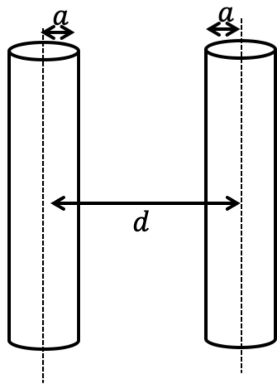
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

Prova scritta di Fisica 2 – 13 gennaio 2020

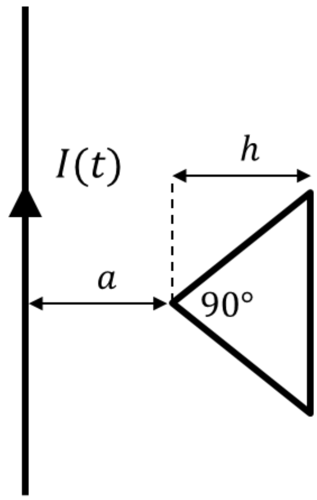
Esercizio 1 (8 punti)
Due conduttori cilindrici di raggio a, rettilinei, paralleli tra loro e di lunghezza infinita, posti nel vuoto a distanza d l'uno dall'altro, hanno stessa densità di carica in modulo ma di segno opposto. Nota la differenza di potenziale V_0 tra di essi, determinare il modulo della carica per unità di lunghezza λ ed il modulo della densità di carica superficiale σ presente su ciascuno dei due conduttori.



Esercizio 2 (8 punti)
Una sfera di raggio a, fatta di materiale dielettrico non omogeneo, elettricamente neutra, è posta in un campo elettrico. Sapendo che $div\,\vec{P} = k/r$ (k costante, r sia la distanza dal centro della sfera), determinare la carica totale di polarizzazione sulla superficie della sfera Q_{sup}^{pol}.

Esercizio 3 (8 punti)
Un solenoide rettilineo indefinito ha sezione circolare di raggio a e coefficiente di autoinduzione per unità di lunghezza L_0. Lungo l'asse del solenoide e per tutta la sua lunghezza viene sistemata una barra cilindrica di materiale ferromagnetico di raggio $b = a/5$; si trova allora che il coefficiente di autoinduzione (per unità di lunghezza) diventa $L = 4\,L_0$. Calcolare la permeabilità magnetica relativa μ_r del materiale ferromagnetico.

Esercizio 4 (8 punti)
Una spira a forma di triangolo rettangolo e isoscele è complanare a un lungo filo percorso da una corrente lentamente variabile $I = I_0 cos(\omega t)$. Calcolare l'espressione della forza elettromotrice indotta nella spira assumendo i parametri geometrici in figura.



Domanda
Considerare la scarica di un condensatore carico a Q_0 su una resistenza R. Ricavare (esplicitando i passaggi più significativi) l'andamento della Q(t) del condensatore e la I(t) che scorre nel circuito (disegnarne anche l'andamento delle grandezze nel tempo in maniera approssimata).

Soluzioni

Esercizio 1

$$E_0(x) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) \qquad (a \le x \le d-a)$$

$$V_0 = \int_a^{d-a} E_0(x)dx = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a} \rightarrow \lambda = \frac{\pi\varepsilon_0 V_0}{\ln\frac{d-a}{a}} \quad \sigma = \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\varepsilon_0 V_0}{2a\ln\frac{d-a}{a}}$$

Esercizio 2

$$0 = Q_{tot} = Q_\tau^{pol} + Q_{sup}^{pol} \qquad div\,\vec{P} = \frac{k}{r} = -\rho_{pol}$$

$$Q_\tau^{pol} = \int_{sfera} \rho_{pol} d\tau = -\int_0^a \frac{k}{r} 4\pi r^2 dr = -2\pi k\, a^2 \qquad Q_{sup}^{pol} = -\, Q_\tau^{pol} = 2\pi k\, a^2$$

Esercizio 3

L'induttanza del solenoide nel vuoto per unità di lunghezza è $L_0 = \mu_0 n^2\, \pi\, a^2$ (H/m). Quando è inserita la sbarra cilindrica ferromagnetica si ha

$$L = \mu_0\, \mu_r n^2\, \pi\, b^2 + \mu_0 n^2\, \pi\, (a^2 - b^2)$$

$$\mu_r = 1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\frac{L}{L_0} - 1\right) = 76$$

