' costituita da un filo di rame (resistivita' $\rho=1.7\cdot10^{-8}$ Ωm) di sezione $S=0.5$ mm^2 ed e' immersa in un campo B=1 T, uniforme e normale al piano della spira. Il campo B viene poi rapidamente portato a zero. Calcolare la carica elettrica che fluisce nella spira durante il processo transitorio descritto.

5) Due onde piane di uguale lunghezza d'onda $\lambda=10$ cm e uguale intensita' I=0.1 W/m^2, si propagano in verso opposto lungo l'asse x. Inoltre tutte e due le onde hanno fase nulla e sono polarizzate linearmente con il campo elettrico che oscilla lungo l'asse y. Calcolare l'ampiezza massima della densita' della corrente di spostamento nel punto $\mathbf{P}=(x_0, y_0, z_0)$ $(x_0=y_0=z_0=1$ m).

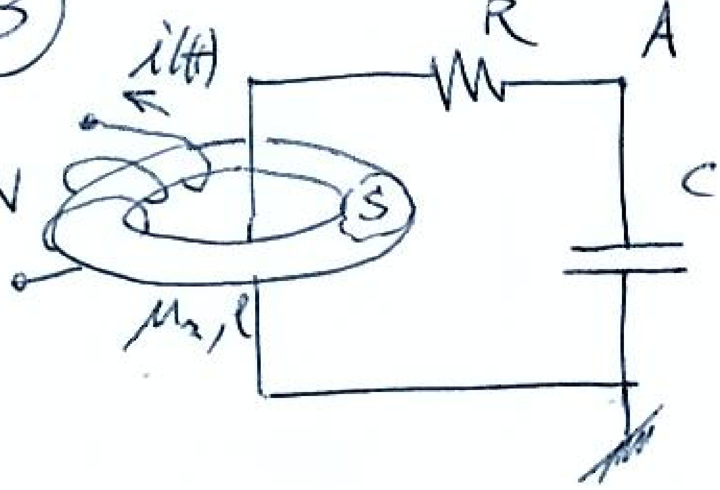
1



2



3



Soluzioni

(1) $r > R_3$ $\quad \vec{E}_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}\hat{r}$

$$V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}_0 \cdot \vec{dl} + V(\infty) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$r = R_3$ $\quad V(R_3) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

che vale in $R_3 \geq r \geq R_2$

$R_1 < r < R_2$

$$V(\vec{r}) = -\int_{R_2}^{r} \vec{E}_0 \cdot \vec{dl} + V(R_2) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$r = R_1 \Rightarrow V(R_1) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$r < R_1$: $\quad \vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon R_1^3}\vec{r}$

$$V(\vec{r}) = -\int_{R_1}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^3}\vec{r} \cdot \vec{dl} + V(R_1) = \frac{Q}{8\pi\varepsilon R_1^3}(R_1^2 - r^2) + V(R_1)$$

(2) Il campo può essere pensato prodotto dalle due correnti

$$j = \frac{I}{\pi(b^2-a^2)}$$ in tutto il cilindro di raggio b.

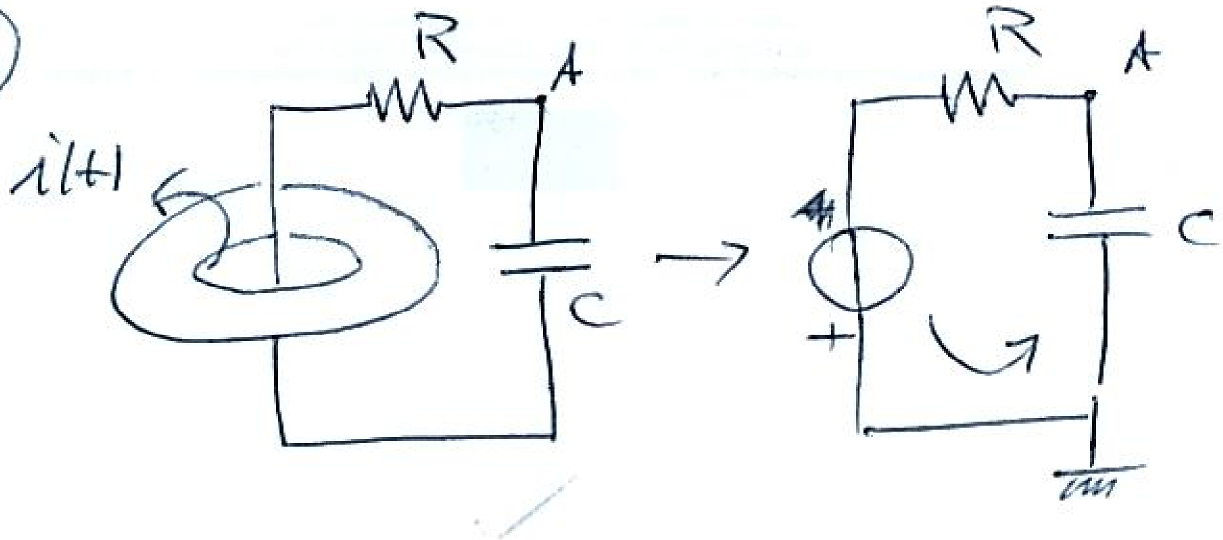
$-j$ nel cilindro di raggio a

Quindi al centro del foro si ha:

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\,2\pi d = \int_S \vec{j}\cdot\hat{n}\,dS = \frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\pi d^2$$

$$H = \frac{I d}{2\pi(b^2-a^2)} = 25\ A/m$$

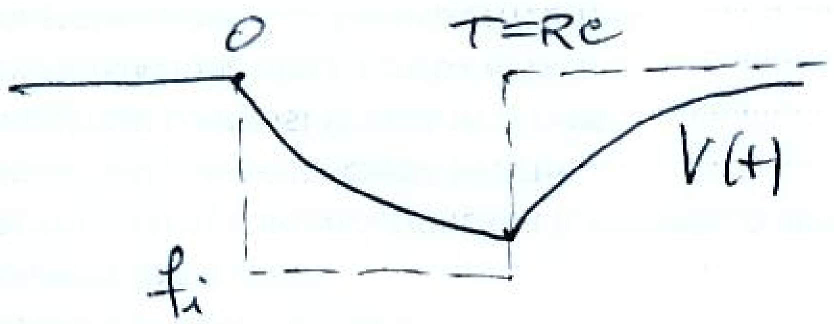
3



$$NI = \frac{e}{\mu S}\Phi \Rightarrow \Phi = \frac{\mu S N I}{e}$$

$$f_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\frac{\mu N k t S}{e} = -\frac{\mu N k S}{e}$$

$$V(t) = -\frac{\mu N k S}{e}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



(4)

$$q = \int_0^\infty i\,dt = \int_0^\infty -\frac{d\Phi/dt}{R} = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_{iniziale}}^{\Phi_{finale}} d\Phi =$$

$$= -\frac{\Phi_{finale} - \Phi_{iniziale}}{R} = \frac{\Phi_{iniziale}}{R}$$

$$R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{2\pi r}{S}$$

$$\Phi_{iniziale} = B\pi r^2$$

$$\rightarrow q = \frac{B\pi r^2}{2\rho\pi r} S = \frac{B r S}{2\rho} = 1{,}47\,C$$

