Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un pendolo semplice in laboratorio oscilla con periodo T . Quale sarà l'espressione, in funzione dei parametri dati, del periodo dello stesso pendolo se montato all'interno di un veicolo che sale con accelerazione costante a su una rampa inclinata di un angolo α rispetto all'orizzontale?

2. Un'asta sottile omogenea di massa $M = 50$ g e lunghezza $L = 10$ cm è incernierata nel punto O (come mostrato in figura). Al punto A vengono appesa una massa $M/2$ e attaccata, in un punto sulla parete distante $\sqrt{2} L$ da O , l'estremità di una molla di lunghezza a riposo trascurabile. All'equilibrio la molla ha la stessa lunghezza dell'asta sottile omogenea. Determinare l'energia potenziale accumulata nella molla.

3. Un blocco di volume $V_2 = 0,04$ m³ e densità $\rho_2 = 700$ kg/m³ è attaccato al fondo di un bacino riempito di acqua attraverso una catena. Esso è a sua volta attaccato con una corda ad un altro blocco di volume $V_1 = 0,03$ m³ e densità $\rho_1 = 90$ kg/m³ che emerge dalla superficie dell'acqua con un volume emerso pari all'85% del suo volume totale. La corda e la catena sono tese e di masse trascurabili. **a)** Calcolare la tensione della corda; **b)** Calcolare la tensione della catena; **c)** Sapendo che il carico massimo della corda è 150 N e il carico massimo della catena è 500 N, determinare se è possibile aumentare il livello dell'acqua fino ad immergere completamente il blocco 1 senza rompere né la catena né la corda.

4. Una mole di gas perfetto monoatomico, inizialmente a una temperatura $T_A = 200$ K (stato A), subisce prima una trasformazione lineare nel piano PV, che ne triplica la pressione e ne raddoppia il volume (stato B), e successivamente una trasformazione isoterma, che lo riporta alla pressione iniziale (stato C). Determinare, tra lo stato A e C, il lavoro compiuto dal gas, il calore scambiato e la sua variazione di energia interna.

5. Una macchina di Carnot con potenza $P=2$ W e rendimento $\eta = 0.5$ usa ghiaccio a $T=0^\circ\text{C}$ come sorgente a temperatura più bassa. Determinare:

a) la massa minima del ghiaccio se si vuole che la macchina possa funzionare per almeno due ore prima che il suo rendimento diminuisca;

b) il lavoro massimo che si può ottenere dalla macchina prima che cessi di funzionare nell'ipotesi che si utilizzi come sorgente fredda la massa minima di ghiaccio determinata al punto precedente.

(Si assuma il calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda_{fus} = 80$ cal/g e il calore specifico dell'acqua $c = 1$ cal/gK anche per temperature superiori a 100°C).

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Descrivere un esempio quotidiano in cui si manifesta la forza centrifuga.

T2. Spiegare perché l'energia interna di un gas perfetto dipende unicamente dalla temperatura.

E1. Nel sistema di riferimento del veicolo ci sarà una gravità ‘apparente’:

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \quad \Rightarrow \quad g' = \sqrt{(g + a \sin \alpha)^2 + (a \cos \alpha)^2} = \sqrt{g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha}$$

Il periodo del pendolo all'interno del veicolo sarà pertanto:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} \sqrt{\frac{g}{g}} = T \sqrt{\frac{g}{(g^2 + a^2 + 2ag \sin \alpha)^{1/2}}}$$

E2. All'equilibrio si avrà $-MgL/2 \sin \vartheta - M/2 g L \sin \vartheta + k L^2 = 0$ (momenti calcolati rispetto al polo O, considerando che il triangolo è rettangolo isoscele). Si ottiene quindi per l'energia potenziale della molla ($\frac{1}{2} k L^2$) il valore $M/2 g L \sin \vartheta$ da cui $\Delta E(\text{molla}) = 0.017 \text{ J}$.

E3. a) Per l'equilibrio si ha: $T_{\text{corda}} = S_1 - P_1 = V_1 g \left(\frac{15}{100} \rho_{H_2O} - \rho_1 \right) = 17,658 \text{ N}$

b) $T_{\text{catena}} = T_{\text{corda}} + S_2 - P_2 = T_{\text{corda}} + V_2 g (\rho_{H_2O} - \rho_2) = 135,378 \text{ N}$

c) Se tutto il volume del blocco 1 è immerso, si ha:

$$T'_{\text{corda}} = S'_1 - P_1 = V_1 g (\rho_{H_2O} - \rho_1) = 267,813 \text{ N} > 150 \text{ N}$$

$$T'_{\text{catena}} = T'_{\text{corda}} + S_2 - P_2 = T'_{\text{corda}} + V_2 g (\rho_{H_2O} - \rho_2) = 385,533 \text{ N} < 500 \text{ N}$$

Se si considera il volume 1 completamente immerso, la tensione della corda eccede il suo carico massimo ($T_{\text{corda,max}}=150\text{N}$). **Quindi non è possibile immergere completamente il blocco 1 senza rompere la corda.**

E4. Lungo la trasformazione AB: $\Delta U_{AB} = n c_V (T_B - T_A) = 5 n c_V T_A$

$$L_{AB} = (P_A + P_B)(V_B - V_A)/2 = 4P_A V_A/2 = 2P_A V_A = 2 n R T_A$$

$$T_B = T_A P_B V_B / P_A V_A = 6T_A$$

Lungo la trasformazione BC: $\Delta U_{BC} = 0$

$$L_{BC} = n R T_B \ln(V_C/V_B) = 6n R T_A \ln(3) \text{ essendo } V_C/V_B = P_B/P_C = 3 P_A/P_A = 3$$

Lungo la trasformazione AC: $\Delta U_{AC} = 5 n c_V T_A = 15/2 R T_A = 12465 \text{ J}$

$$L_{AC} = 2 n R T_A + 6n R T_A \ln(3) = n R T_A (2 + 6 \ln(3)) = 14279 \text{ J}$$

$$Q_{AC} = \Delta U_{AC} + L_{AC} = 26744 \text{ J}$$

E5. a) Si consideri che il rendimento rimane costante fino a quando non si scioglie tutto il ghiaccio:

$$L_a = W \Delta t = 1.44 \cdot 10^4 \text{ J} \quad \eta = \frac{L_a}{Q_{ass}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow Q_{ass} = 2.88 \cdot 10^4 \text{ J} \quad T_1 = 546.30 \text{ K}$$

$$Q_{ced} = L_a - Q_{ass} = -m \lambda_{fus} \Rightarrow m = 43 \text{ g}$$

b) Dopo che si è sciolto tutto il ghiaccio, la macchina continua a lavorare fino a quando le due sorgenti non hanno la stessa temperatura. Il lavoro massimo si ha in condizioni di reversibilità.

$$\Delta S_{sorgenti} = 0 = \frac{-Q_{ass}}{T_1} + \int_{T_2}^{T_1} c m \frac{dT}{T} \Rightarrow Q_{ass} = T_1 c m \ln \frac{T_1}{T_2} = 6.82 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$Q_{ced} = c m (T_1 - T_2) = 4.92 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$L_b = Q_{ass} - Q_{ced} = 1.90 \cdot 10^4 \text{ J} \Rightarrow L_{max} = L_a + L_b = 3.34 \cdot 10^4 \text{ J}$$