Esercizio 4

$$f_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\hat{n}dS = -\frac{d}{dt}\int_a^{a+h} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2(r-a)dr =$$

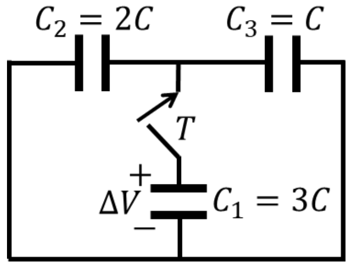
$$= -\frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{dI}{dt}\right)\int_a^{a+h}\left(1 - \frac{a}{r}\right)dr = \frac{\mu_0}{\pi}(\omega I_0 \sin\omega t)\left(h - a\ln\frac{a+h}{a}\right)$$

SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

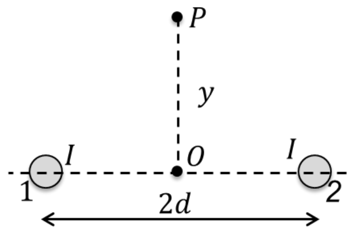
Prova scritta di Fisica 2 – 7 febbraio 2020

Esercizio 1 (8 punti)
Su una sfera isolante di raggio R è depositata una carica la cui densità di volume varia con la legge $\rho = k/r^2$ con r la distanza dal centro della sfera e k nota. Determinare l'energia del campo elettrostatico presente in tutto lo spazio.

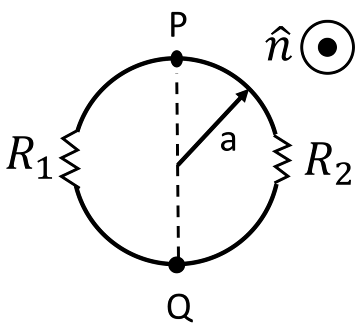
Esercizio 2 (8 punti)
Tre condensatori sono disposti come in figura. Inizialmente, ad interruttore T aperto, C_2 e C_3 sono scarichi, mentre C_1 ha tensione ΔV. Successivamente si chiude T; determinare le cariche Q_1, Q_2, Q_3 e le tensioni finali $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$ dei tre condensatori ($C = 1$ nF, $\Delta V = 20$ V).



Esercizio 3 (8 punti)
Due fili conduttori rettilinei 1 e 2 complanari e paralleli (da considerarsi infinitamente estesi), separati da una distanza $2d$, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I. Si consideri un piano ortogonale ai due fili (piano in figura): si determini a quale distanza y lungo la linea di mezzeria, dal centro O del sistema, il modulo del campo B è massimo.



Esercizio 4 (8 punti)
Una spira circolare di **raggio a** è immersa in aria in un campo $\vec{B} = B_0 \sin \omega t \ \hat{n}$ dove $\hat{n}$ è il vettore unitario ortogonale al piano della spira. Istante per istante il campo $\vec{B}$ è uniforme. Le due metà della spira a sinistra e a destra del diametro PQ hanno resistenze diverse R_1e R_2. Dare l'espressione della $\Delta V_{PQ} = V_P - V_Q$, trascurando l'autoinduzione.



Domanda
Determinare le azioni meccaniche di un campo magnetico uniforme su una spira piana rettangolare percorsa da corrente. Definire inoltre il momento magnetico.

Soluzioni

Esercizio 1

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{k}{r^2} 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi k}{\varepsilon_0} r \rightarrow E = \frac{k}{\varepsilon_0 r} \quad (r \leq R)$$

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{k}{r^2} 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi\alpha}{\varepsilon_0} R \rightarrow E = \frac{kR}{\varepsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$$

$$U_E = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^\infty E^2 d\tau = \frac{2\pi k^2}{\varepsilon_0}\int_0^R dr + \frac{2\pi k^2 R^2}{\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{4\pi k^2}{\varepsilon_0} R$$