(5)

[Formule di Werner: $2 \cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$]

$$\vec{E}_1 = E_m \cos(kx - \omega t)\,\hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = E_m \cos(kx + \omega t)\,\hat{j}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 E_m \cos(kx)\cos(\omega t)\,\hat{j}$$

$$\vec{J}_{sp} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_T}{\partial t} = -2\varepsilon_0 \omega E_m \cos(kx_0)\, \mathrm{sen}(\omega t)\,\hat{j}$$

$$E_m = \sqrt{2 Z_0 I}$$

$$|\vec{J}_{sp}| = 2\varepsilon_0 \omega E_m = 2\varepsilon_0 2\pi f \sqrt{2 Z_0 I} =$$

$$= 2 \cdot \varepsilon_0 2\pi \frac{c}{\lambda} \sqrt{2 Z_0 I} =$$

$$= 2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{F}{m}\right] \cdot 2\pi 3 \cdot 10^{9} \left[\frac{1}{s}\right] \sqrt{2377{,}1}\left[\frac{V}{m}\right] =$$

$$= 2{,}9 \cdot \text{[illegible]} \left[\frac{A}{m^2}\right]$$

$$* \quad \cos(kx_0) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_0\right) \overset{x_0 = 1\,m}{=} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = \cos\left[10(2\pi)\right] = 1$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

III Appello 15 Aprile 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica q=20 nC e' distribuita uniformemente, nel vuoto, lungo una circonferenza di raggio R=9 cm; al centro O della circonferenza e' posta una carica puntiforme Q=-100 nC. Calcolare il lavoro necessario per portare la carica Q dal punto O al punto P, posto sull'asse della circonferenza a distanza d=sqrt(3)R da O.

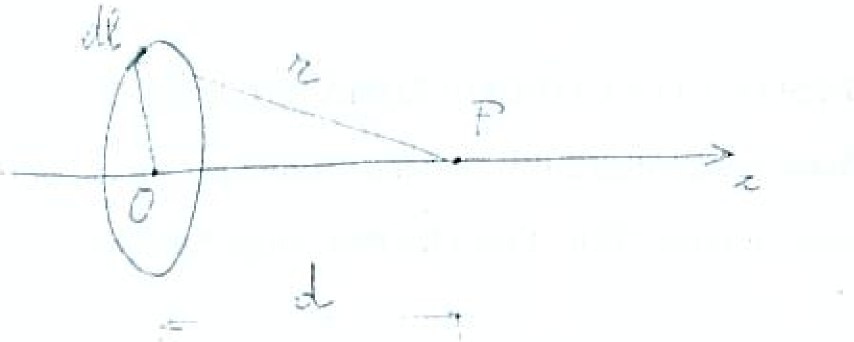
2) Un filo conduttore di grande lunghezza, sagomato come mostrato in figura, e'percorso da una corrente stazionaria I= 2 A (il cui verso e' indicato in figura) ed e' posto nel vuoto. Determinare le componenti cartesiane e il modulo del vettore induzione magnetica **B** nel punto P_1 posto sull'asse z a distanza d=10 cm dall'origine O del sistema di riferimento.

3) Il sistema di tre piastre conduttrici affacciate in aria, di area S e distanti d<<sqrt(S) e d/2, collegate come in figura, e' in equilibrio quando il deviatore, al tempo t=0, cambia posizione. Si calcoli l'espressione del potenziale V(t) nel punto A assumendo una situazione quasi stazionaria.

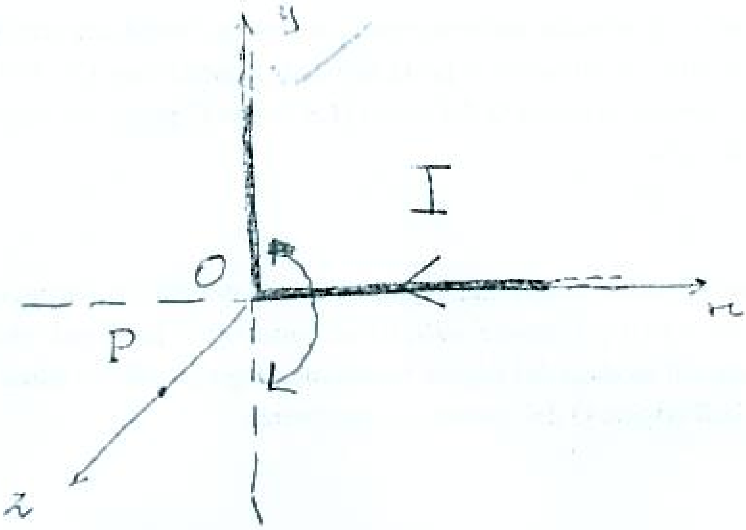
4) Il circuito in figura ha un tratto mobile imperniato in A e con un contatto strisciante i P, la cui distanza da O viene fatta oscillare nel tempo con legge $x(t)=x_0\cos\omega t$, con ω costante. La distanza OA e' pari a l. Il circuito e' immerso in un campo magnetico **B** stazionario ed uniforme, perpendicolare al piano del circuito, che possiede una resistenza complessiva pari ad R. Si calcoli l'espressione della corrente indotta I(t).

5) Un'onda piana sinusoidale, monocromatica di intensita' media I_0=1 W/m^2 incide perpendicolarmente sulla superficie piana di un materiale isotropo ed omogeneo di costante dielettrica relativa e_r=4 e permeabilita' magnetica relativa μ_r=1. L'intensita' riflessa dalla lastra e' 1/9 dell'intensita' incidente. Calcolare il valore efficace del campo elettrico dell'onda all'interno del materiale.

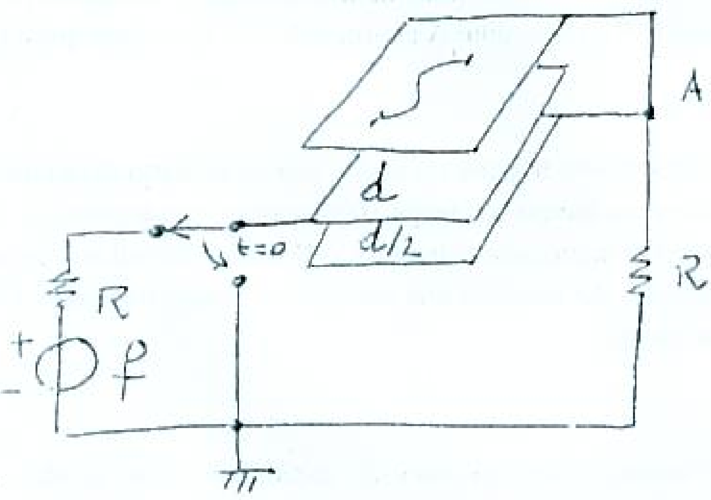
1.



