SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I

Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

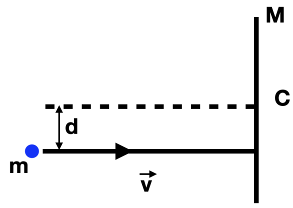
Prova di esame del 2 novembre 2023 - TESTO PROVA DI ESAME

APPELLO straordinario – a.a. 2022-23

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. In un sistema di riferimento cartesiano (O, x, y, z) il moto di un punto materiale è descritto dalle equazioni parametriche: $x = A\cos(\omega t)$; $y = A\,sen(\omega t)$; $z = vt$. Dopo aver ricavato l'espressione delle seguenti grandezze fisiche: a) accelerazione tangenziale; b) accelerazione normale; c) raggio di curvatura della traiettoria; descrivere e/o disegnare il tipo di moto corrispondente alle equazioni parametriche date. [A = 10 cm; $\omega = 4\pi\ s^{-1}$; v=25 cm/s].

2. Una sbarra sottile omogenea di massa M = 1 kg e lunghezza L = 50 cm è appoggiata su di un piano orizzontale liscio. Una palla di massa m = 0.2 kg si muove in direzione perpendicolare all'asta, sopra al piano orizzontale con velocità $\boldsymbol{v}$ e colpisce la sbarra, effettuando un urto elastico, ad una distanza d dal centro C di massa dell'asta. Calcolare d se la palla, dopo l'urto, rimane ferma.



3. Un satellite artificiale di massa 800 kg è posto in orbita circolare intorno alla terra ad una distanza di 600 km rispetto alla superficie. Considerando che il satellite parte da fermo dalla superficie terrestre, calcolare il lavoro compiuto dal motore per portarlo su tale orbita. Si trascuri l'attrito con l'aria. (M_{ter}= 6 x 10^{24} kg, R_{ter} = 6000 km).

4. Due moli di gas perfetto monoatomico, inizialmente a temperatura 300 K, subiscono una espansione adiabatica reversibile che ne triplica il volume. Determinare il lavoro compiuto dal gas.

5. Una macchina termica reversibile lavora con 1 mole di Ar (da considerarsi un gas ideale) seguendo un ciclo composto da una espansione politropica (A⟶B), una compressione isoterma (B⟶C) e una compressione adiabatica (C⟶A). Sapendo che T_A/T_B=2 e che il rapporto di compressione dell'isoterma è V_C/V_B = 0.5, calcolare:

a) la variazione di entropia della politropica;
b) il calore molare e l'indice della politropica;
c) il rendimento della macchina termica.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Descrivere il moto di un grave in un mezzo che offre resistenza viscosa.

T2. Dedurre il secondo principio della termodinamica, nella sua formulazione che utilizza la funzione di stato entropia, a partire dal teorema di Clausius.

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame del 2 novembre 2023
APPELLO straordinario – a.a. 2022-23

E1. Usando le definizioni si ottiene:

$$v_s(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{A^2\omega^2 + v^2} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad a_\tau(t) = \frac{dv_s(t)}{dt} = 0$$

$$a_n(t) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \omega^2 A = 15{,}79\ \text{ms}^{-2}$$

$$\rho = \frac{v_s^2}{a_n} = A + \frac{v^2}{\omega^2 A} = 10{,}39\ \text{cm}$$

Si tratta pertanto di un moto elicoidale uniforme lungo l'asse z.

E2. L'urto elastico avviene in assenza di vincoli. Avremo: $J_i = J_f$ e quindi $mvd = I\omega$ (dopo l'urto la massa m è ferma). Avremo $mv = Mv_{cm}$ (dopo l'urto solo l'asta si muove). Avremo infine: $1/2\ mv^2 = 1/2\ I\ \omega^2 + Mv_{cm}^2$. Ricaviamo $\omega = mvd/I$ e dalla seconda equazione $v_{cm} = (m/M)\ v$. Sostituendo nella terza si ricava: $1/2\ mv^2 = 1/(2I)\ *\ (m^2v^2d^2) + 1/2\ m^2v^2/M$. Da questa relazione, utilizzando per il calcolo di I il valore $1/12\ (M\ L^2)$ si ricava: $d = L/2\ \sqrt{(M-m)/3m}$ = 0.29 m.

E3. Il lavoro è calcolabile tramite la stima della differenza in Energia Meccanica dei due punti occupati dal satellite alla fine ed all'inizio dello spostamento. $E_i = E_{pi} = -G\ M_t\ m\ /\ R_t$. In orbita $R_f = R_t$ + 600 km e $E_{pf} = -G\ M_t\ m\ /\ (R_f)$ e $E_{kf} = 1/2\ m\ v_f^2$. Imponendo $mv_f^2/R_f = G\ M_t\ m\ /\ R_f^2$ si ottiene $v_f^2 = G\ M_t/R_f$ da cui $E_{mf} = -1/2\ G\ M_t\ m\ /R_f$. Il lavoro risulta quindi pari a $L = -1/2\ G\ M_t\ m\ /R_f + G\ M_t\ m\ /\ R_t = 2.4\ 10^9$ J.

E4. Essendo una trasformazione adiabatica reversibile $T_f = T_i (V_i/V_f)^{\gamma - 1} = 144\ K$. Essendo Q = 0, si ha che $L =- \Delta U =- nc_v(T_f - T_i) = 3890$ J

E5. La variazione di entropia del gas è nulla in un ciclo ed essendo nulla per l'adiabatica si riduce alla somma delle due variazioni di entropia lungo la politropica e l'isoterma:

$$\Delta S = c_k \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + R \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 0$$

da cui si ottiene

$$c_K = -R \Rightarrow K = \frac{7}{5}$$

Il rendimento del ciclo vale

$$\eta = 1 + \frac{RT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)}{c_K (T_B - T_A)} = 0.3$$