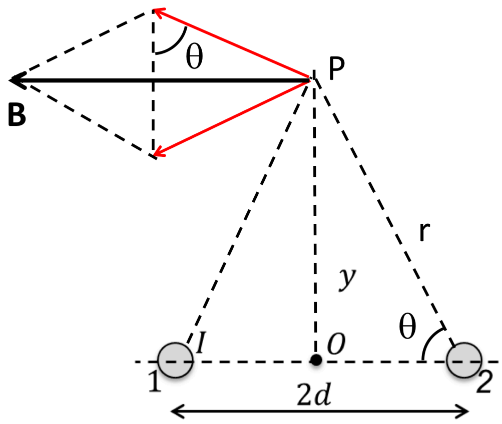
Esercizio 2

Nello stato finale i condensatori sono in parallelo e quindi

$$\frac{Q_1}{3C} = \frac{Q_2}{2C} = \frac{Q_3}{C} \text{ e } Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3C\Delta V$$

da cui $Q_3 = 10nC, Q_2 = 20nC\ e\ Q_1 = 30\ nC$ e $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = 10V$

Esercizio 3



$$B = 2\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\sin\theta = \frac{\mu_0}{\pi} I \frac{y}{d^2 + y^2}$$

$$\frac{dB}{dy} = \frac{\mu_0}{\pi} I \left[\frac{1}{d^2 + y^2} - \frac{2y^2}{(d^2 + y^2)^2}\right]$$

Il massimo si ha per $\frac{dB}{dy} = 0$ ossia per $y = d$.

Esercizio 4

$$f_i(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_0 sin\omega t\ \pi a^2) = -\omega B_0 \pi a^2 cos\omega t \quad i(t) = \frac{f_i(t)}{R_1 + R_2}$$

La f.e.m. indotta è uniformemente distribuita sulla spira. Orientando coerentemente con la regola della mano destra la normale alla spira ed il suo verso di percorrenza, la legge di Ohm generalizzata applicata a destra di PQ risulta

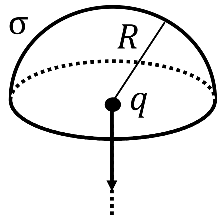
$$\Delta V_{PQ} = V_P - V_Q = -\frac{1}{2} f_i(t) + R_2 i(t) = -\frac{1}{2} f_i(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} f_i(t) = \frac{R_1 - R_2}{2(R_1 + R_2)}\ \omega B_0 \pi a^2 cos\omega t$$

SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

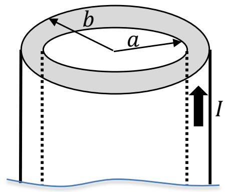
Prova scritta di Fisica 2 – 4 maggio 2020
Esame scritto online – procedura straordinaria

Risolvere 2 dei seguenti 3 esercizi

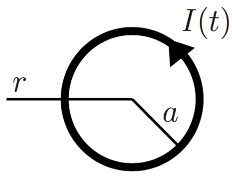
1) Sia data una semisfera di raggio R sulla quale è presente una densità superficiale di carica σ. Una carica q di massa m è posta inizialmente ferma al centro della semisfera. Determinare la velocità della carica quando arriva a distanza infinita dalla semisfera.



2) Determinare l'intensità del campo magnetico B prodotto da un cilindro cavo infinito rettilineo di raggio interno a e raggio esterno b, percorso da una corrente I, in ogni punto dello spazio.



3) Si consideri un solenoide molto lungo a sezione circolare di raggio a, con n spire per unità di lunghezza, alimentato dalla corrente quasi-stazionaria $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. Si calcoli la forza che subisce una carica elettrica q posta a distanza r dall'asse del solenoide (se ne indichi anche la direzione).



Soluzioni

A1)

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{2\pi R^2\sigma}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{q\sigma R}{m\varepsilon_0}}$$

A2)

$$J = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \qquad r \le a \rightarrow B = 0$$

$$a \le r \le b \rightarrow 2\pi r B = \mu_0 J \pi (r^2 - a^2) \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$$

$$r \ge b \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

A3)

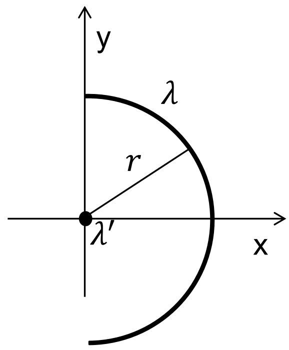
$$\text{Faraday:} \quad E\ 2\pi r = -\frac{dB}{dt}\pi a^2 \quad \longrightarrow \quad E = -\frac{d}{dt}\left[\mu_0 n I_0 \sin(\omega t)\right]\frac{a^2}{2r} = -\mu_0 n I_0 \omega \frac{a^2}{2r}\cos\omega t$$

La direzione del campo elettrico è la tangente alla circonferenza di raggio r.

