SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Livia Angeloni, Daniele Passeri, Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 1 settembre 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
III APPELLO – a.a. 2024-25

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un ascensore si muove con accelerazione costante diretta verso il basso $A = g/3$, dove $g = 9.8$ m/s^2 è l'accelerazione di gravità. All'interno dell'ascensore un ragazzo lascia cadere una palla da una quota $H = 1.2$ m dal pavimento. Trascorso un intervallo di tempo di un secondo dall'istante in cui ha inizio il moto della palla, il ragazzo riprende la palla in mano, dopo un rimbalzo. L'urto della palla con il pavimento è perfettamente elastico. A quale altezza dal pavimento la palla viene ripresa dal ragazzo? Trascurare la resistenza dell'aria e la durata dell'urto con il pavimento.

2. Un disco omogeneo di massa $m_D = 10$ kg e raggio $R = 1$ m può ruotare su un piano orizzontale attorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Sul bordo del disco, quindi a distanza R dall'asse di rotazione, c'è un punto materiale di massa $m_P = 1$ kg. Tra il punto materiale e il disco c'è un coefficiente di attrito statico $\mu = 0.4$. Il sistema, inizialmente fermo, viene messo in rotazione applicando un momento $M = 10$ Nm costante. Calcolare l'angolo percorso quando il punto materiale si stacca dal disco.

3. Un recipiente cubico di lato $l = 12$ cm, aperto sul lato superiore, a pressione atmosferica, contiene una massa $m = 15.5$ kg di mercurio (densità del mercurio $\rho = 13.58 \times 10^3$ kg·m^{-3}). Determinare l'intensità totale della forza che si esercita sulla superficie interna di una delle pareti laterali verticali del contenitore.

4. 2 moli di gas perfetto biatomico eseguono un ciclo costituito da:
- una compressione AB isoterma reversibile a 298 K, da una pressione $P_A = 1$ atm ad una pressione P_B;
- una trasformazione isobara BC reversibile, fino alla temperatura $T_C = 400$ K;
- un'espansione adiabatica reversibile CA.

Disegnare il ciclo, determinare il lavoro e i calori scambiati durante le diverse trasformazioni e il suo rendimento.

5. Un recipiente cilindrico termicamente isolato è diviso da un pistone di massa trascurabile in due scomparti uguali, di cui uno è occupato da $n = 0.5$ moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_1 = 27$ °C, mentre l'altro è vuoto. A un certo istante il pistone viene sbloccato così che possa muoversi liberamente e il gas possa occupare l'intero volume del cilindro. Successivamente la pressione sul pistone viene gradualmente aumentata fino a riportare, tramite una trasformazione reversibile, il gas a occupare il volume iniziale. Si determini: a) la variazione di energia interna del gas e b) la variazione di entropia del gas, per ciascuna delle due trasformazioni. ***Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

T1. Dimostrare il teorema di König riguardante l'energia cinetica totale di un sistema di punti materiali.

T2. Ricavare la disuguaglianza di Clausius.

SAPIENZA Università di Roma
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di Fisica I
Proff. Livia Angeloni, Daniele Passeri, Marco Rossi e Alessio Sarti

SOLUZIONI della prova di esame del 1 settembre 2025
III APPELLO – a.a. 2024-25

E1. L'accelerazione della palla rispetto all'ascensore è ottenibile tramite $F - ma_t = ma'$ con a_t pari all'accelerazione dell'ascensore. Si ottiene $a' = -(2/3)$ g. Tramite $z(t) = H + 1/2a't^2$ si ottiene il tempo di caduta imponendo $z(t^*) = 0$ da cui $t^* = 0.6$ s. La velocità del corpo quando tocca il pavimento è pari a $-2/3gt^*$. Dopo l'urto l'equazione del moto diviene $z(t) = 2/3gt^* (t-t^*) -1/2*(2/3)g(t-t^*)^2$, che per t = 1s dà la quota richiesta $D = 1.06$ m

---

E2. Se si applica un momento, il sistema viene messo in rotazione con accelerazione angolare calcolabile tramite la relazione $M = I_{TOT}\alpha$ in cui $I_{TOT} = (1/2m_D + m_P)R^2$. In un sistema di riferimento non inerziale solidale con il punto materiale, vanno considerate le accelerazioni di trascinamento tangenziale $a_t = \alpha R$ e centrifuga $a_n = \omega^2 R$. Per trovare ω si può integrare l'accelerazione angolare, oppure considerare il lavoro del momento esterno e l'energia cinetica: $M\theta = 1/2 I_{TOT}\omega^2$ e quindi $a_n = 2M\theta R/I_{TOT}$. Quindi il modulo dell'accelerazione di trascinamento è $a = (MR/I_{TOT})\sqrt{1+4\theta^2}$. Il punto si stacca quando la forza apparente uguaglia la forza di attrito statico massima e quindi: $\theta = 1/2\sqrt{(\mu g(1/2m_D + m_P)R/M)^2 - 1} =$ **1.06 rad = 61 deg** .

E3. Indicando con V il volume del mercurio e con h la sua altezza nel recipiente si ha:

$V = m/\rho = 1.14 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ e $h = V/l^2 = 7.93 \times 10^{-2}$ m

Sulla parete interna si somma la forza dovuta alla pressione idrostatica del Mercurio, che si calcola dividendo la superficie laterale del contenitore in tante strisce infinitesime (parallele alla superficie libera del liquido) di altezza dy e superficie $l\,dy$

$$F_{liq} = \int_0^h \rho g y \cdot l\, dy = \rho g l \frac{h^2}{2}$$

e quella dovuta alla pressione atmosferica $F_{atm} = p_{atm}\, l^2$

$F_{TOT} = F_{liq} + F_{atm}$ = 49,6 N + 1458.7 N = **1508.3 N**

E4. Il gas è biatomico, quindi si ha: $c_v = \frac{5}{2}R;\ c_p = \frac{7}{2}R;\ \gamma = 1{,}4$

Per la trasformazione AB:

$$L_{AB} = Q_{AB} = nRT_A ln\frac{V_B}{V_A} = -5105{,}14\,J$$

dove:

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 48{,}9 \cdot 10^{-3} m^3$$

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = \frac{nRT_A}{P_c} = \frac{nRT_A}{P_A\left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}} = 17{,}45 \cdot 10^{-3} m^3$$

Per la trasformazione BC:

$$L_{BC} = nR(T_c - T_B) = 1696{,}06\,J$$

$$Q_{BC} = nc_p(T_c - T_B) = 5936{,}2\,J$$

Per la trasformazione CA:

$$Q_{CA} = 0$$

$$L_{CA} = -\Delta U_{CA} = -nc_v(T_A - T_C) = 4240{,}14\,J$$

Il rendimento del ciclo è:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{AB}|}{Q_{BC}} = 0{,}14$$

E5. Nella prima trasformazione la temperatura del gas rimane costante:

***ΔU* = 0 J** e ***ΔS* =** nR ln2 = **2.88 J/K**.

Nella seconda trasformazione:

$\Delta U = nc_V \Delta T$ e ***ΔS* = 0 J/K** .

Per calcolare ΔT si impone: $TV^{\gamma-1}$ = costante: $T_3 = T_2 (V_2/V_3)^{\gamma-1}$ con $T_2 = T_1$:

ΔU $= nc_V \Delta T = n\, 3/2\, R\, (2^{\gamma-1} - 1) T_1$ = **1.1 kJ**.