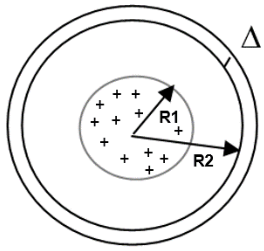
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2018-2019 – Ing. Aerospaziale - Prova scritta del 17 gennaio 2020

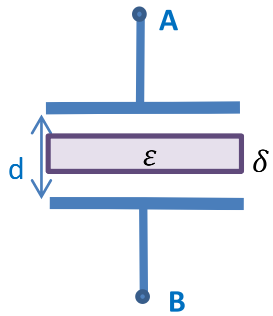
Esame di Fisica II

A1) Una sfera di raggio R_1 ha una densità di carica uniforme pari a ρ (C/m^3). All'esterno, a distanza R_2 vi è un guscio sferico concentrico conduttore di spessore Δ (come in figura).

1. Ricavare il campo elettrico $\vec{E}$ per $r > R_1$
2. Fare il grafico di $\vec{E}$(r).
3. Ricavare l'espressione del potenziale sulla superficie della sfera R_1.

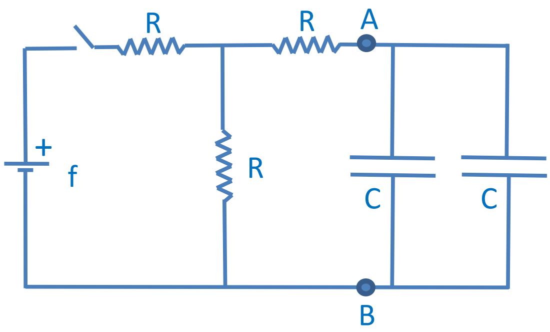


A2) Un condensatore piano è isolato ed è costituito da due piastre di sezione S distanti d su cui si trova una carica Q_{lib}. Tra le due piastre viene inserita una lastra omogenea di costante dielettrica relativa ε_r =5 e di spessore $\delta = d/4$. Determinare di quanto diminuisce la differenza di potenziale nel vuoto V_0, e il rapporto tra la carica di polarizzazione Q_{pol} sulla superficie del dielettrico e la carica libera Q_{lib} sulle piastre. (Assumiamo noti S,d e Q_{lib})



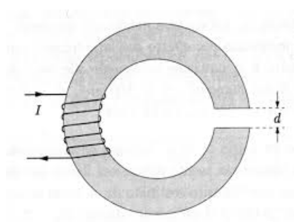
A3) Sia dato il circuito rappresentato in figura, e assumiamo noti i valori di f, R e C. Inizialmente i condensatori sono scarichi. All'istante t=0 viene chiuso l'interruttore e il sistema giunge a regime con una costante di tempo τ.

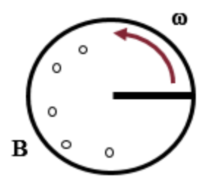
1. Applicare il teorema di Thevenin ai morsetti A e B e ricavare f_{eq} e R_{eq}.
2. Ricavare la costante di tempo τ del transitorio.
3. Ricavare il lavoro compiuto dal generatore nel processo di carica dei condensatori.



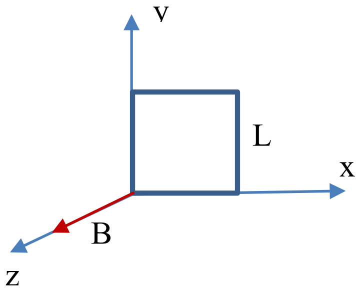
A4) Sia dato toroide di materiale magnetico, di raggio R, a sezione circolare realizzato come in figura. Una bobina di N spire con corrente I, crea un campo magnetico $\vec{B}$ che, a causa dell'elevata permeabilità μ_r, viene convogliato all'interno del materiale. Iltoroide presenta un traferro, di spessore $d << R$.

1. Ricavare il campo di induzione magnetica $\vec{B}_0$ nel traferro.
2. Assumendo il campo nel traferro uniforme, ricavare la f_{em} che si induce ai capi di una barretta conduttrice di lunghezza L che ruota su un piano perpendicolare a $\vec{B}_0$ con velocità angolare ω. Si assuma la rotazione intorno ad un asse passante per un suo estremo posizionato nel centro del traferro





A5) Un'onda elettromagnetica piana, polarizzata linearmente, si propaga nel vuoto con lunghezza d'onda λ e ha il campo di induzione magnetica espresso da $B_z = B_0 \cos(kx-\omega t)$. Si ricavi l'espressione della forza elettromotrice indotta in una spira rettangolare di lato L= λ/2 disposta nel piano x-y come indicato in figura.