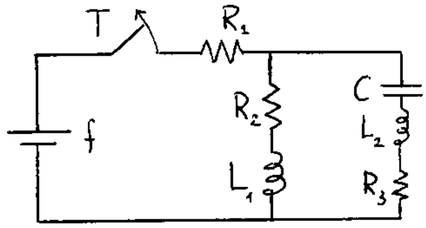
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

Prova scritta di Fisica 2 – 10 giugno 2020

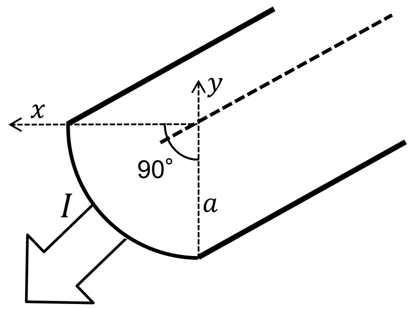
Esercizio 1 (8 punti)
Una carica statica nel vuoto è distribuita su due fili come mostrato in figura: 1) su un filo semicircolare di raggio r posto sul piano x-y, con densità λ uniforme; 2) su un filo rettilineo di lunghezza infinita perpendicolare allo stesso piano, con densità λ' uniforme. Si calcoli l'espressione della forza $\vec{F}$ agente sul filo semicircolare.



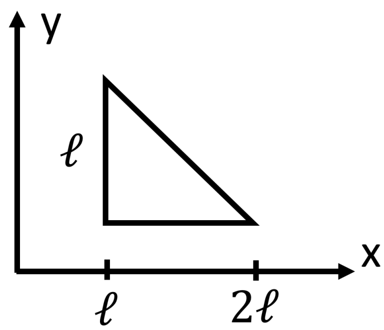
Esercizio 2 (8 punti)
Il circuito in figura si trova in condizioni stazionarie quando viene aperto l'interruttore T. Calcolare l'energia dissipata nel circuito durante tutto il transitorio che segue l'apertura di T.



Esercizio 3 (8 punti)
Determinare le componenti lungo x e y del campo di induzione magnetica $\vec{B}$ sull'asse di un quarto di cilindro infinito di raggio a cavo (spessore trascurabile) mostrato in figura e percorso, sulla sua superficie, da una corrente di intensità I.

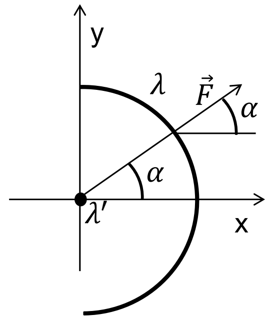


Esercizio 4 (8 punti)
Una spira triangolare (rettangolare ed isoscele) di resistenza R, come in figura, posta sul piano *xy* è sottoposta all'azione di un campo magnetico non uniforme e lentamente variabile nel tempo, la cui componente normale alla spira è espressa da
$B_z = B_z(x,t) = k\, x \cos(\omega t)$
Si calcoli l'espressione della corrente *I(t)* indotta nella spira.



Soluzioni

Esercizio 1)



Per simmetria, la forza agente sulla spira è diretta lungo l'asse delle x.

$$dF_x = dF\cos\alpha = dqE\cos\alpha = \lambda r d\alpha \frac{\lambda'}{2\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha = \frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\cos\alpha\, d\alpha$$

$$F_x = \frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{\lambda\lambda'}{\pi\varepsilon_0}$$

Esercizio 2)

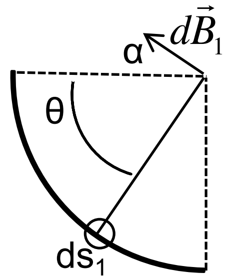
T chiuso, condizioni stazionarie:

$$I = \frac{f}{R_1 + R_2} \qquad V_c = R_2 I = f\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Energia immagazzinata nel circuito: $E = \frac{1}{2}L_1 I^2 + \frac{1}{2}CV_c^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{f}{R_1 + R_2}\right)^2 (L_1 + CR_2^2)$

Una volta aperto T, tutta l'energia immagazzinata nel circuito viene dissipata in R_2 e R_3. Il generatore non compie più lavoro.

