



Prova di esame dell' 11 gennaio 2024 - TESTO PROVA DI ESAME
IV APPELLO – a.a. 2022-23

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un palloncino sale con una velocità verticale costante $v_y = 0.5$ m/s mentre viene spostato orizzontalmente da un vento la cui intensità aumenta con la quota: $v_x = c y$ con $c = 0.1$ s⁻¹. Determinare l'angolo formato dalla traiettoria con l'asse X in funzione del tempo e calcolarlo quando la quota del palloncino è pari a 5 metri. Determinare inoltre, in funzione del tempo, il valore dell'accelerazione totale e di quella tangenziale.
2. Su di un piano orizzontale scabro sono appoggiate due masse $m_1 = 5$ kg e $m_2 = 10$ kg collegate da una molla ideale di costante elastica $k = 50$ N/m. La massa m_1 viene tirata con una forza $F = 15$ N a causa della quale le due masse procedono con la stessa velocità costante. Supponendo che le due masse abbiano lo stesso coefficiente di attrito con il piano, determinare l'allungamento della molla.
3. Si calcoli la velocità di fuga V_f dal Sole per un corpo di massa m che si trovi ad una distanza dal Sole uguale a quella della Terra dal Sole, ma in posizione così lontana dalla Terra da poterne trascurare gli effetti gravitazionali. Si ipotizzi l'orbita della Terra circolare e pari a $R = 149,6$ Gm.
4. Un gas perfetto biatomico, inizialmente a pressione $p_0 = 101$ kPa e volume $V_0 = 1$ dm³, subisce una trasformazione reversibile in cui raddoppia il volume e durante la quale il prodotto pV^2 resta costante. Calcolare il lavoro prodotto durante la trasformazione e il calore scambiato.
5. Un gas perfetto monoatomico compie un ciclo di Carnot in cui la differenza di temperatura tra le due sorgenti è $\Delta T = T_1 - T_2 = 50$ K, risultando la variazione di entropia del gas lungo l'isoterma a temperatura T_2 pari a $\Delta S_2 = -20$ J/K. Determinare il lavoro compiuto dal gas durante il ciclo.

Sezione TEORIA

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Si dimostri che l'accelerazione in un moto circolare uniforme possiede solamente la componente normale alla traiettoria e se ne determini il valore.
- T2. Giustificate l'affermazione secondo la quale l'entropia di un sistema isolato non può mai diminuire.



E1. Il moto del palloncino è uniforme lungo y e uniformemente accelerato lungo x . Dal rapporto tra v_y e v_x si ottiene $\tan\theta = 1/(ct)$. Quando la quota raggiunge i 5 m si ottiene $\theta = 45^\circ$. L'accelerazione totale è costante: $c v_y$. L'accelerazione tangenziale si ottiene tramite:
 $a_t = dv/dt = c^2 v_y t * 1/\sqrt{1 + c^2 t^2}$.

E2. Considerando le sole forze esterne $F - A_1 - A_2 = 0$ da cui il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_d = F/(m_1 + m_2)g = 0.1$. Con tale valore si ottiene l'allungamento della molla considerando la massa m_2 essendo $A_2 = k\Delta l$ e quindi $\Delta l = \mu_d m_2 g/k = 20$ cm

E3. Indicando con T il tempo di rivoluzione della Terra intorno al Sole sull'orbita circolare di raggio R , la sua velocità scalare sarà costante e data da $v_T = \frac{2\pi R}{T}$.

La forza gravitazionale esercitata dal Sole determina la presenza di un'accelerazione

centripeta di modulo $a_n = \frac{v_T^2}{R} = \frac{Gm_S}{R^2}$

Considerando che $E = K + U = cost = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{m m_S}{R}$, la velocità di fuga dal

Sole (ovvero quella minima per portare il corpo all'infinito) si trova imponendo che

all'infinito sia nulla l'energia potenziale $v_F^{\text{sole}} = \sqrt{2 \frac{Gm_S}{R}} = \sqrt{2} v_T = 42,16$ km/s

E4. Considerando lo stato finale caratterizzato da $2V_0$ e quindi da $p_0/4$ (trasformazione a pV^2 costante) e dunque $T_0/2$ (eq stato gas ideali) si calcola $\Delta U = -n \frac{5}{2} R T_0/2$ e quindi pari a $-5/4 p_0 V_0 = -127 \text{ J}$ e da $p = p_0 (V_0/V)^2$ si ottiene integrando che $L = p_0 V_0/2 = 50.5 \text{ J}$. Dal primo principio si ottiene infine che $Q = -77 \text{ J}$

E5. Indicando con ΔS_1 e ΔS_2 le variazioni di entropia del gas lungo le trasformazioni isoterme a temperatura T_1 e T_2 , rispettivamente, deve essere:

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = 0 \Rightarrow \Delta S_1 = -\Delta S_2$$

$$\text{Poiché } Q_2 = \Delta S_2 T_2 \text{ e } Q_1 = \Delta S_1 T_1 = -\Delta S_2 T_1,$$

$$\text{si ha che: } L = Q_1 + Q_2 = -\Delta S_2 T_1 + \Delta S_2 T_2 = -\Delta S_2 (T_1 - T_2) = 1 \text{ kJ.}$$