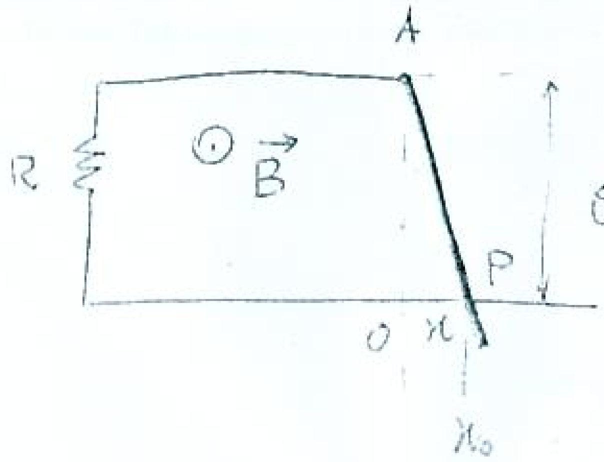
2.



3.



4.



1

$$L = Q\left[V(P) - V(O)\right] \qquad \lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

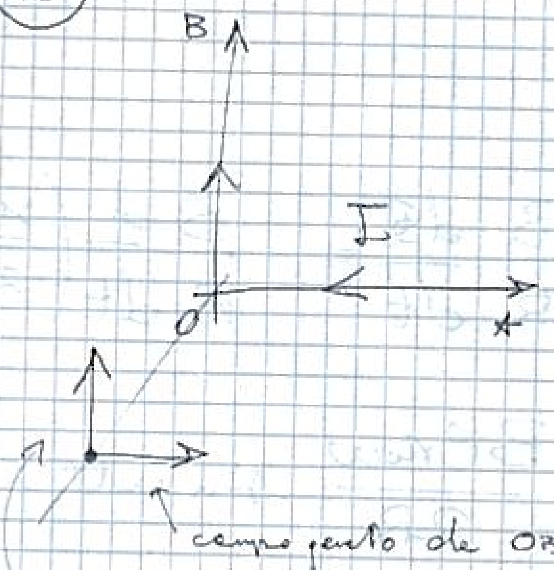
$$V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{circ}\frac{\lambda\, dl}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2R} \quad , \quad V(O) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}$$

$$L = Q\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{2R} =$$

$$= 9\cdot 10^{9}\,\frac{10^{-7}\cdot 2\cdot 10^{-8}}{2\cdot 9\cdot 10^{-2}} = 10^{-4}\,J = 100\,\mu J$$

2

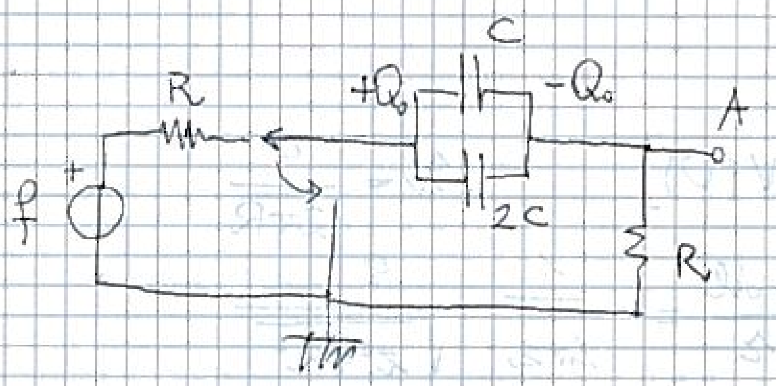


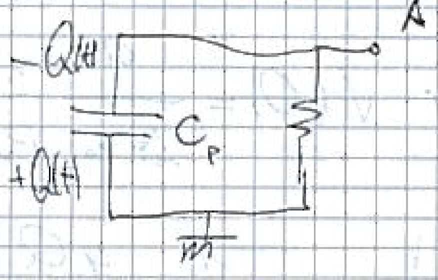
campo generato da OB
campo generato da OA

$$\Big\} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

$$\begin{cases} B_x = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi d} = 2\cdot 10^{-6}\,T \\ B_y = 2\cdot 10^{-6}\,T \\ B_z = 0 \end{cases} \Rightarrow |B(P)| = \sqrt{2}\,B_x = 2{,}83\cdot 10^{-6}\,T$$

(3)





$$c = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \qquad C_p = C + 2C = 3\varepsilon \frac{S}{d}$$

$$V(t) = \frac{-Q(t)}{C_p} = -\frac{Q_0}{C_p} e^{-t/\tau} = -f e^{-t/\tau}$$

$$\tau = R\frac{3\varepsilon S}{d}$$

(4)

$$I(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B}{R}\frac{dS}{dt} = -\frac{B}{R}\frac{d}{dt}\left(\frac{x\ell}{2}\right) =$$

$$= -\frac{B\ell dx}{2R\,dt} = \frac{B\ell x_0\omega}{2R}\sin\omega t$$

(5) Intensità media di entrata nel materiale:

$$I_1 = I_0\left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9} I_0$$

$$I_1 = \frac{E_{eff}^2}{Z}$$

$$E_{eff} = \sqrt{I_1 Z} = \sqrt{\frac{8}{9} I_0 \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_2}}} =$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{I_0 Z_0} = 13 \ V/m$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

IV Appello 13 Giugno 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Un conduttore cilindrico di raggio a=1mm e lunghezza l=1m (l>>a) e' rivestito da una guaina isolante (e_r=2) cilindrica di raggio interno a e raggio esterno b=2a. Sul conduttore viene depositata una carica Q=1μC. Calcolare la differenza di potenziale fra il centro del conduttore e un punto sulla superficie esterna della guaina. Inoltre, calcolare la carica presente sulla superficie esterna della guaina.

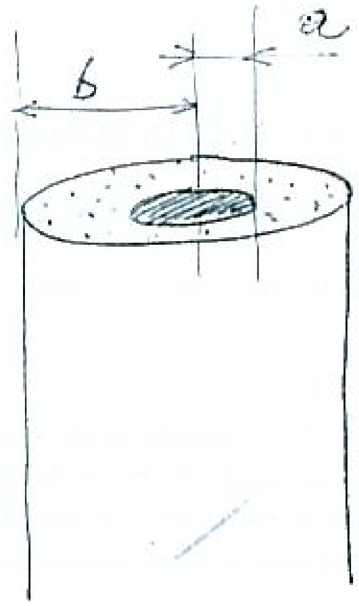
2) In un solenoide rettilineo, da pensarsi infinitamente lungo, con n spire per unita' di lunghezza, circola una corrente elettrica I. Sull'asse del solenoide si trova un filo conduttore indefinito, percorso da una corrente I_f=I. Le linee di forza del campo di induzione magnetica $\mathbf{B}_0$ all'interno del solenoide sono elicoidali. Si determini l'espressione del passo p dell'elica in funzione della distanza R dall'asse del solenoide.

3) Il circuito in figura e' a regime per t<0. A t=0 l'interruttore viene aperto. Calcolare l'espressione della corrente nell'induttore per t>0.