Esercizio 3)



Con riferimento alla figura, il filo di larghezza ds_1 genera in O un campo di induzione magnetica $d\vec{B}_1$ uguale in modulo e pari a

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} \quad \text{con} \quad dI = I\frac{ds}{\pi R}$$

La componente lungo x del campo è pari a:

$$dB_x = \frac{\mu_0 I ds}{2\pi^2 R^2} cos\alpha = \frac{\mu_0 I ds}{2\pi^2 R^2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R^2}\int_0^{\pi/2}\sin\,\theta ds$$

$$ds = Rd\theta \;\rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}$$

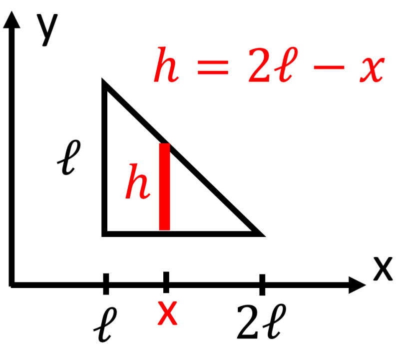
Per simmetria la componente del campo lungo y è la stessa.

Esercizio 4)

$$\Phi\left(\vec{B}\right) = \int_{spira}\vec{B}\cdot d\vec{S} = \mathrm{k}\cos(\omega t)\int_{\ell}^{2\ell} x(2\ell - x)dx =$$

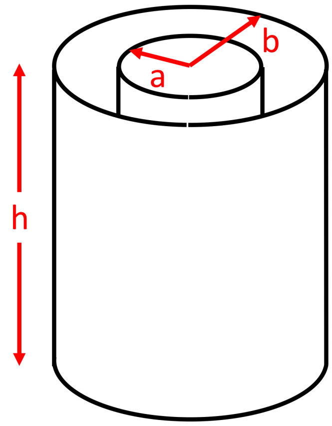
$$\ldots = 2\,\frac{\mathrm{k}\cos(\omega t)\,\ell^3}{3}$$

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = 2\,k\frac{\ell^3\omega}{3R}\sin(\omega t)$$



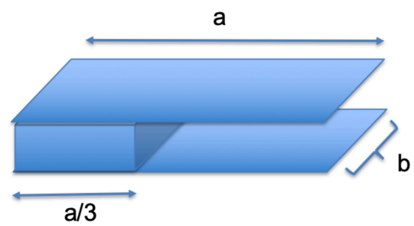
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

Prova scritta di Fisica 2 – 13 luglio 2020

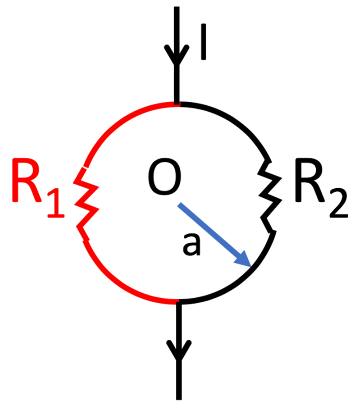


Esercizio 1 (8 punti)
Un guscio conduttore cilindrico è circondato da un guscio conduttore cilindrico coassiale, tale che l'altezza **h >>(b-a)**. Lo spazio fra i due conduttori è riempito di un dielettrico di **costante dielettrica** ϵ_r. Calcolare la **capacità C** di questo sistema di conduttori.

