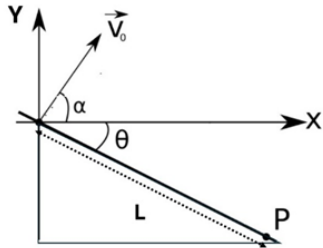




Prova di esame del 29 ottobre 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
APPELLO straordinario – a.a. 2024-25

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Si consideri un piano inclinato di un angolo $\theta=18^\circ$ rispetto all'orizzontale. Dal punto più alto di tale piano viene lanciato un proiettile verso l'alto con una velocità iniziale che forma un angolo $\alpha = 16^\circ$ con l'orizzontale. Determinare il modulo della velocità iniziale e il tempo di volo necessario affinché il proiettile colpisca un bersaglio posto sul piano inclinato, a distanza $L = 9$ m dal punto di lancio.

2. Un cilindro omogeneo di massa $M=10$ kg rotola, senza strisciare, su un piano scabro con velocità costante del centro di massa pari a $v_0=2$ m/s. Da un certo istante sulla ruota agisce una forza orizzontale $F=10$ N frenante, applicata nel centro di massa in direzione perpendicolare all'asse del cilindro. Calcolare:
 - a) la forza di attrito tra la ruota ed il piano durante la frenata, sapendo che la forza frenante applicata non determina strisciamento;
 - b) il tempo necessario per fermare il cilindro.
3. Una sfera (indeformabile) di raggio R e densità pari a quella dell'aria è appena appoggiata sulla superficie di un lago. Si determini l'espressione del lavoro minimo necessario per sommergerla completamente, applicando una forza F diretta verso il basso sul punto più in alto della sfera. La forza applicata è tale che l'immersione viene fatta molto lentamente a velocità costante. Si consideri nello svolgimento trascurabile il peso della sfera rispetto alle altre forze in gioco [$V_{calotta\ sferica} = \pi h^2 (R - h/3)$].
4. Una mole di gas perfetto biatomico, contenuto in un recipiente cilindrico dotato di pistone scorrevole senza attrito, compie il ciclo ABCA, dove: 1) AB è una espansione adiabatica reversibile in cui il gas raddoppia il proprio volume; 2) BC è una compressione reversibile isoterma che riporta il cilindro al volume iniziale; 3) nel tratto CA il cilindro viene messo in contatto termico con una sorgente alla temperatura T_A del punto A fino a raggiungere l'equilibrio; durante questa trasformazione il volume del cilindro rimane costante. Disegnare il ciclo nel piano pV e calcolarne il rendimento.
5. Uno stampo per cubetti di ghiaccio, con dentro 100 g di ghiaccio, si trova in un freezer a temperatura -18°C . Viene tirato fuori dal freezer e messo sul tavolo della cucina a temperatura 20°C , dove viene lasciato per un tempo sufficientemente lungo da fargli raggiungere l'equilibrio con l'ambiente. Viene poi rimesso in freezer dove raggiunge nuovamente l'equilibrio. Calcolare la variazione di entropia dell'universo sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è 80 cal/g e che il suo calore specifico è 0.5 cal/g $^\circ\text{C}$.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Descrivere e commentare una situazione della vita reale in cui si manifesta la forza centrifuga, illustrandone le cause fisiche e gli effetti osservabili.
- T2. Spiegare perché l'energia interna di un gas perfetto, in accordo con il modello che lo definisce, dipende unicamente dalla temperatura e non dal volume o dalla pressione.



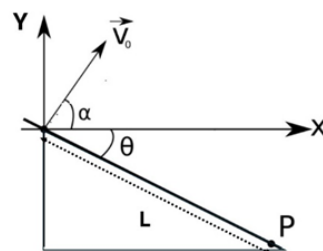
SOLUZIONI della prova di esame del 29 ottobre 2025
APPELLO STRAORDINARIO – a.a. 2024-25

E1. Trascurando la resistenza con l'aria, per il proiettile si ha:

$$x(t) = v_{0,x}t = v_0 \cos \alpha t \quad y(t) = v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Al momento dell'impatto con il bersaglio (tempo t^*), si ha:

$$x(t^*) = L \cos \theta \quad y(t^*) = -L \sin \theta$$



Per cui, dalla prima equazione del moto del proiettile, si ottiene: $t^* = \frac{L \cos \theta}{v_0 \cos \alpha}$

che, sostituita nella seconda equazione del moto del proiettile, da la velocità iniziale:

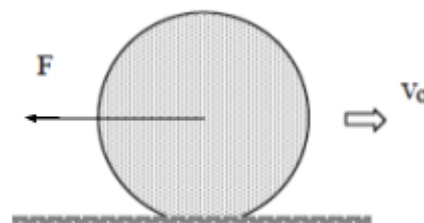
$$v_0 = \sqrt{\frac{gL \cos^2 \theta}{2 \cos^2 \alpha (\cos \theta \tan \alpha + \sin \theta)}} = \sqrt{\frac{gL \cos \theta}{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta)}} \cong 8,6 \text{ m/s}$$