(*) Per tutti gli esercizi si richiede l'analisi dimensionale del risultato

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 17.01.2020

ESERCIZIO N.1

Consideriamo 3 regioni:

a) $R_1 < r < R_2$
b) Nel conduttore
c) $r > R_2 + \Delta$

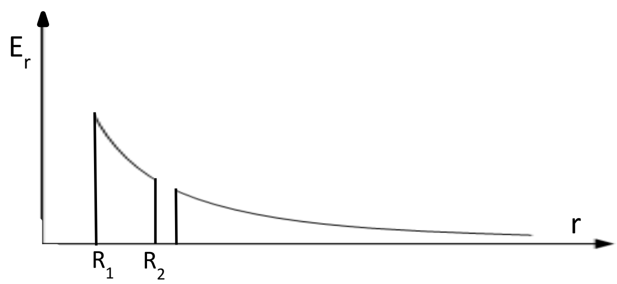
a) Sfruttiamo la simmetria sferica e applicando il teorema di gauss su una superficie sferica di raggio r, otteniamo:

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

b) Nel conduttore il campo elettrico è nullo

c) Applicando di nuovo il teorema di gauss su una superficie sferica di raggio $r > R_2$, otteniamo

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Il potenziale sulla superficie della sfera di raggio R_1 è dato da:

$$V(R_1) = \int_{R_1}^{\infty} E_r\, dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} + \int_{R_2+\Delta}^{\infty} \frac{dr}{r^2}\right)$$

$$V(R_1) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2+\Delta}\right)$$

ESERCIZIO N.2

Il condensatore è isolato, pertanto la sua carica non cambia con l'inserimento del dielettrico

$$Q_{lib} = CV_0$$

dove

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Il tal caso il campo elettrico nel vuoto non cambia e dipende solo dalla carica libera sulle piastre del condensatore.

$$E_0 = \frac{Q_{lib}}{S\varepsilon_0}$$

mentre il campo nel dielettrico si riduce:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{Q_{lib}}{S\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

Con l'inserimento del dielettrico il potenziale V ai capi del condensatore diventa:

$$V = E_0(d-\delta) + E\delta$$

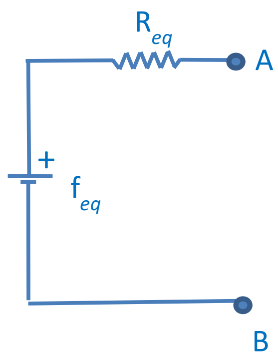
$$V = \frac{3}{4}V_0 + \frac{1}{20}V_0 = 0.8V_0$$

La carica di polarizzazione risulta pari a:

$$Q_{pol} = \sigma_{pol}\, S = \varepsilon_0 \frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r} E_0 S = \frac{4}{5} Q_{lib}$$

<u>ESERCIZIO N.3</u>

Applichiamo il teorema di Thevenin e ricaviamo:



$R_{eq} = \frac{3}{2}R \quad f_{eq} = \frac{f}{2}$

A valle dei morsetti A e B consideriamo una capacità totale pari alla somma delle due capacità in parallelo

$C_{\parallel} = 2C$

La costante di tempo del transiente è pari a:

$\tau = R_{eq}C_{\parallel} = 3RC$

A regime la carica totale sui due condensatori è pari a:

$$Q = C_{\parallel}\Delta V$$

dove

$$\Delta V = V_A - V_A = RI = \frac{f}{2}$$

Il Lavoro compiuto dal generatore è pari a:

$$L_g = fQ = Cf^2$$

<u>ESERCIZIO N.4</u>

Applichiamo la legge di circuitazione per il campo H, considerando la lunghezza magnetica $L_m = 2\pi R - d$, e tenendo presente che il campo di induzione magnetica B è continuo nella transizione tra materiale magnetico e vuoto, otteniamo:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = NI$$

$$HL_m + H_0 d = NI$$

$$\frac{B_0}{\mu_0\mu_r}L_m + \frac{B_0}{\mu_0}d = NI$$

$$B_0\left(\frac{L_m}{\mu_r} + d\right) = \mu_0 NI$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{\left(\frac{L_m}{\mu_r} + d\right)}$$

La differenza di potenziale ai capi della sbarretta si ottiene mediante la forza di Lorentz:

$$F = q\vec{v}\times\vec{B}$$

con

$$v = \omega r$$

otteniamo una forza di Lorentz che agisce nella direzione della sbarretta pari a

$$F = q\omega r B_0$$

da cui ricaviamo

$$f_{em} = \omega B_0 \int_0^L r dr = \frac{1}{2}\omega B_0 L^2$$

<u>ESERCIZIO N.5</u>

Calcoliamo il flusso del campo B sulla spira:

$$\Phi(B) = \int_0^L B_0 \cos(kx - \omega t)\, L dx = \frac{B_0 L}{k}\,[sen(kL - \omega t) + sen(\omega t)]$$

Dalla legge di FNL otteniamo:

$$f_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B_0 L\omega}{k}\,[cos(kL - \omega t) - cos(\omega t)]$$

$$f_i = \frac{B_0 L\omega}{k}\,[cos(\pi - \omega t) - cos(\omega t)]$$

$$f_i = -2B_0 Lc\, cos(\omega t)$$