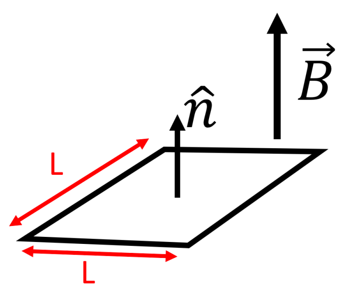
Esercizio 2 (8 punti)
Un condensatore piano rettangolare di **dimensioni a e b** è parzialmente riempito per un tratto **x=a/3** da una lastra di dielettrico omogeneo e isotropo con $\epsilon_r = 4$. Se la **carica totale** sull'armatura è Q_{tot}, calcolare la **carica** Q_x che si dispone sulla parte di armatura superiore affacciata al dielettico.



Esercizio 3 (8 punti)
Un anello conduttore di **raggio a** è composto da due conduttori diversi, ciascuno lungo una semicirconferenza; una semicirconferanza ha **resistenza** R_1 e l'altra ha **resistenza** R_2; sia $R_1 > R_2$. L'anello è collegato ad un circuito in cui scorre una **corrente stazionaria I**. Calcolare il campo B al centro O dell'anello (oltre al modulo, indicarne direzione e verso).



Esercizio 4 (8 punti)
Una spira quadrata di **lato L** e **resistenza totale R** è immersa in un **campo B** uniforme e costante, diretto secondo la normale alla spira (vedi figura). La spira è costituita da **N avvolgimenti**. Il campo B viene spento; si calcoli la quantità di **carica Q** che fluisce nella spira.



Esercizio 1

$$C = Q/\Delta V$$

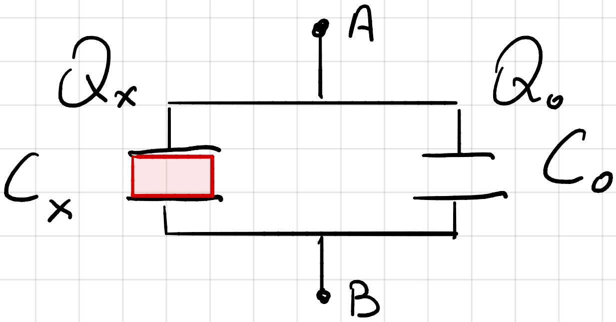
CAMPO FILO CARICO $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_R r}\hat{r}$

$$\Delta V = \int_{\oplus}^{\ominus} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \dots = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_R}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_R h}\ln\left(b/a\right)$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_R h}{\ln(b/a)}$$

Esercizio 2

d SEPARAZIONE ARMATURE



$$C_{/\!/} = C_x + C_0$$

$$V_A - V_B = Q_{TOT}/C_{/\!/}$$

$$C_x = \varepsilon_0\varepsilon_R\frac{bx}{d} \qquad C_0 = \varepsilon_0\frac{b(a-x)}{d}$$

$$C_{/\!/} = \frac{\varepsilon_0 b}{d}\left\{a + (\varepsilon_R - 1)x\right\} \qquad Q_{TOT} = Q_x + Q_0$$

$$V_A - V_B = \frac{Q_x}{C_x} = \frac{Q_{TOT}}{C_{/\!/}}$$

$$x = a/3$$

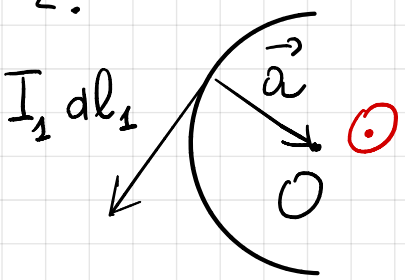
$$Q_x = Q_{TOT}\frac{C_x}{C_{/\!/}} = Q_{TOT}\frac{\varepsilon_R x}{a + (\varepsilon_R - 1)x} \overset{\downarrow}{=} \frac{2}{3}Q_{TOT}$$

ESERCIZIO 3

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, dl \sin\theta}{r^2} \hat{t}$$

1. TRATTI RETTILINEI $\sin\theta = 0$

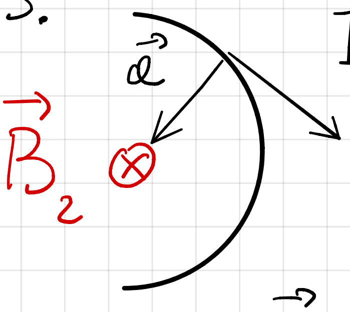
2.