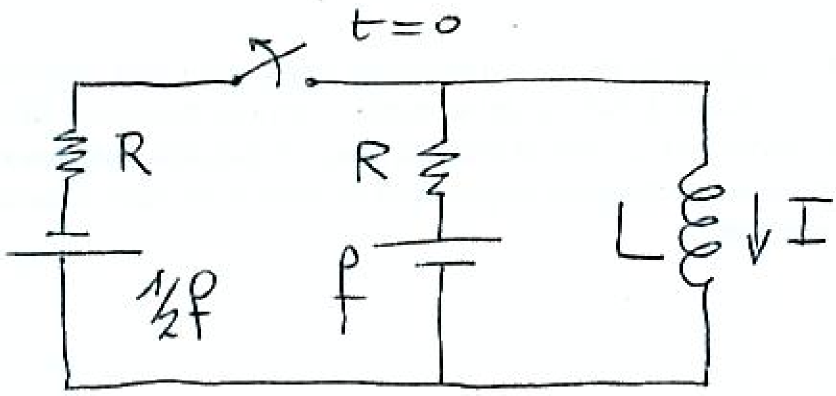
4) Un circuito elettrico ha la forma di un quadrato di lato l=1cm. Su due lati sono poste due resistenze uguali e su un terzo un generatore ideale f. La spira trasla con velocita' costante v=10cm/s in una zona dove e' presente un campo uniforme di induzione magnetica, perpendicolare al circuito di intensita' 1 tesla. Quanto vale f se tra i vertici A e B non c'e' tensione?

5) Una sorgente luminosa e' costituita da un sottile tubo di lunghezza l. Essa irraggia uniformemente una potenza W. Uno schermo piano S e' posto parallelamente al tubo a distanza h<<l. Calcolare l'espressione della densita' di potenza dW/dS incidente su S in un punto P a distanza d dalla proiezione della sorgente su S.

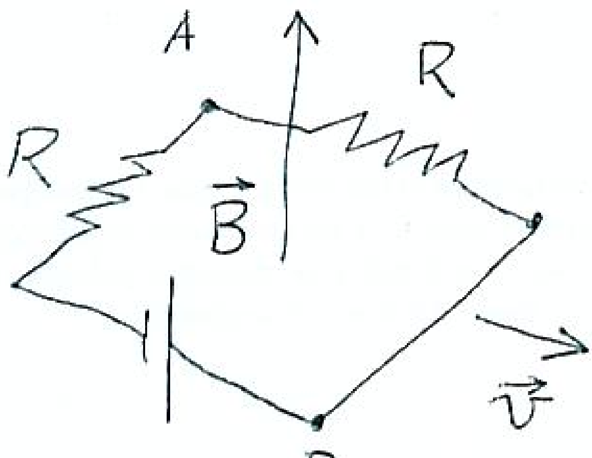
1



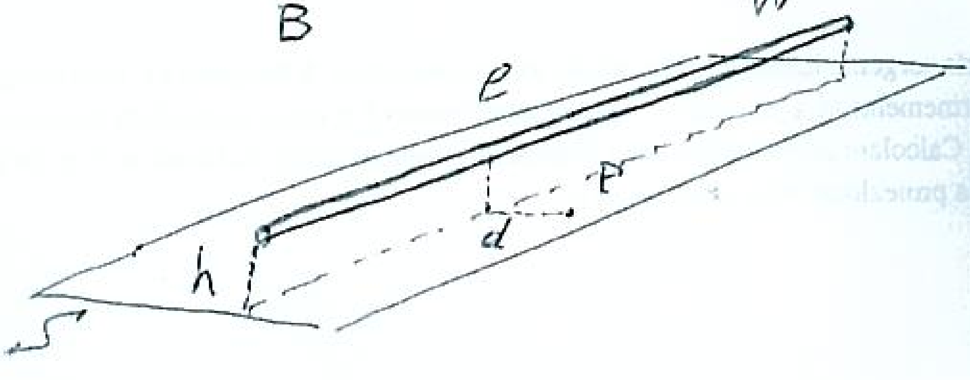
3



4

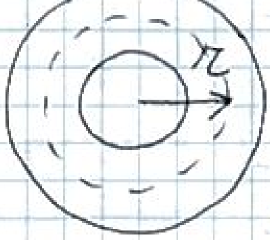


5



Soluzioni

(1)



$$\Phi_S(\vec{D}) = Q \Rightarrow 2\pi r \ell D = Q$$

$$D = \frac{Q}{2\pi \ell r}$$

$$\Delta V = \int_a^{2a} E\,dr = \int_a^{2a} \frac{D}{\varepsilon}\,dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon\ell}\int_a^{2a}\frac{dr}{r} =$$

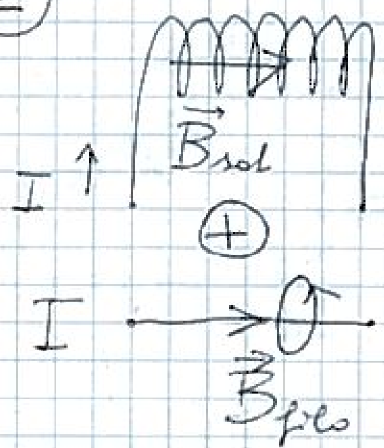
$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon\ell}\cdot \ln 2 = 1{,}6\,kV$$

$$Q_{est} = 2\pi(2a)\ell\,\sigma_p$$

$$\sigma_p = P = D\,\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} = \frac{Q}{2\pi\ell(2a)}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$$

$$Q_{est} = Q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = 0{,}5\,\mu C$$

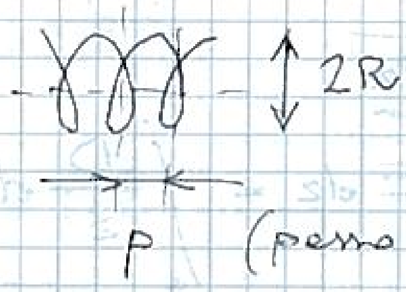
②



$$B_{sol} = \mu_0 n I$$

$$B_{filo} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

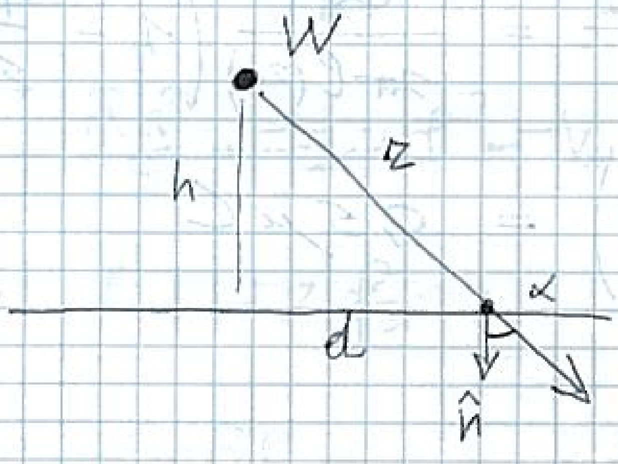
$\vec{B}_{sol} + \vec{B}_{filo}$:



(passo dell'elica)

$$\frac{B_{sol}}{B_{filo}} = \frac{p}{2\pi R} \Rightarrow p = 2\pi R \frac{B_{sol}}{B_{filo}} = 4\pi^2 n R^2$$

⑤



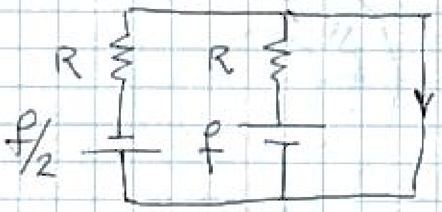
$\vec{I}$ (Vettore di Poynting)

$$\vec{I} \cdot d\vec{S} = dW \Rightarrow \frac{dW}{dS} = I\cos\alpha = \frac{W}{2\pi r \ell} \cdot \frac{h}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dS} = \frac{W h}{2\pi \ell (h^2 + d^2)}$$