Quindi, il tempo di volo é:

$$t^* = \sqrt{\frac{L \cos \theta}{v_0 \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{2L \cos \theta}{g \cos \alpha} (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta)} \cong 1.03 \text{ s}$$

E2.
$$\begin{cases} Ma_c = -F + f_A \\ I_0 \dot{\omega} = FR \\ a_c = -\dot{\omega}R \end{cases} \Rightarrow f_A = \frac{F}{3}$$

$$t = -\frac{v_0}{a_c} = 3s$$



E3. Mentre si immerge lentamente la sfera c'è, al limite, istante per istante, equilibrio delle forze.

e $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_A = 0$ proiettando lungo la direzione verticale verso il basso si ha:

$$F = -\rho_{aria}gV_{sfera} + \rho_{acqua}gV_{immerso} \quad \text{in cui} \quad V_{immerso} = V_{calotta\ sferica} = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$$

trascurando il peso della sfera: $F \cong \rho_{acqua}gV_{immerso}$

per cui :

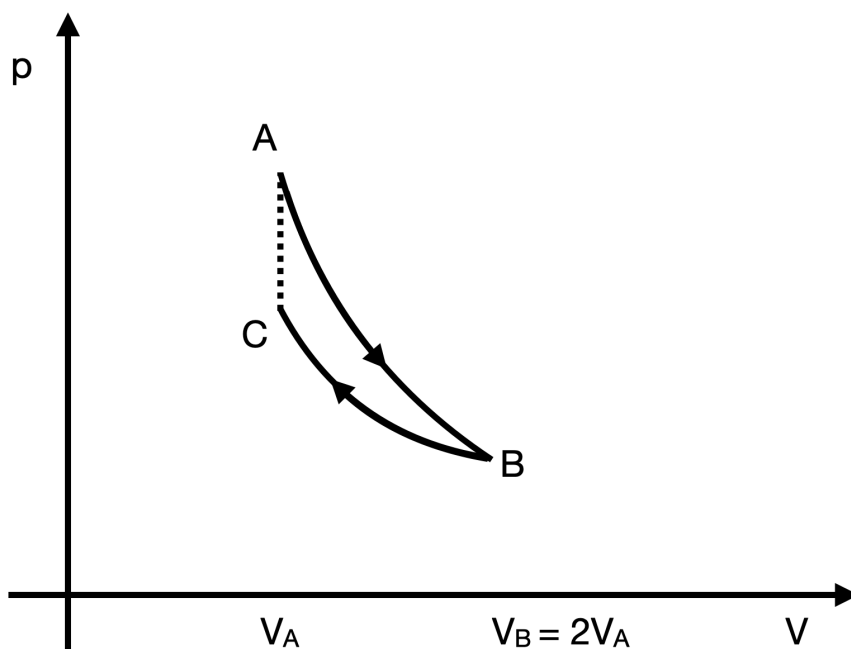
$$L = \int_0^{2R} F dh = g\rho\pi \int_0^{2R} h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) dh = \frac{4}{3} \pi \rho g R^4$$

E4. Il rendimento η è calcolabile tramite $1 - |Q_{ced}|/Q_{ass}$. Nella trasformazione isocora CA

abbiamo $\Delta U = Q_{ass} = c_V(T_A - T_C)$ nella isoterma abbiamo $\Delta U = 0$ e $Q_{ced} = L = nRT_B \ln V_C/V_B$

Nell'adiabatica AB abbiamo $T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$ da cui $T_A/T_B = (V_B/V_A)^{\gamma-1} = 2^{2/5} = 1.32$, essendo $\gamma =$

7/5. Il rendimento è dunque pari a $\eta = 0.13$



E5. Per calcolare la variazione di entropia dell'universo bisogna calcolare quella del sistema (il ghiaccio nello stampino) e delle sorgenti. Il ghiaccio compie un ciclo quindi la sua variazione di entropia è nulla.

La variazione di entropia delle sorgenti è

$$\Delta S_{\text{ambiente}} = Q_{\text{ambiente}}/T_{\text{ambiente}} \text{ e } \Delta S_{\text{freezer}} = Q_{\text{freezer}}/T_{\text{freezer}} \text{ dove } Q_{\text{ambiente}} \text{ e } Q_{\text{freezer}}$$

sono uguali e opposti tra loro e opposti al calore scambiato dal ghiaccio nelle trasformazioni in cui sono coinvolti.

$$Q_{\text{ambiente}} = -Q_{\text{freezer}} = -mc_{\text{ghiaccio}}(T_{0^\circ\text{C}} - T_{\text{freezer}}) - m\lambda - mc_{\text{acqua}}(T_{\text{ambiente}} - T_{0^\circ\text{C}}) = -45 \text{ kJ}$$

$$\text{Quindi } \Delta S_{\text{ambiente}} = Q_{\text{ambiente}}/T_{\text{ambiente}} = -150 \text{ J/K e } \Delta S_{\text{freezer}} = Q_{\text{freezer}}/T_{\text{freezer}} = 176$$

$$\text{J/K e quindi } \Delta S_{\text{universo}} = 26 \text{ J/K}$$