$$\vec{B}_1 = \hat{\odot} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1}{a^2} \int_0^{\pi a} dl = \odot \frac{\mu_0}{4a} \boxed{\frac{R_2}{R_1+R_2} I}$$

I_1

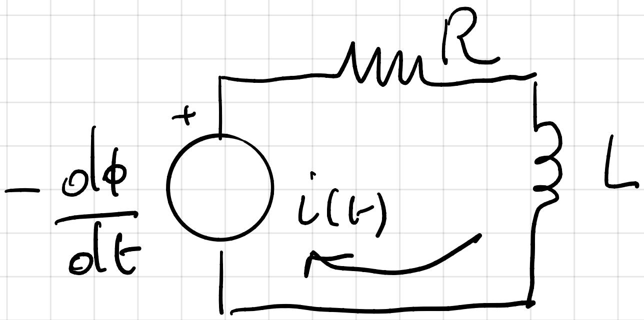
3.



$$\vec{B}_2 = \hat{\otimes} \frac{\mu_0}{4a} \frac{R_1}{R_1+R_2} I$$

$$\vec{B}(0) = \hat{\odot} \frac{\mu_0 I}{4a(R_1+R_2)} (R_2 - R_1)$$

ESERCIZIO 4



$$Ri + L\frac{di}{dt} = -\frac{d\phi}{dt}$$

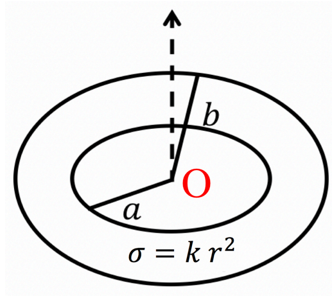
$$Q = \int_{PRIMA}^{DOPO} i(t)\, dt = -\frac{L}{R} \cancel{\int_{PRIMA}^{DOPO} \frac{di}{dt} dt} - \frac{1}{R} \int_{PRIMA}^{DOPO} \frac{d\phi}{dt} dt$$

$$Q = -\frac{\cancel{\phi_{FINALE}} - \phi_{INIZIALE}}{R} = \frac{\phi_{INIZIALE}}{R} = \frac{NBL^2}{R}$$

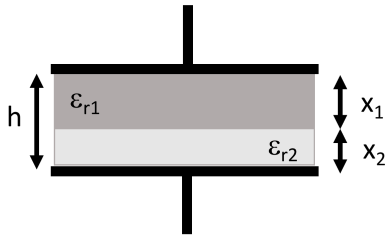
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

Prova scritta di Fisica 2 – 7 Settembre 2020

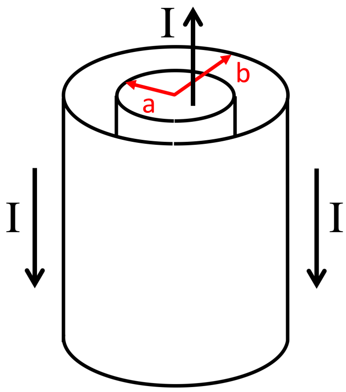
Esercizio 1 (8 punti)
Una carica elettrica nel vuoto è distribuita su una corona circolare di **raggio interno a ed esterno b**, con una densità superficiale $\sigma = k\,r^2$, dove r è la distanza dal centro O. Calcolare l'espressione del lavoro necessario per portare una carica puntiforme Q dall'infinito al centro O della distribuzione.



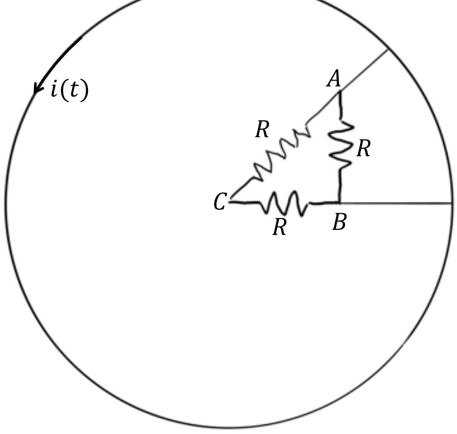
Esercizio 2 (8 punti)
Un condensatore piano ha come dielettrico due lastre di materiali diversi, di **spessore x_1 e x_2** e costante dielettrica relativa **ε_{r1} e ε_{r2}**, che lo riempiono completamente ($h = x_1 + x_2$). Calcolare il rapporto fra i campi elettrici nei dielettrici, il campo elettrico in ciascun dielettrico e la somma delle densità di carica di polarizzazione sulla superficie di separazione tra i due dielettrici se la d.d.p. applicata al condensatore vale ΔV_0.