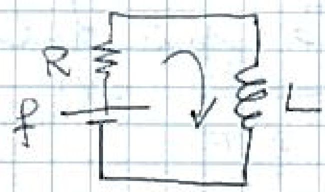
3

$t < 0$



$$I_0 = \frac{-\frac{1}{2}f}{R} + \frac{f}{R} = \frac{f}{2R}$$

$t \geq 0$



$$f - L\frac{dI}{dt} = RI$$

$$\Downarrow$$

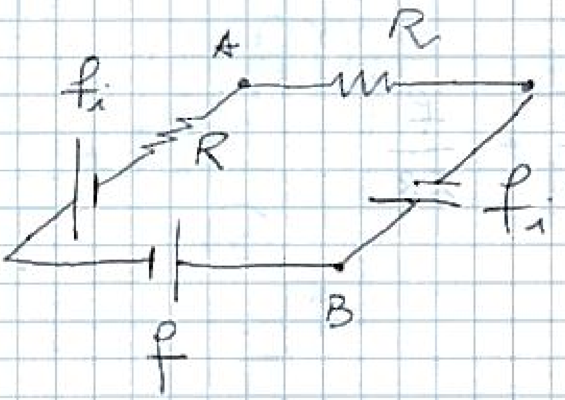
$$\frac{-dI}{\frac{f}{R} - I} = -\frac{dt}{L/R}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{f}{R} - I = K e^{-t/\tau} \qquad \begin{cases} \tau = \frac{L}{R} \\ K = \frac{f}{R} - I_0 \end{cases}$$

$$I(t) = \frac{f}{R} - \left(\frac{f}{R} - \frac{f}{2R}\right)e^{-t/\tau} = \frac{f}{R}\left(1 - \frac{1}{2}e^{-t/\tau}\right)$$

(4)



Forze di Lorentz $\longrightarrow$ f_i soltanto sui due lati ortogonali a $\vec{v}$.

$$f_i = \frac{qvB}{q}\ell = vB\ell$$

equazione alla maglia:

$$V_A - RI + f_1 + f = V_B$$

$$I = \frac{f_i + f - f_1}{2R} = \frac{f}{2R}$$

$$V_A - \frac{Rf}{2R} + f_1 + f = V_A + \frac{f}{2} + f_i = V_B$$

$$\Rightarrow f = -2 f_1$$

$$f = -2vB\ell = -2 \cdot 0{,}1 \cdot 1 \cdot 0{,}01 = -2\,mV$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

V Appello 20 Luglio 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica positiva e' distribuita nel vuoto su una corona circolare di raggio interno a ed esterno b, con densita' superficiale $\sigma = kr^2$, dove r e' la distanza dal centro e k e' una costante. Ricavare l'espressione del potenziale V(0) nel centro della distribuzione nell'ipotesi $V(\infty)=0$.

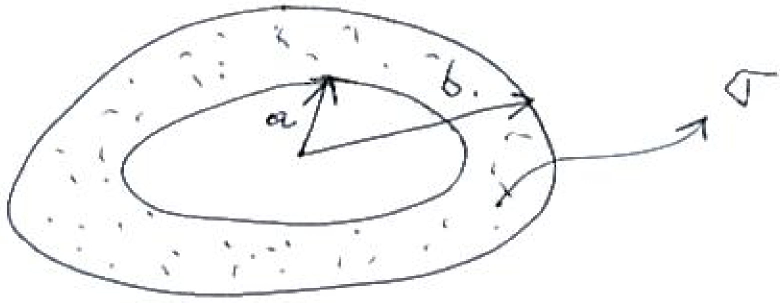
2) Un semi-cilindro infinito di raggio R e spessore trascurabile (cavo) e' percorso da una corrente stazionaria I come in figura. Determinare il campo di induzione magnetica prodotto sull'asse del semi-cilindro.

3) Determinare l'andamento temporale della potenza W_L assorbita dall'induttanza e di quella W_g erogata dal generatore nel circuito in figura dopo la chiusura dell'interruttore.

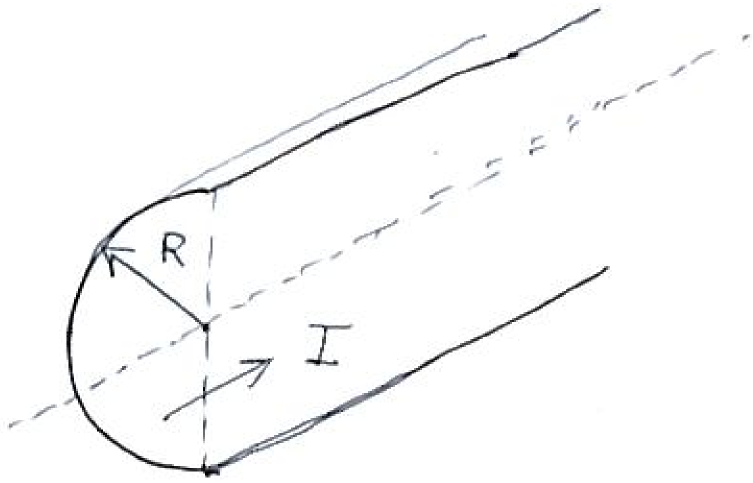
4) Una bobina costituita da N=100 spire, di sezione S=100 cm^2 e resistenza totale R=5 **Ω** e' posta in una zona di spazio dove vi e' un campo **B** uniforme, perpendicolare alla sezione della bobina. Il campo **B** varia nel tempo aumentando linearmente da zero al valore B_0=0.8 T in un tempo Δt=10 s. Calcolare la f.e.m. indotta nella bobina durante l'intervallo Δt e il lavoro totale speso nel tempo Δt.

5) Un oscillatore ad alta frequenza irradia nello spazio circostante onde elettromagnetiche. Si trova che la lunghezza d'onda delle onde e' 50 cm in aria e 5.6 cm in acqua. Si calcoli la costante dielettrica relativa dell'acqua.

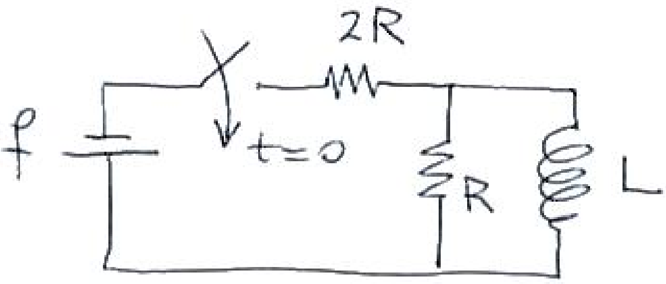
1.



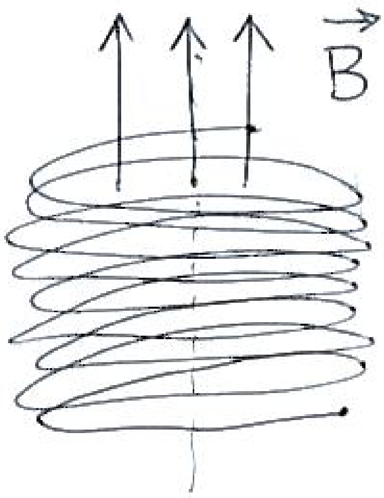
2.



