

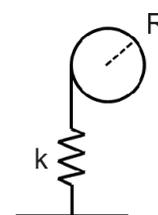


Prova di esame dell' 1 febbraio 2024 - TESTO PROVA DI ESAME  
V APPELLO – a.a. 2022-23

**Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.**

1. Un'automobile si trova su una pista circolare di raggio  $R=225$  m. Durante i primi 10 s dopo la partenza la sua velocità cresce linearmente con il tempo, percorrendo uno spazio pari ad  $L=150$  m. Determinare il modulo dell'accelerazione all'istante  $t=10$  s.

2. Un disco uniforme di raggio  $R$  e massa  $M = 2$  kg è libero di ruotare in un piano verticale attorno ad un perno passante per il suo centro. Una corda, attaccata a una molla di costante elastica  $k = 100$  N/m, è libera di scorrere senza strisciare sul disco, come in figura. Determinare il periodo delle piccole oscillazioni.



3. Una sfera omogenea di raggio  $R = 5$  cm e massa  $M = 1.7$  kg viene lasciata sprofondare in acqua. Quanto vale il coefficiente  $\gamma$  di attrito viscoso ( $F_A = -\gamma v$ ) se la velocità limite vale  $v_{lim} = 3$  m/s?

4. Un gas perfetto monoatomico, inizialmente avente un volume  $V=10^{-2}\text{m}^3$  alla temperatura  $T=-50^\circ\text{C}$ , viene compresso ad una pressione costante  $p=2$  MPa fino a raggiungere l'equilibrio con l'ambiente esterno a  $T_{fin}=30^\circ\text{C}$ . Nello stato di equilibrio finale il gas ha un volume  $V_{fin}$  pari al 10% di quello iniziale. Determinare la quantità di calore  $Q$  scambiata dal gas con l'ambiente esterno.

5. Una mole di gas perfetto, inizialmente alla temperatura  $T_0$  pari a 350 K, subisce un'espansione isobara reversibile durante la quale raddoppia il volume. Successivamente il gas viene riportato rapidamente alle condizioni iniziali restando a contatto con una sorgente termica e poi subendo una trasformazione isocora reversibile. Disegnare approssimativamente il ciclo termodinamico nel piano di Clapeyron. Determinare la variazione di entropia dell'universo durante il ciclo sapendo che la trasformazione isoterma richiede un lavoro esterno di 6 kJ.

### Sezione TEORIA

**Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1. Dimostrare che la risultante dei momenti di una qualsiasi coppia di forze interne è nulla rispetto a qualsiasi polo si scelga per il calcolo
- T2. Dimostrare l'equivalenza degli enunciati del secondo principio della termodinamica nelle due formulazioni fatte da Kelvin-Planck e Clausius



$$\text{E1. } L = \frac{1}{2} a_t t_1^2 \implies a_t = 3 \text{ ms}^{-2}; \quad v(t_1) = a_t t_1 = 30 \text{ ms}^{-1}$$
$$a_n = \frac{|v(t_1)|^2}{R} = 4 \text{ ms}^{-2} \implies a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 5 \text{ ms}^{-2}$$

---

**E2.** Con la seconda equazione cardinale:  $kR^2\theta + MR^2/2 \theta'' = 0$   
da cui  $T = 2\pi\sqrt{M/2k} = 0.628 \text{ s}$

---

**E3.** Nella condizione di velocità limite l'accelerazione è nulla, quindi tenendo conto della forza di attrito viscoso, della spinta di Archimede e della forza peso si avrà:

$$\gamma = (M - \rho_{H_2O} V)g/v_{lim} \quad \text{dove } V \text{ è il volume della sfera da cui } \gamma = 3.85 \text{ kg/s}$$

---

**E4.**  $Q = \Delta U + L \implies Q = nc_V \Delta T + p_{est} \Delta V$

$$nR = \frac{p_{fin} V_{fin}}{T_{fin}}; \quad p_{fin} = p_{est}; \quad c_V = \frac{3}{2} R$$

$$Q = \frac{3}{2} \frac{p_{est} V_{fin}}{T_{fin}} \Delta T + p_{est} \Delta V = -17.4 \text{ kJ}$$

---

**E5.** La variazione di entropia del gas nel ciclo è nulla.

Considerando i tre stati A ( $p_0, V_0, T_0$ ) B ( $p_0, 2V_0, 2T_0$ ) e C ( $2p_0, V_0, 2T_0$ ) avremo:  $\Delta S_{AB}(sorg) = -\Delta S_{AB}(gas) = -n c_p \ln 2$ ; nella isoterma che collega gli stati B e C, svolta a temperatura  $2T_0$  abbiamo  $\Delta U = 0 \rightarrow L = Q$  essendo L negativo (lavoro compiuto sul gas) la variazione di entropia della sorgente si calcola con  $\rightarrow \Delta S_{BC}(sorg) = |L|/(2T_0)$ ;  $\Delta S_{CA}(sorg) = -\Delta S_{AB}(gas) = -nc_v \ln(1/2)$  da cui  $\Delta S_{tot} = \Delta S_{tot}(sorg) = 2.81 \text{ J/K}$