Esercizio 3 (8 punti)
Un **lungo conduttore cilindrico** di **raggio a** è percorso da una corrente stazionaria I uniformemente distribuita sulla sezione. Coassiale a questo conduttore è posta una **superficie conduttrice cilindrica** di **raggio b**. La corrente che circola nel cilindro interno circola in verso opposto nella superficie cilindrica esterna. Ricavare l'espressione del campo B in tutto lo spazio.



Esercizio 4 (8 punti)
Un solenoide con ***n* spire per unità di lunghezza**, la cui sezione è rappresentata in figura, è percorso da una corrente $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. All'interno del solenoide è presente un circuito a forma di triangolo rettangolo con $AB = BC = r/2$, dove r è raggio del solenoide. Due lati del triangolo si trovano lungo i raggi della sezione come in figura. **Le tre resistenze *R* sono uguali**. Determinare il modulo della differenza di potenziale $|V_A - V_B|$.



Soluzioni

Esercizio 1

$$L = QV(0) = Q\int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma}{r}dS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{\sigma}{r}2\pi r dr = \frac{Q}{2\varepsilon_0}\int_a^b \sigma dr = \frac{kQ}{2\varepsilon_0}\int_a^b r^2 dr$$
$$= \frac{kQ}{6\varepsilon_0}(b^3 - a^3)$$

Esercizio 2

Campo elettrico normale ai conduttori ed uniforme nei due dielettrici. Quindi dalle condizioni al contorno alla separazione $D_{n1} = D_{n2}$ segue che, essendo il campo E_j il campo nel mezzo j,
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}$$
Poiché $E_1 x_1 + E_2 x_2 = \Delta V_0$, si ricava che $E_1 = \frac{\Delta V_0}{x_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}x_2}$ e $E_2 = \frac{\Delta V_0}{x_2 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}x_1}$
La densità di carica di polarizzazione totale σ_P è la somma di quella nel mezzo 1 e quella nel mezzo 2 (di segno opposto) $\sigma_P = |\sigma_{P1} - \sigma_{P2}|$
$|\sigma_{P1}| = \epsilon_0(\epsilon_{r1} - 1)E_1$ e $|\sigma_{P2}| = \epsilon_0(\epsilon_{r2} - 1)E_2$

$$\sigma_P = \epsilon_0 \frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{x_1\epsilon_{r2} + x_2\epsilon_{r1}}\Delta V_0$$

Esercizio 3

$$J = \frac{I}{\pi a^2}$$
$$r < a \quad 2\pi r B = \mu_0 J \pi r^2 \ \rightarrow \ \vec{B} = \frac{\mu_0 I\, r}{2\,\pi a^2}\hat{t}$$

$$b < r < a \quad 2\pi r B = \mu_0 I \ \rightarrow \ \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\,\pi r}\hat{t}$$

$$r > b \quad I\ concatenata = 0 \ \rightarrow \ \vec{B} = 0$$

Esercizio 4

$$B = \mu_0 n i(t) = \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \qquad \phi = \frac{r^2}{8}B = \frac{r^2}{8}\mu_0 n I_0 \cos(\omega t)$$
$$f_{em} = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{r^2}{8}\mu_0 n I_0 \omega \sin(\omega t) \qquad I = \frac{f_{em}}{3R} = \frac{r^2}{24R}\mu_0 n I_0 \omega \sin(\omega t)$$

La forza elettromotrice indotta si trova soltanto sul lato AB perché AC e BC sono perpendicolari alle linee di forza circolari del campo elettrico. Quindi
$$|V_A - V_B| = 2RI = \frac{r^2}{12}\mu_0 n I_0 \omega \sin(\omega t)$$