3.



4.



Soluzioni

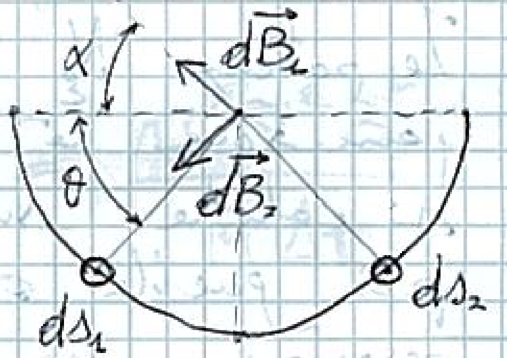
1. Sia dq la carica della spira di raggio r

$$dV(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, dS}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{kr^2 \cdot 2\pi r\, dr}{r} = \frac{kr^2}{2\varepsilon_0}dr$$

$$V(O) = \int_{\text{corona}} dV(O) = \int_a^b \frac{kr^2}{2\varepsilon_0}dr = \frac{k}{6\varepsilon_0}\left(b^3 - a^3\right)$$

2. I fili di lunghezza ds_1 e ds_2 generano in O un campo $d\vec{B}$ uguale in modulo e pari a:



$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0\, dI}{2\pi R}$$

$$dI = I\frac{ds}{\pi R} \qquad \alpha + \theta = \pi/2$$

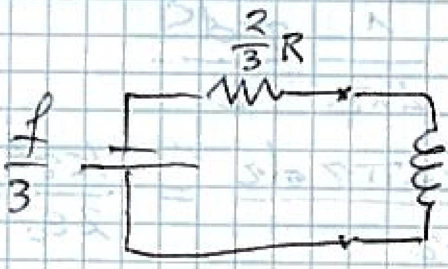
Le due componenti verticali si annullano e rimangono soltanto quelle orizzontali quindi:

$$dB = 2\frac{\mu_0 I\, ds}{2\pi^2 R^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0 I\, ds}{\pi^2 R^2}\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}_{\sin\theta}$$

$$ds = R\, d\theta$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

3. Il circuito si può semplificare applicando il teorema di thevenin



$$I = \frac{f}{2R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \; ; \quad \tau = \frac{L \cdot 3}{R \cdot 2}$$

$$\Rightarrow \quad W_L = L I \frac{dI}{dt} = \frac{f^2}{6R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] e^{-t/\tau}$$

La potenza $W_\mathcal{E}$ totale fornita dal generatore è pari a quella che si calcola sul circuito equivalente più quella dissipata nelle altre resistenze se non ci fosse L.

$$\Rightarrow \quad W_f = I \frac{f}{3} + \frac{f^2}{3R}$$

$$W_f = \frac{f^2}{3R} + \frac{f^2}{6R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

4.

$$\Phi(t) = NSB = NS\left(B_0 \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$f.e.m._{\text{indotto}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{NSB_0}{\Delta t}$$

$$I = \frac{f.e.m._{\text{indotta}}}{R}$$

$$q = \int_0^{\Delta t} I\,dt = -\frac{NSB_0}{R}$$

$$\mathcal{L} = q \cdot f.e.m._{\text{indotta}} = \frac{N^2 S^2 B_0^2}{R\Delta t}$$

$$\mathcal{L} = 1.28\ 10^{-2}\ J$$

5.

$$\nu\lambda = v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}$$

$\nu \rightarrow$ frequenza
$\lambda \rightarrow$ lunghezza d'onda
$v \rightarrow$ velocità nel mezzo.

$$\lambda \sim v$$

$$\frac{\lambda_{acqua}}{\lambda_{aria}} = \frac{v_{acqua}}{v_{aria}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2^{aria}}{\varepsilon_2^{acqua}}}$$

$$\varepsilon_2^{acqua} = \left(\frac{\lambda_{aria}}{\lambda_{acqua}}\right)^2 = \left(\frac{50}{5{,}6}\right)^2 \simeq 80$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

VI Appello 22 Settembre 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Si consideri una sfera conduttrice carica di raggio *R*. Noto il suo potenziale elettrostatico rispetto ad un punto all'infinito, si calcoli la forza agente su una carica elettrica *q* posta in vicinanza della superficie.

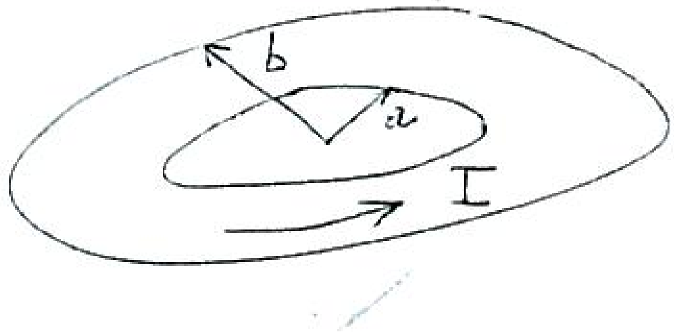
2) Sulla spira circolare in figura, di raggio interno *a* e raggio esterno *b* scorre una corrente stazionaria I. Ricavare l'espressione del campo B (modulo, direzione e verso) al centro della spira.

3) Nel circuito in figura, il condensatore C_1 e' inizialmente carico con una differenza di potenziale V_1=150V, mentre C_2 e' scarico. Determinare l'energia totale dissipata nella resistenza R_2 dall'istante in cui si chiude l'interruttore T all'istante in cui il circuito raggiunge la nuova configurazione di equilibrio. ($R_1=R_2=50\Omega$; $C_1=5\mu F$; $C_2=3\mu F$).

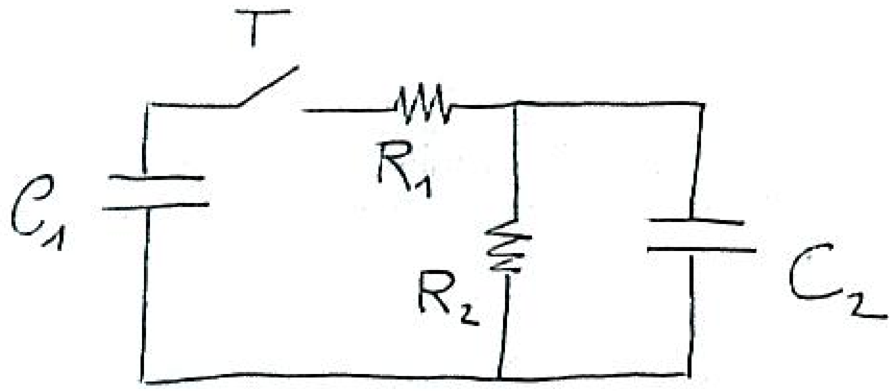
4) Una spira quadrata (di lato *a* e resistenza *R*), e' immersa in un campo $B=B_0\cos(2\pi ft)$ diretto secondo l'asse z; la normale al piano della spira e' diretta ance essa lungo z. Si calcoli l'ampiezza della corrente massima circolante nella spira, trascurando fenomeni di autoinduzione.

5) Una barretta di plastica lunga e sottile, posta in aria, di costante dielettrica relativa ε_r e sezione *S*, e' investita ortogonalmente da un'onda radio piana monocromatica di intensita' media *I*, con il campo di induzione magnetica polarizzato perpendicolarmente alla barretta. Ricavare l'espressione del massimo valore, e relativa posizione, delle opposte cariche di polarizzazione superficiali presenti sulla barretta.

2.



3.



Soluzioni

① $\vec{F} = q\vec{E} \qquad E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \vec{F} = F\hat{r}$

$\uparrow$ RADIALE

$$V(r) = \frac{Q_{sfera}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$C \stackrel{\Delta}{=} \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_{sfera} = C \cdot V_{sfera}$$

$$C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$V(r) = \frac{4\pi\varepsilon_0 R\, V_{sfera}}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{R}{r} V_{sfera}$$

$$F(r \simeq R) = q E_r(r \simeq R) = q \left.\frac{1}{r^2} R\, V_{sfera}\right|_{r=R}$$

$$\boxed{F = q\frac{V_{sfera}}{R}}$$

② Al centro della spira il contributo elementare di campo $\vec{B}$ dovuto ad una linea circolare di corrente dI vale:

$$dB_z = \frac{\mu_0 dI}{2r} \; ; \qquad dI = \frac{I}{b-a} dr$$

$\uparrow$

Corrente uniforme nella spira

$$B_z = \int_a^b dB_z = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2r(b-a)}\,dr \Rightarrow$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2(b-a)} \ln\frac{b}{a}$$

(3) C_2 non interviene, alla fine del processo C_1 e C_2 sono entrambi scarichi.
Tutte le cariche in C_1 attraversano le due resistenze.
Essendo le resistenze uguali $\Rightarrow$ l'energia dissipata è uguale per entrambe le resistenze.
Per la conservazione dell'Energia l'energia dissipata su ciascuna di esse è uguale all'energia elettrostatica inizialmente immagazzinata in C_1.

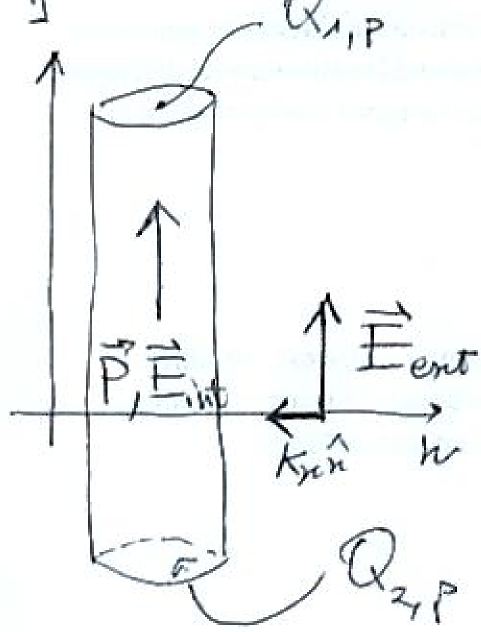
$$U_{R_1} = U_{R_2} = \frac{1}{2} U_{C_1}^{\text{iniziale}} = \frac{1}{4} C_1 V_1^2 = 28\ \text{mJ}$$

(4) $\Phi_{spire} = B_0 a^2 \cos(2\pi f t)$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = B_0 a^2 2\pi f \sin(2\pi f t)$$

$$I_{MAX} = \frac{f_{em}^{MAX}}{R} = \frac{B_0 a^2 2\pi f}{R}$$

(5)



$\vec{E}_{ext} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t)$

$\vec{E}_0$ // barra

$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}_{int}$

$E_0 = \sqrt{2ZI}$

$\underline{\underline{E_{int}}} = E^t_{int} = E^t_{ext} = \underline{\underline{E_{ext}}}$

$\underset{\uparrow}{Q_{1,P} =} -Q_{2,P}$

Conservazione della carica

$Q_{1,P} = -Q_{2,P} = \sigma_P S = S\,\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) E_{int}$

$Q^{MAX}_{1,P} = S\,\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\sqrt{2ZI}$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "SAPIENZA"

Anno Accademico 2015-2016 Ing. Elettronica

VII Appello 20 Ottobre 2016 - Fisica II - Prof. Luigi Palumbo

1) Una carica e' distribuita in modo uniforme, con densita' di volume ρ, in un volume a forma di lastra di spessore d ed indefinita nelle altre due dimensioni. Nel centro della lastra esiste una cavita' sferica vuota, di raggio $a<d/2$. Si ricavi l'espressione del campo elettrico **E** in un punto A a distanza $d/2$ dalla faccia piu' vicina alla lastra, su una retta che passa per il centro della cavita' sferica, normale alla lastra.

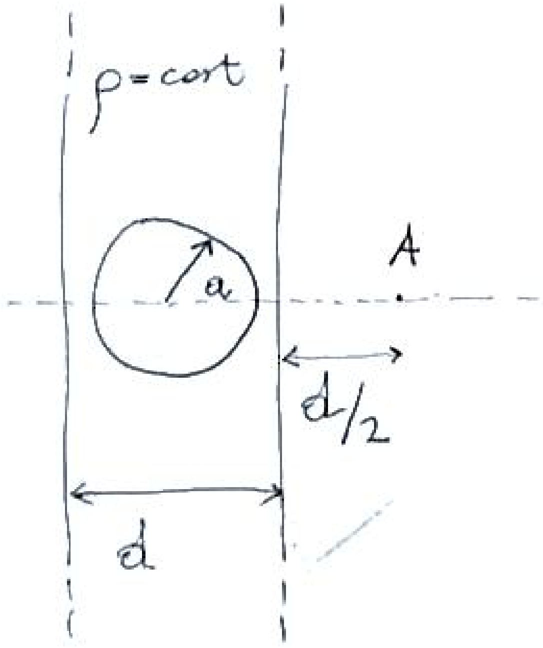
2) Un filo rettilineo e di sezione circolare di raggio a e' percorso da una corrente stazionaria I distribuita uniformemente. Il filo e' nel vuoto ed e' di lunghezza molto maggiore di a. Assumendo unitaria la permeabilita' relativa del rame, si ricavi l'espressione dell'energia magnetica U_H per unita' di lunghezza presente nella zona occupata dal filo.

3) Determinare l'andamento temporale della potenza W_L assorbita dall'induttanza e di quella W_g erogata dal generatore nel circuito di figura dopo la chiusura dell'interruttore.

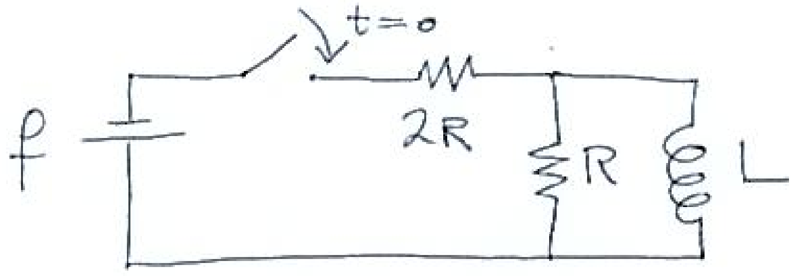
4) Un solenoide nel vuoto, lungo e compatto, di sezione circolare S=100cm^2 e densita' dell'avvolgimento di n=10spire/cm, e' percorso da una corrente $I=I_0\sin(2\pi ft)$ con I_0=2A e frequenza f=1.5kHz. All'esterno c'e' un filo conduttore che descrive un quarto di circonferenza di raggio a e coassiale al solenoide. Calcolare la massima differenza di potenziale presente fra le estremita' del filo.

5) L'occhio umano riesce a percepire di notte la luce di una lampadina da 40W (potenza media) a circa 1km di distanza. Ricavare la massima distanza alla quale e' possibile scorgere un faro di 2kW di potenza media luminosa e la corrispondente espressione dell'ampiezza del campo elettrico percepito (quest'ultimo non numericamente). Si supponga che la lampadina e il faro siano sorgenti isotrope e si trascurino gli effetti di assorbimento, diffusione e rifrazione della radiazione.

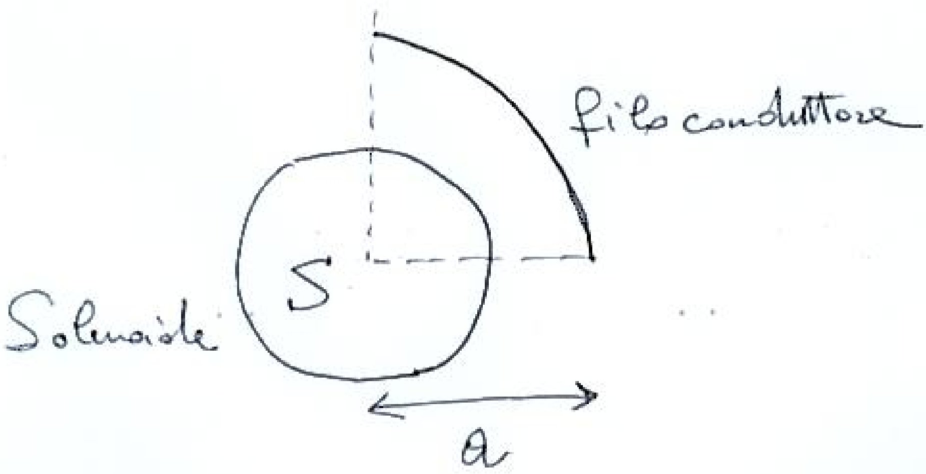
(1)



(3)

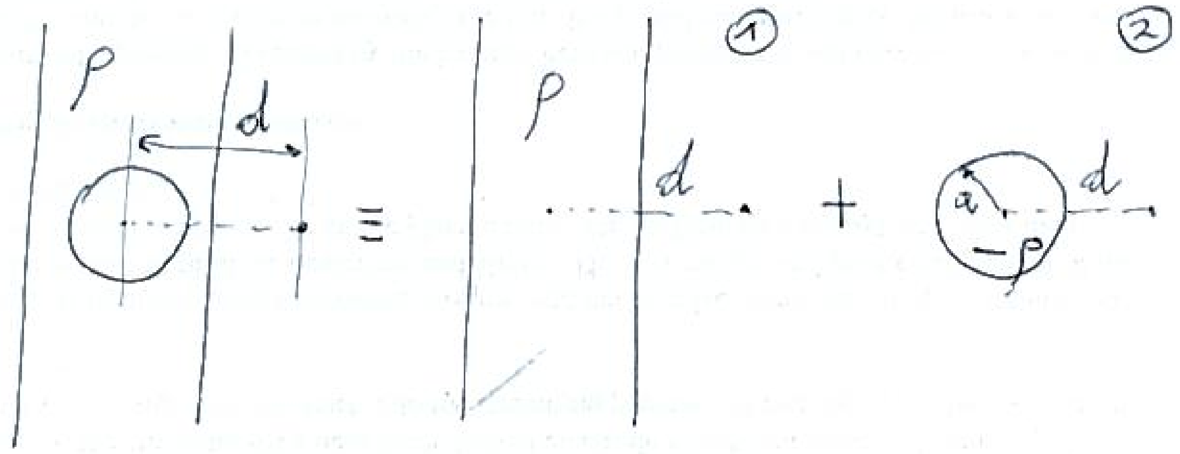


(4)



Soluzioni

(1)



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$ dal Teo. di Gauss

$$E_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}\pi a^3\frac{1}{d^2}$$ dal Teo. di Gauss

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{d}{2} - \frac{a^3}{3d^2}\right)$$

(2) Sia C una circonferenza di raggio $r<a$ centro sull'asse del filo ed S una sup. normale al filo avente C come bordo $\Rightarrow$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad J = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$2\pi r B(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi a^2}\pi r^2 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

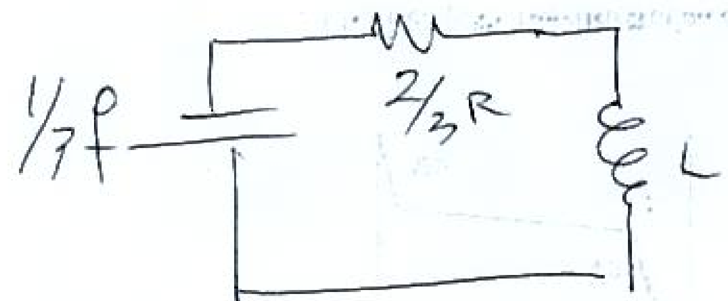
$H(r) = \frac{I r}{2\pi a^2}$; utilizziamo $u_H = \frac{1}{2}BH$

$$U_H = \int_{\text{fe}} u_H \, d\tau = \int \frac{1}{2} BH \, d\tau =$$

$$= \int \frac{1}{2} BH \, 2\pi r \, dr \, \ell$$

$$\Rightarrow \quad \frac{U_H}{\ell} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I^2}{(2\pi)^2} \frac{2\pi}{a^4} \int_0^a r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

③ Con Teo di Thevenin il circuito si può semplificare:



$$I = \frac{f}{2R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] \quad ; \quad \tau = \frac{3L}{2R}$$

$$W_L = L I \frac{dI}{dt} = \frac{f^2}{6R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] e^{-t/\tau}$$

$$W_f = \frac{f^2}{3R} + I \frac{f}{3} = \frac{f^2}{3R} + \frac{f^2}{6R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

W_f è pari a quella calcolata dal circuito equivalente più quella dissipata sulle due resistenze se non ci fosse L.

(4)

$$\left|\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}\right| = E\,2\pi a = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = S\,\frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2\pi a}\,\mu_0 n I_0 2\pi f S\,|\cos(2\pi f t)|$$

$$\Delta V_{max} = E_{max}\,a\,\frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}\mu_0 n I_0\, 2\pi f S \simeq 59\,mV$$

(5) L'intensità media che colpisce l'occhio nei due casi deve essere la stessa:

$$\bar{I} = \frac{P_{faro}}{4\pi d_{faro}^2} = \frac{P_{lamp}}{4\pi d_{lamp}^2}$$

$$d_{faro} = d_{lamp}\sqrt{\frac{P_{faro}}{P_{lamp}}} \simeq 7\,Km$$

$$E_0^2 = 2 Z_0 \bar{I} \qquad E_0 = \sqrt{\frac{Z_0\, 2 P_{lamp}}{4\pi d_{lamp}^2}}$$